Concepciones de Profesores de Bachillerato sobre la Demostración Matemática en contexto escolar

María Victoria **Ramos** Abundio
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
México
vick.ramath@gmail.com
Gema Rubí **Moreno** Alejandri
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
México
alejandrigemath@gmail.com
Efrén **Marmolejo** Vega
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
México
efrenmarmolejo@yahoo.com

Resumen

Este trabajo se enmarca dentro de las investigaciones sobre las concepciones del profesor de matemáticas y de aquellas relacionadas con las prácticas de la demostración en el aula. Se busca con este proyecto reportar concepciones que evidencian profesores de Bachillerato sobre la demostración matemática en la Geometría escolar, teniendo como referencia significativa para el análisis las funciones de la demostración que establece De Villiers (1993).

Palabras clave: concepciones de profesores, demostración, contexto escolar, Geometría y Bachillerato.

Introducción

La Dirección General de Bachillerato, en México, a partir del ciclo escolar 2009-2010 incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior cuyo propósito es fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo, en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las e

El programa de estudio de la Dirección General del Bachillerato 2013 de la asignatura de MATEMÁTICAS II, que pertenece al campo disciplinar de MATEMÁTICAS y se integra en cuatro cursos, conforme al marco curricular común, tiene la finalidad de

> *"propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y construcción de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar; para seguir lo anterior se establecieron las competencias disciplinares básicas del campo de las matemáticas, mismas que han servido de guía para la actualización del programa (7, 2013)".*

Además, algunos de los bloques en los que se subdivide el plan de estudios, específicamente dentro de las actividades de enseñanza se establece que el profesor demostrará a los alumnos "el teorema de Pitágoras", "el teorema de Thales", etc. Sin embargo, no se pide que el alumno demuestre y no se hace énfasis en enseñar, no se enseña al alumno a demostrar los teoremas. Esta situación hace necesaria la reflexión, puesto que la demostración (concepto central de la matemática como ciencia), ocupa un rol poco esclarecido en los documentos curriculares del bachillerato en la práctica dentro de su enseñanza.

En consecuencia, centrándonos en la labor docente de matemáticas en la planeación didáctica y la gestión de los procesos de aprendizaje relativos a la demostración, y su instrumentación surgen preguntas como las siguientes: ¿cómo concibe el profesor la demostración en las clases de matemáticas?, ¿qué características, en su opinión, poseen las situaciones en las que se cuestiona la validez de argumentos?, ¿cómo gestiona los procesos de argumentación y los procesos de validación?, etc.

Ahora bien, relacionado con estas cuestiones, investigaciones evidencian, al menos, tres líneas directrices: la importancia de las situaciones y procesos de validación, el desempeño de los alumnos ante el proceso de argumentación en el aula (Duval, 1999; Boero, 1999; Balacheff, 2000; Marmolejo y Moreno, 2012; Crespo, 2005), y, concepciones que tiene el profesor ante este mismo proceso (Crespo, 2005, Araujo, Giménez Rodríguez y Rosich Sala, 2006). Esta investigación se perfila en la tercera de estas líneas: busca identificar las concepciones del profesor de matemáticas de bachillerato acerca de la demostración matemática en contexto escolar.

Son de suma importancia, las investigaciones relativas al estudio de las concepciones del profesor, pues, en palabras de Llinares (1999), las concepciones inciden en la forma de enseñar del profesor, reflejando así la forma en que éste aprendió. En la misma dirección, De Gamboa, Planas y Edo (2010) afirman que existen diversas causas que contribuyen a dar explicación, al por qué los alumnos llegan a manifestar dificultades para desarrollar argumentaciones matemáticas, señalando que algunas de ellas se ven reforzadas por las dificultades de argumentación que experimentan algunos maestros de matemáticas. Remarcándose así, lo esencial del papel de las prácticas argumentativas desde la perspectiva del profesor.

