

## RECONHECIMENTO DE GRANDEZAS VARIÁVEIS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR PELA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

THE RECOGNITION OF VARIABLE MAGNITUDES BY TEACHERS OF THE *EARLY  
YEARS*: A LOOK THROUGH THE THEORY OF OBJECTIFICATION

RECONOCIMIENTO DE MAGNITUDES VARIABLES POR PROFESORES DE LOS  
PRIMEROS AÑOS: UNA MIRADA A TRAVÉS DE LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

Anderson Minosso 

Maria Lucia Panossian 

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil

*Recebido: 12/03/2023 – Aprovado: 21/08/2023 – Publicado: 19/09/2023*

*Envie qualquer dúvida sobre esta obra a: Anderson Minosso.*

*E-mail: [andersonminosso@gmail.com](mailto:andersonminosso@gmail.com)*

### RESUMO

A teoria da objetivação emerge como uma possibilidade para compreender o processo de ensino-aprendizagem da matemática, considerando os sujeitos em constante formação e transformação por meio da relação com o outro e com o conhecimento. Neste texto, destaca-se o conhecimento matemático, em especial a álgebra e seu ensino, buscando os indícios do processo de objetivação do reconhecimento de grandezas variáveis por professores dos Anos Iniciais em uma formação *online*. A constituição dos dados ocorreu com a realização de um curso de formação continuada com professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que foi composto por tarefas síncronas e assíncronas nos meses de maio e junho de 2021. Os encontros foram gravados em áudio e vídeo e posteriormente transcritos. Neste artigo, será apresentada uma das tarefas realizadas, que abordou nexos conceituais relativos à compreensão matemática de função. Na realização da tarefa, foi possível identificar indícios do processo de objetivação dos professores relacionados ao reconhecimento das grandezas variáveis, por meio de hesitações sonoras, momentos de tensão e diálogo entre o pesquisador e os participantes, além de outras manifestações singulares de objetivação.

**Palavras-chave:** Teoria da objetivação; Ensino de álgebra; Formação continuada de professores.

### ABSTRACT

Theory of objectification emerges as a possibility to understand the teaching and learning process of mathematics considering subjects in constant formation and transformation through the relationship with the other and with

knowledge. In this article, mathematical knowledge is highlighted, especially algebra and its teaching, seeking evidence of the process of objectification the recognition of variable magnitudes by teachers of the Early Years in an online training. The constitution of the data occurred with the completion of a continuing education course with teachers who teach mathematics in the Early Years of Elementary School, which was composed of synchronous and asynchronous tasks in the months of May and June 2021. The meetings were recorded in audio and video and later transcribed. In this article, one of the tasks carried out will be presented, which addressed conceptual links related to the mathematical understanding of function. In carrying out the task, it was possible to identify evidence of the teachers' objectification process related to the recognition of variable magnitudes, through sound hesitations, moments of tension and dialogue between the researcher and the participants, in addition to other singular manifestations of objectification.

**Keywords:** Theory of objectification; Teaching algebra; Continuing teacher education.

## RESUMEN

La teoría de la objetivación surge como una posibilidad para comprender el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas considerando a sujetos en constante formación y transformación mediante la relación con el otro y con el saber. En este artículo se destaca el conocimiento matemático, en especial el álgebra y su didáctica, buscando evidencias del proceso de objetivación del reconocimiento de magnitudes variables por parte de docentes de los primeros años en una formación en línea. La constitución de los datos ocurrió con la realización de un curso de formación continua con docentes que enseñan matemáticas en los primeros años de la Enseñanza Básica, el cual estuvo compuesto por tareas sincrónicas y asincrónicas en los meses de mayo y junio de 2021. Los encuentros fueron grabados en audio y video y luego transcritos. Se presentará una de las tareas realizadas, la cual abordó vínculos conceptuales relacionados con la comprensión matemática de la función. En la resolución de la tarea fue posible identificar evidencias del proceso de objetivación de los docentes relacionado con el reconocimiento de magnitudes variables, a través de vacilaciones sonoras, momentos de tensión y diálogo entre el investigador y los participantes, además de otras manifestaciones singulares de objetivación.

**Palabras clave:** Teoría de la objetivación; Enseñanza del álgebra; Formación continua de profesores.

## INTRODUÇÃO

Na organização do currículo nacional brasileiro, a álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é mencionada desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (MEC, 1997), porém pode-se dizer que foi assumida como uma prática no processo de organização do ensino pelos professores após a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (MEC, 2017).

Um movimento intenso de pesquisa sobre a necessidade de incluir a álgebra desde os primeiros anos de escolarização acontece desde a década de 1990, com pesquisas internacionais (Blanton & Kaput, 2005; Kaput *et al.*, 2008) e nacionais (Ferreira *et al.*, 2017; Gomes, 2020; Luna & Souza, 2013).

Em âmbito internacional, a álgebra inicial é reconhecida como *Early Algebra* e foi um dos pontos de discussão do 12º ICMI Study,<sup>1</sup> que ocorreu na Melbourne, Austrália, em 2001, evento

---

<sup>1</sup> Mais informações podem ser encontradas em: <https://link.springer.com/book/10.1007/1-4020-8131-6>.

dedicado à álgebra e ao seu ensino, visando abordar a necessidade de desenvolver nos estudantes o processo de abstração de forma precoce.

Assim, apesar de a álgebra ser objeto de estudo em diferentes pesquisas e estar presente nos Anos Iniciais, é “importante considerar que a antecipação do conhecimento algébrico [...] pode não superar as dificuldades dos estudantes” (Panossian, 2021, p. 270) se não houver mudança no processo de ensino desse conhecimento e acompanhamento na formação inicial e continuada dos professores que ensinam matemática.

Afirma-se isso porque os professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais não discutem, em sua formação inicial, os processos de pensamento e conhecimento algébrico, tampouco o processo de organização do ensino. Para superar esse desafio, considera-se, neste texto, a possibilidade e a necessidade de que os professores reconheçam e objetivem nexos conceituais do conhecimento algébrico por meio do movimento histórico e lógico dos conceitos, o que possibilita que o conhecimento seja percebido não como algo pronto e acabado, mas sim em contínuo desenvolvimento.

Entende-se ainda que os indícios de objetivação de nexos conceituais acerca do conhecimento algébrico por parte dos professores dos Anos Iniciais podem ser estudados e analisados por meio da Teoria da Objetivação (TO), sistematizada pelo professor Luis Radford<sup>2</sup> na década de 1990 (Radford, 2006, 2017a), um campo teórico e metodológico que busca compreender os sujeitos como seres autossuficientes, capazes de se posicionar de forma crítica, científica e criativa perante os diferentes fatos e artefatos matemáticos, como sujeitos dotados de subjetividades e que se encontram em constante transformação por meio de suas relações interpessoais.

A TO, por possuir suas bases epistemológicas no materialismo histórico-dialético, compreende os sujeitos em seu movimento de transformação, ou seja, busca indícios que revelem a atualização do saber em conhecimento considerando diferentes meios semióticos, como gestos, falas e olhares.

Esse movimento de atualização do saber em conhecimento e, de forma específica, a objetivação de nexos conceituais do conhecimento algébrico serão analisados em um recorte de uma das tarefas vivenciadas pelo pesquisador com três participantes de um curso de formação continuada desenvolvido nos meses de maio e junho de 2021, que contou com tarefas organizadas de forma síncrona e assíncrona, em função das condições impostas pela pandemia de Covid-19.<sup>3</sup>

O curso de formação continuada, intitulado “Ensino de álgebra: é possível nos anos iniciais?” é parte integrante de uma pesquisa de doutorado que está em desenvolvimento no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica Educacional e Tecnológica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). O referido curso de formação foi organizado em cinco encontros

---

<sup>2</sup> Luis Radford é professor da *School of Education Sciences* na *Laurentian University* em Ontário, Canadá. Mais informações poderão ser encontradas em: <https://luisradford.ca/>.

<sup>3</sup> A Covid-19 é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, que causou o distanciamento social, conduzindo as atividades presenciais a serem remotas, ou também denominadas síncronas.

síncronos, dos quais o segundo foi selecionado para análise neste trabalho, pois trata-se do encontro em que o pesquisador, juntamente com as participantes Marcela,<sup>4</sup> Patrícia e Denise, dialoga sobre o problema do taxista, que consiste em uma situação clássica encontrada em livros didáticos brasileiros, que conduz ao estabelecimento de uma lei de formação da relação de interdependência entre o valor que será pago pelo usuário e a quantidade de quilômetros que serão rodados pelo veículo.

Assim, a partir da tarefa em questão, busca-se evidenciar indícios do processo de objetivação do reconhecimento de grandezas variáveis por parte de professores dos Anos Iniciais em uma formação *online*. Para alcançar essa intencionalidade, foram utilizadas como referências a TO e a compreensão da álgebra e seu ensino considerando o movimento histórico-lógico.

## TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: ASPECTOS CONCEITUAIS

A TO desponta como uma alternativa para o processo de ensino-aprendizagem da matemática com olhar voltado para o desenvolvimento social, político e cultural, visando à formação de indivíduos éticos e reflexivos, que se posicionem de maneira crítica diante das diferentes práticas matemáticas vigentes ao longo da história.

Em sua concepção, a TO aborda aspectos ontológicos e epistemológicos da dialética hegeliana (Hegel, 2004), do materialismo histórico-dialético (Marx, 1996; Marx & Engels, 1977), da teoria histórico-cultural (Vigotski, 2010a, 2010b) e da teoria da atividade (Leontiev, 1978). Apoiada neste constructo teórico, a TO “[...] se baseia em uma epistemologia e ontologia não-racionalista [*sic*], o que dá origem, por outro lado, a uma concepção antropológica do pensamento, e por outro a uma concepção essencialmente social da aprendizagem” (Radford, 2011, p. 315).

Nessa premissa, a TO compreende o pensamento como uma forma de reflexão dos sujeitos de acordo com suas formas ou modos de atividade no mundo, confrontados constantemente com situações que os mantêm ligados à cultura.

O mesmo ocorre na sala de aula, onde cada espaço é único, com suas particularidades e subjetividades. Alunos e professores são considerados seres autossuficientes, feitos por si próprios e detentores de experiências pessoais, que são vivenciadas na relação eu-outro e com o meio onde vivem.

Radford (2017a) afirma que “[...] professores e estudantes são conceitualizados como subjetividades em elaboração, ou como projetos de vida” (p. 241), e considerados como uma porta de abertura para o mundo, seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, que buscam e trabalham em conjunto na busca de um único objetivo: a satisfação. Para compreender essa relação entre sujeito e trabalho, é preciso entender que,

---

<sup>4</sup> Os nomes são pseudônimos atribuídos a cada participante do curso de formação continuada.

*[...] no trabalho, está contida a característica natural da universalidade, a do Pensamento. Sem o Pensamento, ele não tem objetividade, o pensamento é a sua definição fundamental. O ponto mais alto do desenvolvimento de um povo é a consciência racional de sua vida e sua condição, a compreensão científica [...]. (Hegel, 2004, p. 126)*

Para o filósofo alemão Karl Marx (1996), o trabalho corresponde à gênese do ser humano e associa-se ao ato de produzir-se a si mesmo, isto é, trata-se do sentido ontológico de trabalho. Assim, o trabalho conjunto entre professor e aluno pode ser analisado, a partir de conceitos da TO, como processos de subjetivação e objetivação, saber, conhecimento e aprendizagem.

Entende-se a TO como base teórica e metodológica, haja vista o fato de que ela apresenta fundamentos teóricos próprios e baseados na teoria histórico-cultural. Além disso, a partir desses fundamentos, podem ser estruturadas propostas metodológicas da organização das tarefas.

Radford (2013) compreende a objetivação como uma forma de conhecimento, como objeto cultural, isto é, o reconhecimento do significado de objetos que foram criados pela sociedade historicamente. Em outras palavras, “[...] a objetivação é um processo ativo e dinâmico no qual o sujeito se dá conta de um objeto conceitual da cultura e o transforma em um objeto de sua consciência” (Gomes, 2016, p. 16), que decorre das relações entre os sujeitos. “A aprendizagem é a transformação subjetiva e idiossincrática do conhecimento “em si” em um conhecimento “para si”, ou seja, uma transformação do conhecimento cultural objetivo em um objeto de consciência. Essa transformação é o que eu chamo de objetivação” (Radford, 2013, p. 25).

Quando nasce, o sujeito está imerso em um mundo povoado de ideias (científicas, jurídicas, medicinais, etc.), que não são resultado de suas ações. É um mundo construído pelas gerações antecedentes, que o deixaram repleto de significados e saberes, entre os quais o conhecimento matemático.

Esses saberes são reconhecidos pelos sujeitos por meio do que Radford (2014) chama de processo de objetivação, que “[...] é o processo social, corporal e simbolicamente mediado de conscientização e discernimento crítico das formas de expressão, ação e reflexão constituídas histórica e culturalmente” (p. 141). Nesse sentido, entende-se que o encontro dos estudantes com o saber matemático historicamente constituído materializa-se no trabalho comum entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, o qual é denominado de **objetivação**.

De forma sintética, a aprendizagem de matemática, na perspectiva da TO, é compreendida em termos dos processos de objetivação, sendo estes os processos pelos quais os sujeitos encontram formas históricas e culturais de pensamento, com as quais, gradualmente, vão se familiarizando de maneira crítica.