Ahora bien, tradicionalmente el papel de la demostración en la enseñanza, en opinión de varios autores, se ha reducido su único tratamiento sustancial: el ámbito de la geometría euclidiana (Knuth, 2002; Wu, 1996). En particular, Wu (1996) argumenta que la escasez de la demostración fuera de la geometría es una tergiversación de su naturaleza y, en general, afirma esto contribuye a la formación de una imagen totalmente falseada de las matemáticas en sí.

Sin embargo, Araujo *et al.* (2006) arguye una razón por la que posiblemente existe una gran cantidad de estudios que usan situaciones en el contexto de la geometría euclidiana para observar las situaciones y procesos de validación: *"la Geometría es una disciplina que por cierto tiempo y en algunas culturas ha sido el paradigma para mostrar estos procesos de forma solvente, puesto que casi no se ha fomentado una cultura argumentativa fuera de la demostración clásica que estableciese conclusiones a partir de premisas y definiciones anteriormente reconocidas".*

Lo anterior, aunado a la presencia explícita y de manera única de la demostración en el programa de estudios de Matemáticas II (con contenidos de Geometría y Trigonometría), este trabajo se centra en la pregunta investigación: *¿Qué concepciones sobre la demostración en la geometría escolar evidencian profesores de Bachillerato?* Así, el objetivo de la investigación es identificar y caracterizar concepciones de un grupo de profesores de Geometría en Bachillerato acerca de la demostración en contexto escolar.

Marco Conceptual

En esta investigación asumiremos la definición de concepciones en consonancia con la propuesta por Ponte (1994):

> *"las concepciones son marcos organizadores implícitos de conceptos, con una naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas".*

A modo de filtros, las concepciones son, a la par, condición y límite de nuestro conocimiento de la realidad. Además, permiten interpretar esta realidad a la vez que son elementos bloqueadores de esta interpretación (Ponte, 1992).

Tal como señala Gil y Rico (2003), las concepciones son mantenidas con plena convicción, son consensuadas y tienen procedimientos para valorar su validez. En tanto que, *las creencias son las "verdades" incontrovertibles personales en poder de todo el mundo, que se deriva de la experiencia o de la fantasía, con un fuerte componente afectivo y evaluativo*.

El interés en el estudio de las concepciones se basa en el supuesto de que este substrato conceptual juega un papel esencial en el pensamiento y la acción. En lugar de referirse a conceptos específicos, constituyen una forma de organización de ellos, de ver el mundo, de pensar. Sin embargo no pueden reducirse a los aspectos observables más inmediatos de la conducta y no se evidencian con facilidad.

Ahora bien, aunque es importante el análisis de las concepciones del profesor sobre la demostración matemática como objeto científico, el interés de esta investigación se centrará en analizar cuál es la concepción del profesor sobre este objeto desde la enseñanza. Así que se asume a la demostración matemática no sólo en el sentido formal, sino que también en sus posibles matices escolares. De manera que, el análisis que se hace sobre las concepciones de la demostración en este trabajo de investigación tiene varias dimensiones que se asumen como categorías de análisis: Tipo de demostraciones, Naturaleza de la Demostración en la Matemática Escolar y Funciones de la Demostración Matemática.

Niveles de Formalidad de la demostración

Knuth (2002b) categoriza en tres diferentes grados de formalidad a la demostración, de acuerdo a las respuestas del profesor: pruebas formales, pruebas menos formales, y pruebas informales.

- **Pruebas formales.** Las descripciones son de naturaleza muy ritualista, vinculada en gran medida a los formatos prescritos y/o al uso de un lenguaje en particular (cf. Martin & Harel, 1989, citado en Knuth, 2002b).
- **Pruebas menos formales.** Son pruebas que no necesariamente tienen una estructura rígidamente definida o no se perciben como "matemáticamente rigurosa".
- **Pruebas informales.** Las pruebas de esta naturaleza podrían describirse mejor como argumentos en los que uno ofrece razones para justificar las acciones matemáticas propias o presentar ejemplos para respaldar las afirmaciones de uno (en ambos casos, los argumentos no se considerarían pruebas válidas).

De manera análoga, en este trabajo de investigación, pretendemos en esta categoría identificar los niveles de formalidad de la demostración en el contexto escolar, conciben los profesores.