A aprendizagem, então, pode ser entendida como o resultado parcial e em andamento dos processos de objetivação que ocorrem de forma conjunta entre professor e aluno (Radford, 2006). Pedroso (2017), compreende e considera que

*Devemos entender a aprendizagem como a fusão entre uma subjetividade que se busca perceber linguisticamente e os modos de reflexão desta, que só podem ser manifestados através da ação. Todo esse processo dentro de uma abordagem semiótica cultural na qual os símbolos, gestos, gráficos, fórmulas, tabelas, desenhos, palavras, cálculos, regras, entre outros, são reconhecidos como meios semióticos de objetivação. (p. 88)*

Assim, “[...] a constituição do sujeito envolve a formação de uma subjetividade que se refere ao mundo de ideias, significados e emoções construído internamente a partir de suas relações sociais e de suas vivências” (Dias & Pereira, 2019, p. 153). Ainda segundo as autoras, faz-se necessário este olhar de constituição de um sujeito em sua totalidade, ou seja, um sujeito como ser histórico, cultural e social. Esses sujeitos são compreendidos, na TO, como seres arrodoados de subjetividade (Radford, 2006, 2011).

*A subjetividade é entendida nas mais diversas formas: como intrapsicológica, como referente ao mundo privado, por configurações subjetivas, intersubjetividade, como resultante de cruzamento de fluxos linguísticos e agenciamentos sociais – portanto, está submissa ou sobreposta às condições sociais, históricas, linguísticas e psicológicas. Dentro disso, indaga-se se o sujeito existe ou não; se a subjetividade interfere ou não nos processos de construção do conhecimento; e se a produção de sentido é uma dimensão subjetiva e individual ou relacional e coletiva. (Molon, 2011, p. 614)*

Radford (2017a, p. 244) compreende a subjetividade<sup>5</sup> como o “que é produzido por um indivíduo e expressa as suas intenções”. De acordo com o autor,

*Por meio destes processos sociais, materiais, encarnados e semióticos, os estudantes e os professores não só criam e recriam saber, mas eles também se coproduzem como sujeitos em geral e como sujeitos da educação, em particular. Mais precisamente, eles produzem subjetividades; isto é, indivíduos singulares em formação. É por isso que, a partir dessa perspectiva, os processos de objetivação são ao mesmo tempo os processos de subjetivação. (Radford, 2017a, p. 253)*

O processo de subjetivação acontece de modo a fazer com que ocorra a “participação fusional do ‘eu’ no ‘outro’” (Molon, 2019, p. 59), ou seja, a relação eu-outro. Góes (1997) destaca que esse processo proporciona a intersubjetividade (inter-relação), logo a interação com o mundo propicia a constituição da subjetividade.

---

<sup>5</sup> É possível perceber controvérsias e diferentes compreensões acerca da terminologia subjetividade/subjetivo oriunda da concepção vigotskyana. Neste trabalho, subjetividade, subjetivo e subjetivação são termos relacionados entre si, pois o próprio Radford utiliza-se destas terminologias em suas escritas que fundamentam a TO. Mais informações podem ser encontradas em Radford (2006, 2013, 2014, 2011, 2017a).

A **subjetividade** é compreendida como o motivo por que os seres humanos não são fabricados/confeccionados, mas sim constituídos por meio de suas relações sociais e culturais com o meio onde vivem. “A subjetivação consiste nos processos pelos quais os sujeitos tomam posição nas práticas culturais e são formados como sujeitos culturais históricos únicos. A subjetivação é o processo histórico de criação do eu” (Radford, 2014, p. 142).

Didaticamente, optou-se por realizar a separação entre os processos de objetivação e subjetivação como forma metodológica de análise dos dados constituídos, porém estes estão correlacionados constantemente, pois, conforme o sujeito atualiza o saber em objeto de sua consciência, isto é, transforma-o em conhecimento, sua subjetividade é modificada – o seu ‘eu’.

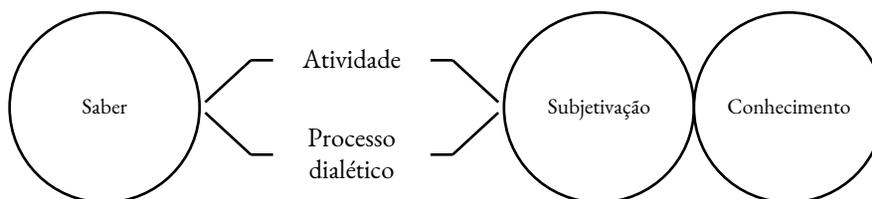
Saber e conhecimento, para a TO, são conceitos distintos. O saber é concebido como uma entidade geral, está ligado à cultura desde quando nascemos e é considerado um potencial que ainda não se concretizou ou materializou.

*A ideia é considerar o saber não como um objeto que é construído ou transmitido, mas como uma possibilidade, isto é, algo potencial que emerge da atividade humana e que é imbricado em um processo de movimento - de tornar-se, para ser mais preciso, materializar ou expressar-se em conhecimento.* (Radford, 2017b, p. 100)

O saber considerado nesta pesquisa, qual seja, o saber algébrico, aparece como algo que pode ser acessado por meio da atividade que ocorre entre o professor e o estudante, que se atualiza em conhecimento por meio da relação dialética entre estes sujeitos, que, por sua vez, coproduzem subjetivação e objetivação.

*O conceito de atividade para a TO fundamenta-se na compreensão de que o sujeito (ser humano) é parte integrante da natureza que satisfaz suas necessidades por meio da sua atuação no social, portanto, a atividade humana não é considerada simplesmente como um instrumento ou uma sequência de procedimentos, mas é a dinâmica de um modo de expressar a vida [...].* (Minosso et al., 2021, p. 728)

O conceito de atividade, então, não está associado à ideia de realizar alguma coisa (caminhar no parque, por exemplo), mas sim à de se relacionar com o mundo e entrar no movimento de transformação do conhecimento em objeto da consciência, que se concretiza na singularidade do sujeito por meio de processos de subjetivação.

**Figura 1***Relação saber, atividade, subjetividade e conhecimento*

Radford (2019) explica que o conhecimento é o conteúdo concreto por meio do qual o saber é incorporado e materializado ou atualizado, já o saber é “[...] entendido como uma entidade geral que, ontologicamente falando, já está na cultura quando nascemos. O conhecimento inclui arquétipos históricos e processos culturalmente constituídos de pensamento, reflexão e ação” (Radford, 2019, p. 3062).

Esse conhecimento atualizado na consciência do sujeito é caracterizado como processo de objetivação, que não é estático ou uma repetição de um processo, por exemplo. O sujeito, ao tornar-se consciente do saber, transforma-se e expande-se, contribuindo para constituição do sistema histórica e culturalmente.