Naturaleza de la Demostración en la Matemática Escolar (ME)

Con respecto a la naturaleza de la demostración matemática en bachillerato se asumieron tres subcategorías para el análisis de la información, a continuación se describen:

- **Importancia de la demostración en la ME.** Se refiere a todo aquello que tiene que ver con lo que para él consiste una demostración (como objeto de enseñanza) y la importancia que el profesor le asocia a la demostración para ser enseñada en el aula.
- **Demostración en el currículo.** Tiene que ver con la interpretación que el profesor hace sobre las recomendaciones y particularidades establecidas en los programas de estudios en relación a la demostración.
- **Demostración para los estudiantes.** Se refiere a aquellos aspectos que el profesor considera posee un estudiante para introducirlo a la demostración y en ese sentido que evalúa de ellos al desarrollar una demostración en contexto escolar.

Las funciones de la demostración matemática

Se entiende por *función de la demostración* al propósito o a la utilidad que tiene la demostración para quién la propone o para quien la interpreta. En este sentido, es de gran utilidad la caracterización que reporta De Villiers (1993) sobre las funciones de la demostración en matemáticas.

Una caracterización sobre las funciones de la demostración en matemáticas, según De Villiers (1993), sin orden específico de importancia se describe a continuación:

- **Verificación.** La demostración se ocupa de la veracidad de un enunciado.
- **Explicación.** La demostración proporciona información sobre por qué es cierto determinado enunciado.
- **Sistematización.** Otra función es la de organizar varios resultados en un sistema deductivo de axiomas, los principales conceptos y teoremas.

- **Comunicación.** La demostración comunica conocimiento matemático.
- **Descubrimiento.** La demostración juega un papel importante en el descubrimiento o la invención de nuevos resultados.

Aunque las cinco funciones pueden ser diferenciadas unas de otras, a menudo están intrínsecamente relacionadas en casos específicos. En algunos, ciertas funciones pueden dominar sobre otras, en otros casos, algunas de estas funciones son inexistentes.

Metodología

Adaptamos la metodología que Knuth (2002a y 2002b) ha utilizado en su trabajo, considerando dos fases para estudiar las concepciones de los profesores: primero, desde la postura del profesor como alguien que tiene conocimiento matemático y segundo, desde la postura como profesor de matemáticas. Nuestra atención se centra en la segunda fase, sin embargo los resultados de la primera fase son de interés en el análisis de la segunda.

Sujetos de estudio

Los participantes son profesores de matemáticas de bachillerato en servicio. La selección de dichos participantes se hizo considerando las siguientes características:

- Adscritos al subsistema Colegio de Bachilleres (COBACH) de distintos planteles educativos del estado de Guerrero.
- Con formación académica que les haya proporcionado cierta experiencia con la demostración matemática.
- Que tuvieran más de cuatro años de experiencia docente de Matemáticas en ese nivel educativo.
- Que hubiesen impartido al menos un par de veces la asignatura cuyo contenido temático es referente a la Geometría y Trigonometría.

Proceso metodológico para la recolección de datos

La fuente de datos consistió en dos entrevistas semi-estructuradas. Cada entrevista duró aproximadamente una hora y media, fue grabada en audio y video, a partir de dos fases distintas constituidas por etapas como se muestra en la figura 1. El objetivo de las entrevistas, es identificar las categorías establecidas en el marco conceptual, en las respuestas del profesor.

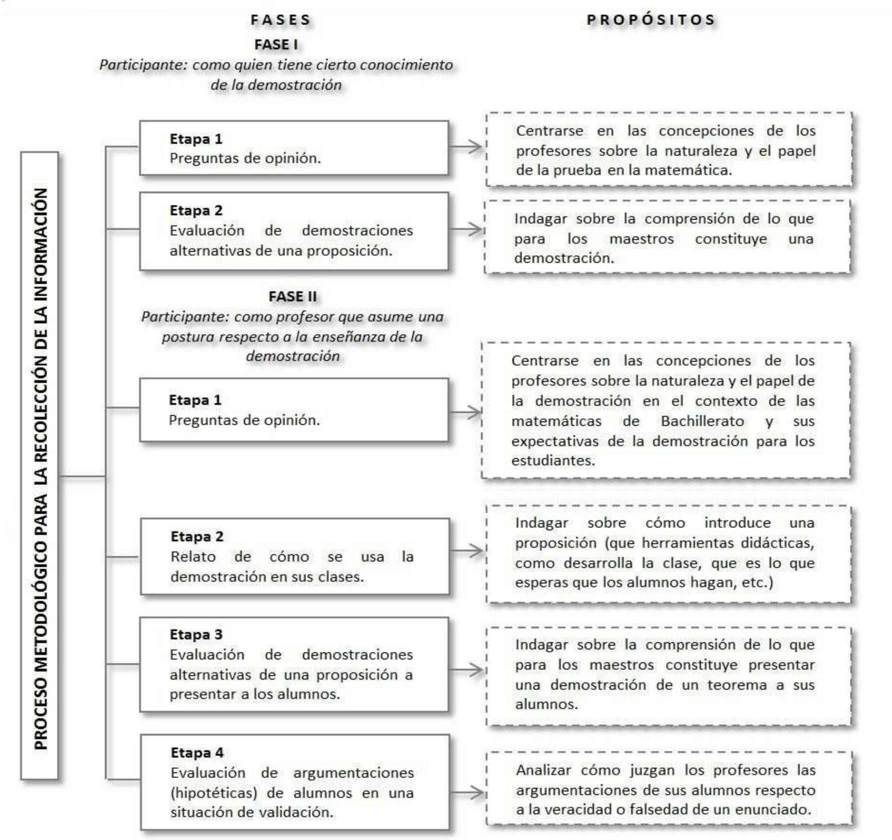

Figura 1. Proceso metodológico para la recolección de datos.

Proceso metodológico para el análisis de datos

Para la transcripción de las entrevistas grabadas se optó por considerar las convenciones ortográficas según Farías y Montero (2005), sin embargo se añadieron y/o modificaron algunas de ellas, de acuerdo al contexto en el que se desarrolló la investigación y con el fin de comprender mejor el discurso del profesor (Pinto, 2008).

Una vez realizada la transcripción, se procedió al análisis de estas, considerando las categorías establecidas. Como se muestra en la siguiente figura:

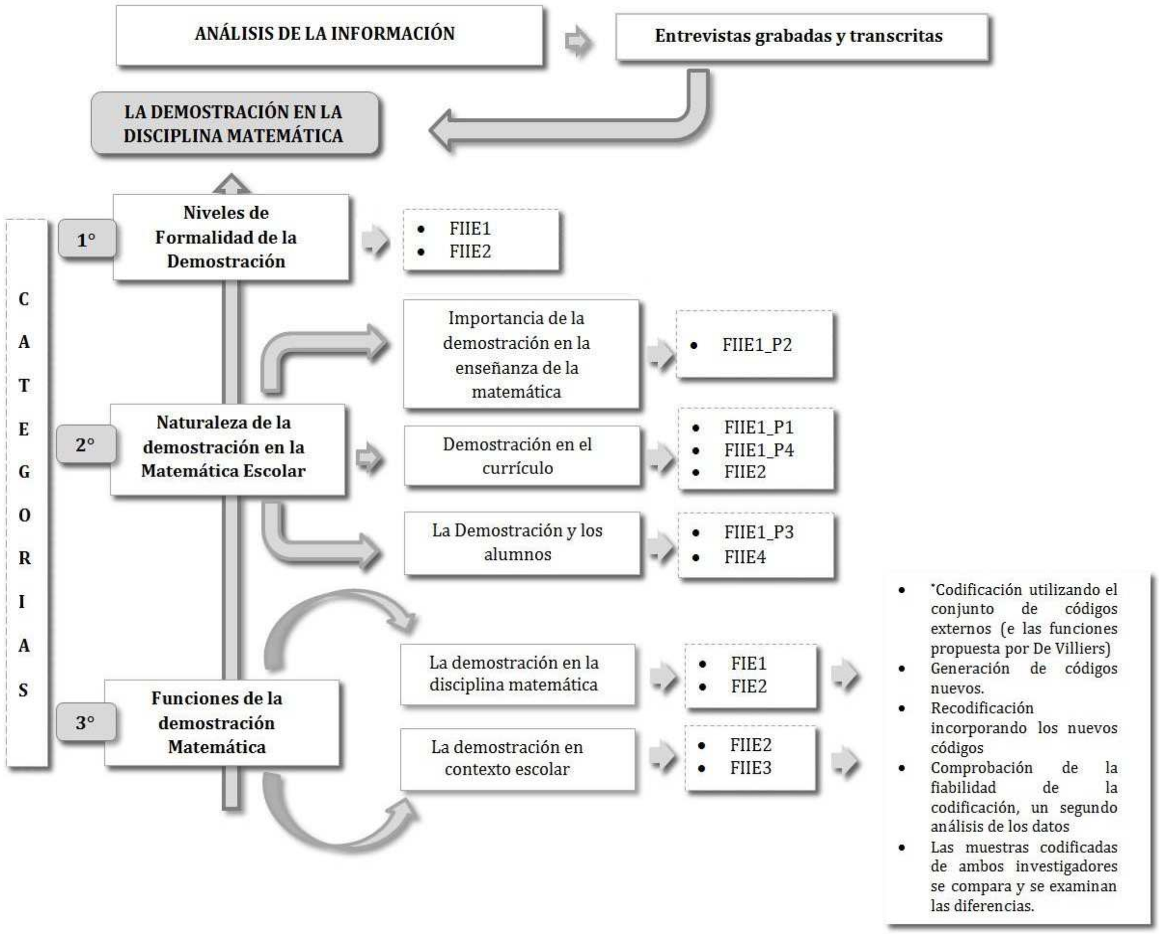

*Figura 2.*Proceso metodológico para el análisis de la información.

Resultados

En este apartado, por cuestiones de espacio sólo se presenta el caso del profesor A, de los tres analizados y, de manera general, se presenta en contraste las concepciones de los tres profesores participantes.

Los tres profesores participantes, poseen antecedentes biográficos, formación profesional y experiencia docente heterogénea. Sus años de experiencia variaban de tres a veintinueve años y sus materias que impartían variaban, pero todos han impartido Geometría en más de 4 ocasiones.

Caso profesor A

Respecto a la demostración matemática, ésta es concebida como 'una serie de pasos dan cuenta de dónde proviene' o 'del porqué de la validez' de un enunciado. Incluso, el profesor asume que una propiedad matemática se demuestre significa buscar 'como explicarla o como aplicarla'.

En relación a la argumentación y la demostración:

- Considera que, en el contexto matemático, 'argumentar es dar un punto de vista y demostrar es decir el por qué algo es válido', señalando una significativa diferencia entre estas palabras.

- En el contexto escolar, usa ‘argumentación’ asociándole la exigencia del ‘por qué’. Por otro lado, en cierto momento asocia un argumento con la acción de ‘probar’ y lo coloca al mismo nivel de otro que a su vez asocia con ‘demostrar’. De esta manera, deja clara una relación cercana (incluso equivalente) entre ‘demostrar’, ‘argumentar’ y ‘probar’.

Esta apertura a la semántica de la palabra ‘demostrar’, tuvo como consecuencia que en el proceso de evaluación de argumentos hiciera uso (como redundantes) de las palabras ‘explicar’, ‘demostrar’, ‘argumentar’ y ‘probar’.

Considera esta ‘serie de pasos’ con tres niveles de formalidad: 'demostración rigorista', 'demostración no tan rigorista', y, 'demostraciones visuales'.

Marca una diferencia entre ambos contextos (matemático y escolar) sólo indicando que preferentemente no se debe llevar a la práctica escolar una demostración ‘rigorista’. Incluso asume que las 'demostraciones medio formales' y las 'informales' son suficientes para que el alumno se convenza de la validez de un enunciado, y ya no sienta la necesidad de saber el porqué.