Na pesquisa aqui apresentada, o movimento histórico-lógico foi considerado como possibilidade didática para se colocar em movimento os conceitos constituídos histórica e culturalmente no processo de organização do ensino, pois leva em conta a essência do conhecimento, isto é, os nexos conceituais (Panossian, 2008, 2014; Sousa, 2004), que são apresentados no próximo item.

## COMPREENSÃO DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO A PARTIR DO MOVIMENTO HISTÓRICO-LÓGICO

O conhecimento algébrico é compreendido por muitos professores dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, bem como do Ensino Médio, como uma forma de pensar associada à resolução de exercícios, isto é, uma “[...] didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de Matemática que priorizam exclusivamente a memorização dos conceitos” (Munhoz *et al.*, 2018, p. 16).

Uma possibilidade didática para a organização do ensino que prioriza não os aspectos técnicos, mas sim os nexos conceituais e as necessidades do conhecimento, guia-se pela premissa didática do movimento lógico-histórico (Sousa, 2018). Nessa compreensão, o conhecimento não é visto como pronto e acabado, mas carrega consigo as angústias, necessidades e imperfeições das diferentes gerações que o produziram.

[...] *compreender o movimento lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angústias, medos, aflições, ousadias, inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser.* (Sousa, 2018, p. 45)

Radford (2017b) considera que o conhecimento é colocado em movimento por meio do trabalho conjunto entre os sujeitos, no qual os saberes são atualizados em conhecimento, e estes aparecem sensorialmente por diferentes ações, percepções, símbolos, gestos, sons e linguagens.

Nesse sentido, não se pretende apresentar a história cronológica do conhecimento algébrico, mas sim destacar o movimento de constituição deste, revelado historicamente, o qual se evidencia por meio dos nexos conceituais que embasam seu desenvolvimento.

*A essência de um objeto de conhecimento científico, no caso aqui da álgebra, não se apresenta em sua forma mais desenvolvida em todas as fases históricas, podendo ser reconhecida em alguns momentos da experiência humana apenas em uma fase embrionária. Isso porque essa relação teórica essencial também se modifica e se aprofunda na medida em que o conhecimento se desenvolve.* (Panossian, 2014, p. 84)

Panossian (2014) explica que, para compreender a essência do conhecimento algébrico, é necessário recorrer constantemente ao movimento dialético entre o lógico e o histórico.

*O lógico e o histórico estão em unidade e devem ser considerados em estreita relação. A isso deve ser adicionado que é uma unidade na qual o histórico, isto é, o mundo objetivo em desenvolvimento, determina o lógico, e na qual o lógico é um reflexo do histórico, é derivado com respeito a ele.* (Rosental & Straks, 1960, p. 324)

Neste sentido, “[...] ao considerarmos a unidade dialética apresentada no lógico-histórico do movimento do pensamento, defendemos a ideia de que esse movimento, durante toda sua existência procura se aproximar do movimento que compõe o objeto de estudo” (Sousa *et al.*, 2014, p. 89). A aproximação do hoje com o ontem, do passado com o presente, do pensamento individual com o social opera-se com a compreensão da essência do conhecimento – em especial do algébrico – e com a adoção das categorias do lógico e do histórico.

De acordo com essa premissa, considerar o movimento histórico-lógico como uma possibilidade para o processo de organização do ensino é caminhar por um viés diferente do processo tradicional de ensino, no qual o estudante é receptor do conhecimento passado pelo professor.

No movimento histórico-lógico, no que concerne ao processo de organização do ensino, em especial o da álgebra, o conhecimento é considerado em seu desenvolvimento, consoante ao trabalho conjunto realizado por estudantes e professor, que vivenciam, no decorrer da realização das tarefas, necessidades, angústias e imperfeições, elementos estes que lhes possibilitam compreender o conhecimento de uma forma humanizada, e não de uma maneira única, nem pronta e acabada.

Em outras palavras, os sujeitos são colocados no movimento da vida e do conhecimento, que é despertado por ações coletivas, as quais geram a necessidade do conceito em sua gênese. “É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser” (Sousa, 2018, p. 45).

Uma aproximação a este movimento pode ser associada ao que, na TO, Radford (2017c) denomina de *labor conjunto*, que consiste em uma forma de integração coletiva entre professores e estudantes, com o objetivo de atingir um único objetivo, de forma que haja cooperação humana para apropriação e aprimoramento do conhecimento. O professor envolvido neste processo, mesmo tendo seu papel definido, participa do *labor conjunto*, portanto também “está em formação trabalhando ombro a ombro” (Radford, 2017c, p. 138) com os estudantes.

Em uma possível aproximação, pode-se inferir que a possibilidade didática de considerar o movimento lógico-histórico do conhecimento e o *labor conjunto* da TO gera possibilidades de organização do ensino que potencializam processos de objetivação dos **nexos conceituais** do conhecimento algébrico, compreendidos “[...] como o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito [...]” (Sousa *et al.*, 2014, p. 96), as quais se “[...] apresentam no movimento do pensamento tanto daquele que ensina como daquele que aprende” (Sousa *et al.*, 2014, p. 97).

Sousa (2018) evidencia alguns possíveis **nexos conceituais** do conhecimento algébrico, posteriormente ampliados por Panossian (2008, 2014) aqui sintetizados:

(a) *Reconhecimento das grandezas variáveis*

Moura *et al.* (2019) explicam que “[...] a grandeza pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada” (p. 5). Esse conhecimento evoluiu conforme o desenvolvimento humano e possibilita a compreensão da qualidade atribuída a uma quantidade. Por exemplo, no tempo das cavernas, contava-se a quantidade de animais caçados, e os registros eram feitos nas paredes da caverna, ao passo que, na contemporaneidade, é possível registrar determinada quantidade de dados que pode ser armazenada em um *pendrive*, em *Gigabyte*.

*(b) Movimento e fluência dos fenômenos*

Reconhecer a fluência e o movimento dos fenômenos nos possibilita compreender as relações existentes na realidade objetiva, ou seja, é possível entender as infinitas relações que acarretam as modificações nesta mesma realidade, isto é, todas as coisas estão em constante movimento e mudança.

A realidade é fluente, na qual, a matemática contribui buscando explicar os diferentes movimentos regulares, como de figuras geométricas, as imagens, e a variável letra, contudo, vale salientar que “a realidade não é composta apenas de movimentos regulares” (Sousa, 2004, p. 133), mas também de irregulares.

*(c) Interdependência das grandezas e dos fenômenos*

A realidade está em constante movimento e fluência. Possui vários objetos e fenômenos que atuam de forma direta ou indireta uns sobre os outros, conformando a característica de interdependência da realidade.

Caraça (1951), na tentativa de compreender a interdependência, esclarece que no “*Mundo* toda esta *Realidade* em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (p. 109, grifo do autor).

*(d) Controle das quantidades do concreto sensível*

Controlar quantidades, sejam elas discretas ou contínuas, possibilitou a diferentes gerações a solução de seus problemas, e essas soluções, por sua vez, contribuíram para o aperfeiçoamento da contagem e do sistema de numeração decimal.