Respecto a las funciones que le asocia a la demostración en ambos contextos:

- En el contexto matemático, hace alusión a la función de verificación de la demostración matemática, pero evidenció su inclinación por la función explicativa de la misma. Incluso, recalca la importancia de la visualización en el proceso de demostración. En este contexto identifica a las 'demostraciones visuales', aunque no las cataloga como 'demostraciones formales'.
- En el contexto escolar, las funciones de la demostración matemática asociadas fueron: la explicación y la verificación (principalmente cuasi-empírica). Destacando de esta última el potencial de la visualización en ella.

En la evaluación de los argumentos que pretendían demostrar un enunciado o fundamentar su validez el Teorema de Pitágoras, en el contexto matemático aunque distinguió diferentes niveles de demostraciones, no pudo establecer los requisitos necesarios para que un argumento alcanzara el estatus de demostración matemática en sentido formal. Es posible observar una comprensión y asimilación elemental y concreta de la demostración según Zillmer (1981), pues en sus evaluaciones de argumentos mostró que comprende la demostración matemática pero no evidenció la estructura lógica de los enunciados o una toma de conciencia de las inferencias ni de las reglas de inferencias usadas. Más bien, sus criterios de evaluación, tanto en contexto escolar como el contexto matemático, se vieron determinados por aspectos no de tipo: predilección, uso previo del argumento en su práctica docente, la familiaridad con los contenidos inmersos en el argumento, y, la poca o nula explicación. En general, mostró una tendencia a priorizar el pensamiento inductivo, de ahí que se concentrara en la exigencia de ejemplos y no, por ejemplo, en cuestionar cómo se infería la conclusión deseada.

Aún más, la confianza y la convicción, en su caso, no estaba atada a la función de la demostración sobre la verificación (en un sentido formal), ni siquiera a la de explicación, más bien se fundamentaba en la visualización y la predilección.

Se declara a favor de lo que el Programa de estudios propone respecto a ‘demostrar’. De hecho, propone que el tratamiento didáctico-metodológico que le da al Teorema de Pitágoras en el aula considera: Construcción de un rompecabezas pitagórico - Armado del rompecabezas como 'demostración visual' - 'Demostración más rigorista' con predominio algebraico. Sin embargo, reconoce que generalmente pasa por alto actividades de demostración y 'únicamente introduce a través de ejemplos' los teoremas y se lamenta de que los alumnos se queden 'sin un sustento del porqué'.

También, es interesante que el profesor A, alertara sobre un fenómeno que percibe a la hora de introducir la demostración matemática en el aula: si primero se trabaja con rompecabezas, el alumno acepta como considerar válido al Teorema de Pitágoras con tan solo esos argumentos de tipo empírico. Si después se aborda una demostración cuyo contenido conceptual es esencialmente distinto al involucrado en los rompecabezas, advierte que los alumnos no lograrían entender con qué intención se abordaría la otra demostración. Así, asume que la verificación, no la formal, sino la cuasi-empírica, resulta suficiente para que el alumno se convenza de la validez de un enunciado, y ya no sienta la necesidad de saber el porqué.

La comprensión elemental de la demostración matemática forma parte fundamental en las decisiones que toma en el ámbito escolar acerca de la demostración en este contexto, esto es evidente en las evaluaciones de argumentos que realizó. Su formación profesional también es relevante de manera significativa, pues lo que considera 'rigorista' y 'no tan rigorista' así como su aceptación de las 'demostraciones visuales' deviene de su experiencia en cierto curso en la Licenciatura y lo toma como parámetro para evaluar su quehacer en el aula. Y otro aspecto trascendente en su toma de decisiones es el gusto adquirido al obtener mejores resultados en su práctica docente.

El contraste entre las concepciones de los profesores

Los profesores entrevistados manifestaron diferentes puntos de vista acerca de la demostración matemática en relación a su función y al propósito que esta tiene en el aula de clase. En general, los tres casos analizados son una muestra de que, en concordancia con la investigación de Crespo (2004) "la demostración, concepto central en la matemática como ciencia, no lo es dentro de su enseñanza".

Las funciones de la demostración, propuestas por De Villiers, en la matemática escolar que se evidenciaron en las entrevistas son sólo dos, la de verificación y la explicativa. Sobresaliendo la explicación del porqué de manera significativa.