*Considera-se que o controle das quantidades é um elemento fundamental da Matemática. Os numerais indo-arábicos, usados atualmente, constituem exemplo singular dentre tantos símbolos produzidos pela humanidade em diversos espaços e tempos, que expressam a ideia de número para realizar esse controle de quantidades.* (Panossian, 2014, p. 91)

Sousa (2004, p. 66) estabelece a relação do controle de quantidade com o conhecimento algébrico, pois “[...] o pensar algébrico, ao considerar o conceito mais geral do número não pode estar apenas relacionado à presença física e formal do número: o numeral”, isto é, faz-se necessário o conhecimento algébrico para se pensar no número sem a existência do numeral (Sousa, 2004).

*(e) Variável*

Sousa (2004) compreende que a “[...] variável é a fluência, o próprio movimento, fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico” (p. 80). Panossian *et al.* (2017) complementam explicando que a ideia de variável está associada a uma

determinada situação, que trata de “[...] estabelecer a relação entre grandezas e, portanto, é necessário considerar que elas variam: essa situação remete-se à variável” (p. 147).

(f) *Campo de variação*

A ideia de campo de variação está associada ao conjunto numérico que será considerado para expressar a variação de uma determinada grandeza, podendo esta ser no conjunto dos números naturais, dos números inteiros ou dos números complexos, por exemplo.

(g) *Linguagem*

A linguagem pode ser considerada “[...] uma particularidade determinante para a constituição da álgebra” (Panossian, 2021, p. 277). A linguagem simbólica apresenta avanços para a álgebra e seu ensino, desde que a ela seja atribuído sentido. Mas pode-se considerar que diferentes formas de linguagem foram utilizadas, na experiência humana, para representar o conhecimento algébrico. Ainda que haja controvérsias, alguns autores consideram a linguagem retórica (associada à fase inicial a escrita das grandezas por palavras, por exemplo), a sincopada (realiza a abreviação de palavras com números), a geométrica (representação de situações algébricas por meio da geometria – representação de um trinômio quadrado perfeito por exemplo) e a simbólica (representação das grandezas por incógnitas, variáveis ou parâmetros).

(b) *Generalização*

O processo de generalização consiste no domínio das grandezas de forma geral, que se constitui em estratégia para a resolução de diferentes situações-problema, de acordo com cada caso particular.

Esses nexos foram explicitados separadamente, por meio da simples organização da apresentação no texto, contudo não são considerados isolados, mas sim inter-relacionados, tampouco estáticos, e sim mutáveis. Além disso, conduzem à compreensão da relação essencial do conhecimento algébrico, a saber, o estabelecimento de relações entre grandezas variáveis de forma geral (Panossian, 2014).

Na sequência, apresenta-se o procedimento adotado para conduzir os participantes ao reconhecimento destes nexos, em especial a identificação de grandezas e a relação entre grandezas variáveis.

## METODOLOGIA

Radford (2015) explica que as pesquisas que abarcam em seu *corpus* a TO devem buscar produzir as evidências de aprendizagem (neste caso, variação das grandezas) ao investigarem a maneira pela qual os sujeitos encontram formas culturalmente constituídas de pensar, agir, perceber, imaginar e simbolizar.

Considerando a proposição da TO, os dados foram obtidos de um curso de formação continuada, no formato *online*, para professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o qual teve duração de 30 horas e contou com tarefas síncronas e assíncronas.

As tarefas assíncronas ocorreram por meio do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) da UTFPR, entre os meses de maio e junho de 2021, com 40 professores de diferentes estados brasileiros. As tarefas síncronas foram desenvolvidas com a utilização da plataforma de webconferência Google Meet.<sup>6</sup>

As tarefas síncronas foram gravadas e posteriormente transcritas em planilhas, seguindo as três etapas propostas por Radford (2015): 1) todas as passagens foram consideradas iguais; 2) em um olhar mais detalhado, coloca-se a observação nas linhas de transcrições de cada segmento saliente e realiza-se a seleção conforme o objetivo pretendido (pesquisa); 3) inserem-se a cadência do diálogo e as imagens correspondentes do movimento da aprendizagem (gestos, expressões do discurso, etc.), conforme a Figura 2.

**Figura 2**

*Planilha de transcrição dos segmentos salientes*

NOMENCLATURA	TRANSCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO	MODOS SEMIÓTICOS			IMAGEM E TEMPO OCORRIDO
			Escrita	Gestual/Ação	Visual	
M1E2.8	<p>Patricia (01:02:46-01:02:50): Eu enxergo na situação de primeiro a distância que é aquela em quilometragem.</p> <p>Pesquisador (01:02:50-01:02:54): Issol A quantidade de quilômetros rodado! Perfeito!</p> <p>Marcela (01:02:55-01:02:56): E o valor!</p> <p>Pesquisador (01:02:56-01:02:57): O valor em que sentido o valor profe?</p> <p>Marcela (01:02:57-01:03:01): Um valor fixo, e o valor por quilometro rodado.</p>	<p>Conversa entre o professor e as participantes Marcela e Patricia, sobre o reconhecimento das <b>grandezas</b> na situação do taxista e a bandeirada.</p>		x		

No processo de transcrição, buscou-se identificar os indícios da tomada de consciência sobre a variação das grandezas envolvidas na tarefa proposta. Esses indícios são denominados, na TO, *segmentos salientes*, isto é, aqueles segmentos que trazem alguma evidência da tomada de consciência da variação das grandezas envolvidas no problema investigado – problema do taxista, que consiste no reconhecimento de grandezas variáveis e estabelecimento de uma função  $f(x)$ , na qual o valor a ser pago pelo usuário depende diretamente da quilometragem rodada, nestes termos:

*O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado.*

*Sendo assim, responda:*

- Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km?*
  - Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?*
  - Se rodei um valor desconhecido de km ( $x$ ) como posso indicar o valor a pagar ( $p$ )?*
- (Panossian, 2008, p. 87).

<sup>6</sup> Google Meet é um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido e ofertado pela Google.

Essa tarefa é comum em livros didáticos e foi discutida em um dos encontros da pesquisa de doutorado à qual este trabalho está vinculado, que está em desenvolvimento no Programa de Pós-graduação em Educação, Científica, Educacional e Tecnológica da UTFPR – *Campus* Curitiba. Aqui será realizado o recorte de um dos cinco encontros que ocorreram durante o processo formativo, o qual será exposto no próximo tópico.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a realização da tarefa, esperava-se que os sujeitos se tornassem conscientes das relações do conhecimento algébrico subjacentes ao problema do taxista, ou seja, que objetivassem nexos conceituais do conhecimento algébrico por meio do trabalho conjunto durante as discussões do curso *online*.