La función de la verificación de la demostración fue evidenciada, con diferente enfoque:

- Por dos profesores como un medio para establecer que una proposición sea verdadera o falsa, a partir de argumentos cuasi-empíricos, resultándoles suficiente para que al alumno se convenza de la validez de un enunciado y ya no sienta la necesidad de saber el porqué.
- Mientras que para el otro, su postura deja ver que los argumentos cuasi-empíricos no son suficientes para que una argumentación logre el estatus de una demostración matemática, sino procura fundamentar sus afirmaciones usando algunas reglas de inferencia.

La función explicativa de la demostración fue asumida por los profesores en dos sentidos:

- Dos profesores al referir esta función de la demostración, su enfoque tiene una apertura tal que no se centraba en el razonamiento a nivel concepto, sino de manera global (sin dar mucho detalle y evidenciando basarse en fenómenos visuales o hechos sin fundamentos pero para ellos evidentes) mostrar como una declaración llega a ser cierta.

- Otro profesor deja ver que esta función de la demostración matemática se centra en el razonamiento en los conceptos matemáticos subyacentes que determinan por qué un enunciado es verdadero, pero se declara en contra de que se realicen demostraciones matemáticas en el nivel bachillerato.

Es interesante que en la identificación de las funciones de la demostración matemática en contexto escolar se dejara de lado: el desarrollo del pensamiento lógico; el papel de la interacción social y, por ende, el reconocimiento de la matemática como una construcción social; y, su papel en la producción de conocimiento por parte del alumno.

También es de interés que los tres profesores afirman que trabajan en el aula usando como eje principal la resolución de problemas, pero excluyen los problemas de deducción de la categoría de problemas.

Ahora bien, en el caso de los profesores A y C, la convicción de la validez de varias afirmaciones incluidas en los argumentos a evaluar, provenían de sustentos empíricos y su análisis está fundamentado en unas creencias que no se hacen explícitas y ni son analizadas por el sujeto mismo. A modo de ejemplo, está el caso en el que el profesor A, elige como buen argumento para validar el enunciado *"la suma de los ángulos interiores de un triángulo"* el argumento de David:

> *"Si ponemos tres puntos en línea, vemos que no se forma ningún ángulo…, pero en el momento de mover uno vemos que se puede unir, creando ángulos"*

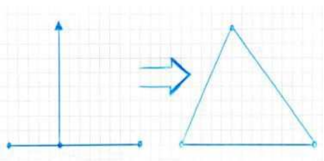

*Figura 3.*Representación hecha por David.

Este profesor afirma que este argumento es el más convincente reinterpretando la intencionalidad y el supuesto fundamento de este alumno al argumentar, al descifrarlo así:

> *"Sabemos que cuando le ponemos el transportador, mide 180 […] Aquí no tenemos ningún triángulo formado, sino que lo que está haciendo es poner tres puntos, pero lo que está haciendo… por ejemplo, con un programa GeoGebra u otro, lo que podemos hacer es jalar el punto de en medio hacia arriba y formamos lo que es el triángulo y sabemos que va a medir exactamente lo mismo que mide acá [refiriéndose al ángulo llano] que mide 180°. Si jalamos el punto de en medio y lo ponemos aquí y ponemos el transportador tenemos que estos 180° se repartieron en los tres puntos… Siento que está muy claro, muy lógico y el que más me gusta es este […]".*

En su elección de este argumento no profundizó lo suficiente en los conceptos matemáticos subyacentes, no se aseguró de que la conclusión de la argumentación fuera equivalente a la tesis del enunciado, tampoco cuestionó si tiene sentido que el mover el vértice de un ángulo llano, implique que *"el ángulo de 180° se tiene que repartir entre los tres"*. Simplemente lo afirmó con una fuerte convicción como evidente. Los fenómenos que visualmente percibe como reales y explicables, desde su punto de vista, se vuelven el fundamento principal para identificar como verdadero o falso un enunciado.

En general, en los procesos de evaluación de argumentos, estos profesores no cuestionan las reglas de validación movilizadas por sí mismos en este proceso para fundamentar su posición.

Sólo los profesores A y B reconocieron cierto valor prototípico de un ejemplo. Para el profesor C, el campo semántico de la palabra 'demostrar' incluía a la ejemplificación. A este respecto, Balacheff (2000) advierte de un fenómeno didáctico acerca de la utilización de los ejemplos para propósitos de enseñanza y el significado para los alumnos: Los ejemplos permiten mostrar algunas propiedades, pero también reciben la condición de hecho, lo cual oscurece la necesidad de los procesos de demostración.

Respecto al momento en el que los estudiantes deberían ser introducidos a la demostración, los profesores A y C sugirieron que se podrían con contenidos geométricos. A uno de ellos, le pareció que es conveniente desde nivel Bachillerato, mientras que el otro opina que es posible desde la educación secundaria e inclusive en otras áreas, como el álgebra. Y el profesor B la ubica solamente para el nivel Universitario y en carreras con especialización matemática.

Todo lo anterior incide directamente en su opinión y bajo sus percepciones afirman sobre la conveniencia de la demostración en el nivel bachillerato.

La influencia del programa curricular, respecto a la demostración en contexto escolar, en la práctica docente de los profesores entrevistados no es significativa, pues el énfasis promovido gira en torno a que el alumno resuelva ejercicios o problemas de su entorno aplicando los teoremas de Tales y Pitágoras (únicos contenidos en los que se hace explícita a la demostración). Aunado a ello, la poca claridad de lo establecido en el programa curricular a este respecto influye en que sea interpretado únicamente a partir de lo que el profesor concibe como demostración en contexto escolar.

Estas características de su formación en la licenciatura de cada profesor tienen clara correspondencia con el nivel mostrado en la comprensión de la demostración.

De manera subyacente, es posible vislumbrar lo que para los profesores es la matemática como medio para la estructuración del entorno mediante el planteamiento, análisis y solución de problemas y/o como consideración de las problemáticas surgidas de la construcción de la matemática, de sus formas de trabajo y de pensamiento. Esta visión juega un papel importante en la emisión de juicios respecto a lo que constituye una demostración matemática.

En conclusión, observamos, que profesores del mismo subsistema con un perfil similar, tienen concepciones distintas sobre la demostración en contexto escolar y, cómo es que éstas influyen en la interpretación del programa de estudios y las decisiones que toman en el proceso de planificación. De modo que, esta investigación reafirma que las concepciones inciden en la forma de enseñar del profesor.

Referencias y Bibliografía

Araujo, J., Giménez, J., & Rosich, N. (2006). Afectos y demostraciones Geométricas en la formación inicial docente. *Enseñanza de las ciencias, 2*(3), 371-386.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas.* Recuperado de: http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/52/01/33/PDF/Balacheff2000Proceso.pdf

Boero, P. (1999). Argumentación y demostración. Una relación compleja, productiva e inevitable en la Matemáticas y la Educación Matemática. *Preuve*. Recuperado de: http://www.lettredelapreuve.it/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeES.ht

Crespo, C. R. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el Aula. *Revista Premisas, 24*, 23-29. Recuperado de: http://www.soarem.org.ar/revistapremisa.htm#

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon, 26*, 16-30.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Godino, J., & Recio A. (1997). Significado de la demostración en educación matemática. *Preuve.* Recuperado de http://www.lettredelapreuve.it/OldPreuve/Resumes/ Godino/Godino97ES.html

Knuth, E. (2002a). Secondary school mathematics teachers'conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(5), 379-405.

Knuth, E. J. (2002b). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(1), 61-88.

Marmolejo, E., & Moreno, G. (2012). La demostración en contexto escolar: Argumentación en la "Demostración". *Trabajo presentado en XIV Evento Internacional "MATECOMPU 2012"*. Noviembre, Cuba.

SEP (2013). P*rograma de Estudio de Matemáticas II de la Dirección General del Bachillerato.* México, D. F.

Zillmer, W. (1981). *Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Ministerio de cultura. Cuba: Editorial de Libros para la Educación.