Os nexos conceituais não são apresentados na tarefa de forma explícita, mas emergem do trabalho desenvolvido pelo professor com seus estudantes; neste caso, pesquisador e participantes. Se esse movimento não for realizado, a tarefa poderá se tornar uma resolução de exercício aritmético para determinação do valor a ser pago pelos quilômetros rodados ou de quantos quilômetros foram rodados com o valor pago pelo usuário.

É possível reconhecer alguns dos nexos conceituais do conhecimento algébrico nessa tarefa e conduzir os sujeitos por meio de uma sequência ordenada de encaminhamentos à tomada de consciência acerca desses elementos. Na proposta, é apresentada a informação de que o usuário do taxi deverá realizar o pagamento fixo da bandeirada, seguido do valor da quilometragem rodada. Nessa situação, já se tem a relação de **interdependência**, já que o **valor** (quantidade de dinheiro) que será pago pelo passageiro dependerá diretamente da quilometragem que o taxi rodar, ou seja, são duas **grandezas** distintas (valor e quilometragem).

A partir dessa interdependência entre o valor a ser pago pelo passageiro e a quilometragem rodada, pode-se reconhecer dois dos nexos anteriormente apresentados: a quantidade de quilômetros rodados é **variável** e irá variar em um determinado **campo numérico**; neste caso, o dos números reais positivos ( $\mathbb{R}_+$ ). A interdependência e a variação poderão ser representadas por uma **linguagem** algébrica, que expressa a possibilidade de **generalização** da relação entre o valor a ser pago pelo usuário e quilometragem rodada.

Assim, nessa tarefa, é possível identificar as grandezas envolvidas (quilometragem, valor a ser pago pelo usuário, por exemplo); a variação destas grandezas (da quilometragem e do valor a ser pago), que se encontra no campo dos números reais positivos; e a expressão destas grandezas por uma linguagem algébrica, que representará a generalização de uma solução para o problema.

Pautando-se no reconhecimento desses nexos envolvidos na tarefa, a análise leva em consideração uma das passagens da segunda tarefa síncrona, que ocorreu no mês de maio de 2021. Inicialmente, foi apresentado o problema do taxista (Figura 3, à esquerda), seguido de algumas indagações a respeito. No decorrer da leitura, o pesquisador comentou as respostas e foi mediando as discussões.

A intenção da tarefa era fazer com que os participantes reconhecessem os nexos conceituais do conhecimento algébrico. Para iniciar, realizou-se uma dinâmica (usando o Mentimeter<sup>7</sup>), na qual os participantes, de forma anônima, expuseram quais conceitos algébricos acreditavam estar presentes no problema (Figura 3, à direita).

**Figura 3**

*Problema do taxista e o Mentimeter desenvolvido com os participantes (Elaborada com base em Panossian, 2008)*

The image shows a screenshot of a Mentimeter poll. On the left, there is a math problem in Portuguese: "VAMOS praticar? O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado. Sendo assim, responda: a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km? b) Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri? c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)?" There is an illustration of a yellow taxi. On the right, the poll question is "QUAL CONHECIMENTO ALGÉBRICO ESTÁ ENVOLVIDO NESTA SITUAÇÃO?". The word cloud shows the following terms: "generalização", "proporcionalidade", "regularidades", "regularidade", "variáveis", "grandezas", "padrões", "proporção", and "variação".

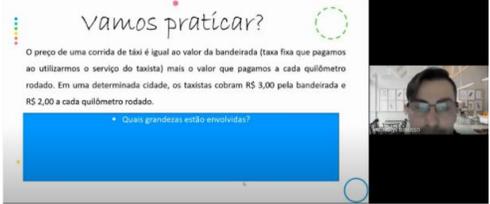
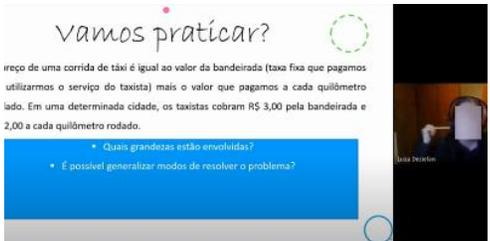
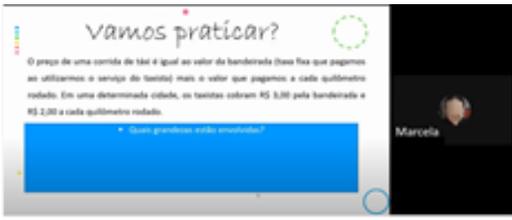
Após os participantes evidenciarem quais conceitos vislumbravam no problema, buscou-se conduzir estes ao reconhecimento da relação essencial do conhecimento algébrico, pois, quando se tem esse objetivo, não se inicia pelo cálculo do que deverá ser pago ao final de  $x$  km, mas sim “[...] de forma orientada chegam até este registro, garantindo a atribuição de significados aos símbolos utilizados” (Sousa *et al.*, 2014, p. 147)

Para isso, foram lançados questionamentos ordenados para os participantes: quais grandezas estão envolvidas? É possível generalizar modos de resolver o problema? Quais conceitos algébricos estão envolvidos? Quais grandezas estão variando? Adotou-se essa sequência, pois almejava-se conduzir os participantes a reconhecer e tomar consciência acerca da relação entre as grandezas variáveis da tarefa.

Os participantes foram convidados a partir da tarefa, identificar quais grandezas estavam presentes. No trecho selecionado o professor dialoga com Patrícia e Marcela sobre as grandezas identificadas no problema (Tabela 1).

<sup>7</sup> O Mentimeter é um aplicativo desenvolvido por uma empresa sueca que possibilita realizar apresentações com *feedback* em tempo real, mas mantendo o anonimato nas respostas fornecidas.

**Tabela 1***Tarefa síncrona 2 – Transcrição do diálogo entre pesquisador, Marcela e Patrícia*

N	Segmento de transcrição do processo formativo	Observações
1	<p>Pesquisador (01:02:36-01:02:37): <i>Vocês saberiam reconhecer quais as grandezas envolvidas?</i> [pausa]</p> <p>Pesquisador (01:02:40-01:02:43): <i>Qual são as grandezas que estão aí envolvidas?</i></p>	 <p>O pesquisador apresenta pergunta aos participantes sobre quais grandezas estão envolvidas no primeiro momento; como ninguém responde, este questiona novamente.</p>
2	<p>Patrícia (01:02:44-01:02:50): <i>Eu enxergo na situação, de primeiro, a distância, que é aquela em quilometragem</i> [pausa].</p>	 <p>Ao lado direito, Patrícia permaneceu com sua câmera aberta e, para identificar as grandezas, faz gestos circulares segurando um lápis na mão.</p>
3	<p>Pesquisador (01:02:50-01:02:55): <i>Isso! A quantidade de quilômetros rodado! Perfeito!</i></p>	<p>O pesquisador complementa com apontamento positivo a fala da participante Patrícia.</p>
4	<p>Marcela (01:02:55-01:02:56): <i>É o valor!</i></p>	<p>Marcela, antes do término da fala do professor, aponta que se trata do valor enunciado na situação-problema, com entusiasmo na sua fala.</p>
5	<p>Pesquisador (01:02:56-01:02:57): <i>O valor em que sentido o valor, 'profe'?</i></p>	<p>Pesquisador questiona Patrícia, buscando compreender à qual valor da tarefa ela se refere.</p>
6	<p>Marcela (01:02:57-01:03:01): <i>Um valor fixo, e o valor por quilômetro rodado.</i></p>	 <p>Marcela permaneceu com a câmera fechada durante sua fala, participando por meio de áudio. Ela explicou a que valor se referia em sua fala.</p>

Na transcrição dos segmentos, o pesquisador, após apresentar a tarefa, convida as participantes a vivenciar a prática matemática do reconhecimento das grandezas na situação, porém, no primeiro convite, impera o silêncio, sem manifestação das participantes, provocando um momento tenso. Com isso, o professor reforça novamente o convite, isto é, realiza mediação para gerar engajamento e participação ativa por parte dos professores.

Após o segundo convite, mesmo manifestando incerteza, considerando que iniciou seu discurso com a expressão ‘eu acho’, Patrícia posicionou-se explicando que se referia à distância em quilômetros rodados pelo passageiro, que interfere diretamente no valor que será pago ao final do trajeto. Outro ponto observado é que, no decorrer da sua fala, Patrícia faz várias pausas (Figura 4), indício claro de que buscava elementos para elaborar seu pensamento.

#### Figura 4

*Pausas na fala de Patrícia (01:02:44-01:02:50)*



Na linha 2 da Tabela 1, o pesquisador incentiva Patrícia, dizendo-lhe que seu raciocínio está correto, antes mesmo de a professora terminar seu discurso, Marcela exclama, com tom de entusiasmo (linha 4 da Tabela 1), que a grandeza se tratava do valor apresentado no problema.

Esse impulso apresentado por Marcela pode ser associado ao indício do processo de objetivação do conhecimento, pois, nessa passagem do problema, a participante demonstra ter identificado as grandezas envolvidas e que estas entraram em sua lógica de posse, fazendo com que ela se tornasse consciente a seu respeito.

Por meio do trabalho conjunto, o pesquisador buscou entender a que ela estava se referindo (linha 4 da Tabela 1). Marcela prontamente explica que se referia ao valor fixo presente no problema, bem como aponta que existe outra grandeza, que é fixa ao valor fixo da bandeirada. Não é possível reconhecer se Marcela compreendeu a distinção entre as grandezas, identificando as que variam e as que são fixas.

Após o problema do taxista, os participantes expuseram situações que já haviam explorado com seus estudantes e que acreditavam que envolvia nexos conceituais e o movimento lógico-histórico, à exemplo Denise:

**Denise (01:12:36-1:13:06):** *Eu tenho uma situação que eu trabalhei, mas é mais no concreto, assim, eu diria: o pão, ele custava R\$ 1,00, aí a gente foi nessa da multiplicação sabe? Se comprar dois pães vai dar R\$ 2,00, com a taxa do Ifood, que seria R\$ 5,00, para entrega, aí a taxa era fixa. Só que eu trabalhei essa situação, era R\$ 1,00 mesmo, e foi com o 2º Ano. [...]*

**Marcela (1:13:25-1:13:26):** *É dentro da realidade deles, do concreto.*

**Marcela (1:13:28-1:13:37):** *Quanto mais real for a situação que a criança vivencia culturalmente, melhor para você trabalhar.*

Denise busca correlacionar o seu exemplo com o movimento conduzido no problema do taxista. Entretanto, uma possível leitura que pode ser realizada sobre seu posicionamento é que ela não apresenta

seu foco na variação das grandezas, ou em seu reconhecimento, mas sim no processo associado ao trabalho de resolução aritmético de multiplicação e de aproximação à realidade cotidiana.

Nesse caso, os estudantes não têm como foco o reconhecimento das grandezas que variam, as relações existentes entre estas ou a variação entre o valor que corresponde ao  $Kg$  de pão e o custo total a ser pago. Antes, Marcela e Denise estão mais preocupadas em proporcionar o processo de organização do ensino voltado ao contexto dos estudantes, ao qual denominam de concreto, do que em reconhecer os nexos conceituais e suas relações.

Entretanto, é importante considerar que a análise realizada neste artigo é permeada pela interpretação dos pesquisadores e baseada no conhecimento da TO. Isso não significa que a interpretação reflita de forma integral o real sentido atribuído pelos participantes, considerando também a impossibilidade de se registrar todo o processo de pensamento na forma de linguagem. Mas, nessa breve exposição, é possível identificar alguns indícios da objetivação do reconhecimento das grandezas pelas professoras participantes a partir da tarefa encaminhada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste recorte da pesquisa do doutoramento, buscou-se identificar indícios do processo de objetivação do reconhecimento de grandezas variáveis em uma formação *online* com professores dos Anos Iniciais, à luz da TO, que se apresenta como uma possibilidade para estudo do processo de ensino-aprendizagem do conhecimento; neste caso, o algébrico.

Para se alcançar a intencionalidade proposta, apresentou-se o segmento saliente envolvendo o problema do taxista, no qual o pesquisador e três participantes (Marcela, Patrícia e Denise) trabalharam juntos, buscando atingir um objetivo único, isto é, compreender e identificar as grandezas envolvidas e sua variação no problema proposto.

A identificação da tomada de consciência por parte dos sujeitos evidencia-se no movimento da atividade, ao considerarem os diferentes meios semióticos, tensões e incertezas, durante o qual suas aprendizagens podem ser rastreadas. Neste caso, foi possível perceber a insegurança em relação ao reconhecimento da variação das grandezas e também em relação ao que seria o valor fixo de uma grandeza, além da preocupação com a aproximação à realidade dos estudantes no processo de organização do ensino.

Tem-se consciência das limitações em reconhecer os processos de objetivação e a atualização do saber em conhecimento unicamente pelo desenvolvimento de uma tarefa, por isso a necessidade de que outras tarefas como esta sejam desenvolvidas continuamente e analisadas por professores dos Anos Iniciais, como possibilidade de objetivação dos nexos conceituais do conhecimento algébrico. O labor conjunto em processos de formação ou mesmo diretamente na prática destes professores pode contribuir para a apropriação e objetivação do conhecimento algébrico, desde que conduzido continuamente. As possibilidades de que este trabalho conjunto venha a se realizar durante as ações

síncronas remotas também apresentam limitações, a saber: na possibilidade de interação (por exemplo: câmeras fechadas ou expressões em áudio que precisam ser sincronizadas e não podem acontecer simultaneamente) e no reconhecimento de expressões corporais e diferentes gestos dos participantes, o que limita consequentemente as análises.

Por fim, vale destacar que a TO apresenta-se como uma possibilidade a ser considerada nas diferentes pesquisas em Educação Matemática, pois permite-nos compreender os sujeitos envolvidos no processo como seres em formação, inacabados, que a cada momento estão no ato de tornar-se conscientes perante as práticas matemáticas.

## ESCLARECIMENTOS

Os autores não têm conflito de interesses a declarar. O artigo foi financiado com recursos próprios dos autores.

## REFERÊNCIAS

- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-443.
- Caraça, B. (1951). *Conceitos fundamentais da matemática*. Tipografia Matemática.
- Dias, M. S. L., & Pereira, A. C. (2019). A constituição do sujeito: Contribuições de Vygotski. Em M. S. L. Dias (Ed.), *Introdução às leituras de Lev Vygotski: Debates e atualidades na pesquisa* (pp. 153-172). Fi.
- Ferreira, M. C. N., Ribeiro, M., & Ribeiro, A. J. (2017). Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, 25(3), 496-514.  
<https://doi.org/10.20396/zet.v25i3.8648585>
- Góes, M. C. R. (1997). As relações intersubjetivas na construção de conhecimentos. Em M. C. R. Góes, & A. L. B. Smolka (Eds.), *A significação nos espaços educacionais: Interação social e subjetivação* (pp. 11-45). Papyrus.
- Gomes, L. P. S. (2020). *Introdução à álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise a partir da teoria da objetivação* [tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte]. Repositório Institucional da UFRN. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/29327>
- Gomes, S. C. (2016). *Teorias de aprendizagem em matemática: Um estudo comparativo à luz da Teoria da Objetivação* [tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte]. Repositório Institucional da UFRN. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/21949>

- Hegel, G. W. F. (2004). *A razão na História: Uma introdução geral à Filosofia da História* (B. Sidou, trad.). Centauro.
- Kaput, J., Blanton, M., & Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. Em J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 19-55). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781315097435-3>
- Leontiev, A. (1978). *O desenvolvimento do psiquismo*. Livros Horizonte.
- Luna, A. V. A., & Souza, C. C. C. F. (2013). Discussões sobre o ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, 15(4), 817-835.
- Marx, K. (1996). *O Capital* (vol. 1, tomo 1, R. Barbosa & F. R. Kothe, trad.). Nova Cultural.
- Marx, K., & Engels, F. (1977). *A ideologia alemã*. Grijalbo.
- Ministério da Educação [MEC]. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. MEC.
- Ministério da Educação [MEC]. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. MEC.
- Minosso, A., Panossian, M. L., & Lambach, M. (2021). Teoria da objetivação: Compreendendo o conceito de atividade. Em E. R. Navarro, & M. C. Sousa (Eds.), *Educação matemática em pesquisa: Perspectivas e tendências* (pp. 718-733). Científica Digital. <https://doi.org/10.37885/210102685>
- Molon, S. I. (2011). Notas sobre constituição do sujeito, subjetividade e linguagem. *Psicologia em Estudo*, 16, 613-622. <https://doi.org/10.1590/S1413-73722011000400012>
- Molon, S. I. (2019). *Subjetividade e constituição do sujeito em Vygotsky*. Vozes.
- Moura, M. O., Lopes, A. R. L. V., Araújo, E. S., & Cedro, W. L. (2019). *Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e práticas da organização do ensino*. Câmara Brasileira do Livro.
- Munhoz, A. P. G., Moura, M. O., Sousa, M. C., Guillen, J. D., & Tedeschi, W. (2018, 03-06 de setembro). *O movimento lógico-histórico na formação de professores e nas práticas de sala de aula* [painel]. XIX Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, Salvador, Bahia, Brasil.

- Panossian, M. L. (2008). *Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes: Indicadores para a organização do ensino* [dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo]. Biblioteca Digital da USP. <https://doi.org/10.11606/D.48.2008.tde-23012009-143154>
- Panossian, M. L. (2014). *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra* [tese de doutorado, Universidade de São Paulo]. Biblioteca Digital da USP. <https://doi.org/10.11606/T.48.2014.tde-14052014-153038>
- Panossian, M. L. (2021). A relevância do conhecimento algébrico nos Anos Iniciais: Compreensões a partir do movimento histórico e lógico. Em V. D. Moretti, & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural* (pp. 269-290). Livraria da Física.
- Panossian, M. L., Moretti, V. D., & Souza, F. D. (2017). Relações entre o movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. Em M. O. Moura (Ed.), *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural* (pp. 125-152). Edições Loyola.
- Pedroso, A. P. (2017). *Materiais concretos, História e ensino da Matemática: Interseções significativas para a prática pedagógica* [tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas]. Repositório da Produção Científica e Intelectual da Unicamp. <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2017.989618>
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(número especial), 103-129.
- Radford, L. (2011). *Cognição matemática: História, antropologia e epistemologia*. Livraria da Física.
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2014) De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18), 547-567.
- Radford, L. (2017a). A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. Em V. D. Moretti, & W. L. Cedro (Eds.), *Educação Matemática e a teoria histórico-cultural: Um olhar sobre as pesquisas* (pp. 229-261). Mercado de Letras.

- Radford, L. (2017b). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. Em Bruno D' Amore, & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 97-114). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2017c). Ser, subjetividad y alienación. Em Bruno D' Amore, & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 137-165). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2019). On the epistemology of the theory of objectification. Em U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3062-3069). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- Rosental, M. M., & Straks, G. M. (1960). *Categorías del materialismo dialéctico*. Grijalbo.
- Sousa, M. C. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: Um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental* [tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas]. Repositório da Produção Científica e Intelectual da Unicamp.  
<https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2004.310000>
- Sousa, M. C. (2018). O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. *Obutchénie - Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, 2(1), 40-68.  
<https://doi.org/10.14393/OBv2n1a2018-3>
- Sousa, M. C., Panossian, M. L., & Cedro, W. L. (2014). *Do movimento lógico e histórico à organização do ensino o percurso dos conceitos algébricos*. Mercado de Letras.
- Vigotski, L. S. (2010a). *A formação social da mente*. Martins Fontes.
- Vigotski, L. S. (2010b). *Pensamento e linguagem*. Martins Fontes.

**Como citar este artigo:**

Minosso, A., & Panossian, M. L. (2023). Reconhecimento de grandezas variáveis por professores dos Anos Iniciais: Um olhar pela teoria da objetivação. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 3(3), e202314. <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i3.72>



Copyright © 2023. Anderson Minosso, Maria Lucia Panossian. Esta obra está protegida por una licencia [Creative Commons 4.0. International \(CC BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

*[Resumen de licencia - Texto completo de la licencia](#)*