



## INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PONTOS E CONTRAPONTOS

*Mathematical Investigation in Mathematics Education: points and counterpoints*

**Paulo Wichnoski**

Doutor em Educação em Ciências e Educação Matemática  
Universidade Estadual do Centro-Oeste – Paraná – Brasil  
wichnoski@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0003-1183-0897>

### Resumo

Com caráter ensaístico, este texto tem o objetivo de colocar em voga, alguns pontos relativos à Investigação Matemática na Educação Matemática, que são frequentemente abordados sob o mesmo discurso teórico e, para eles, aventar contrapontos. Nomeadamente, os pontos em pauta são: i) a compreensão da Investigação Matemática assentada no verbo investigar; ii) a característica de abertura das tarefas de Investigação Matemática; iii) a divergência da atividade de Investigação Matemática como característica distinguível da Resolução de Problemas; iv) a aproximação da Investigação Matemática com a atividade do matemático cientista e v) os contextos possíveis para a efetivação da Investigação Matemática. Os contrapontos apresentados, emergem de um pensar que, articulado e expresso, pode ensejar o confronto de ideias e ser um convite para refletir sobre o caráter peremptório desses discursos.

**Palavras-Chave:** Investigação Matemática; Ensino de Matemática; Ensaio Teórico.

### Abstract

With an essayistic character, this text aims to bring into vogue some points related to Mathematical Investigation in Mathematics Education, which are often approached under the same theoretical discourse, and to suggest counterpoints to them. In particular, the points at issue are: i) the understanding of Mathematical Investigation based on the verb to investigate; ii) the characteristic of opening the Mathematical Investigation tasks; iii) the divergence of the activity of Mathematical Investigation as a distinguishable characteristic of Problem Solving; iv) the approximation of Mathematical Investigation with the activity of the scientist mathematician and v) the possible contexts for the realization of Mathematical Investigation. The presented counterpoints emerge from a thinking that, articulated and expressed, can give rise to the confrontation of ideas and be an invitation to reflect on the peremptory character of these discourses.

**Keywords:** Mathematical Investigation; Mathematics teaching; Theoretical Essay.

## Introdução

A Investigação Matemática é uma das perspectivas de ensino, que permeiam as pesquisas e subsidiam práticas pedagógicas no âmbito da Educação Matemática. Todavia, ao que parece, há uma propagação de discursos que reproduzem argumentos de outrem, derivados de uma compreensão acerca da Investigação Matemática em termos operacionais, no sentido de saber fazer ou fazer o que a teoria diz. Do ponto de vista pedagógico, há uma crença de que ela está dada absolutamente e, do ponto de vista científico, há um esforço para comprovar os fatos mediante a observação empírica. As exceções, recaem em argumentos repetitivos, naturalísticos e incipientes para esclarecer novos aspectos.

Essa ingenuidade, “proveniente do apego temático [...] que não leva em consideração a dimensão de questionamentos concernentes à razão, à subjetividade produtora” (HUSSERL, 2009, p. 663), tem me despertado estranheza. Com Heidegger (2015), compreendo que esse estranhamento é um indicativo da não familiaridade com aquilo que, a mim, se revela estranho e, portanto, mostra uma disposição para a angústia que “retira a presença de seu empenho decadente no ‘mundo’. Rompe-se a familiaridade cotidiana” (HEIDEGGER, 2015, p. 255).

Estar com esses discursos e por eles ser angustiado, é algo que possibilita romper a familiaridade com os modos corriqueiros de compreendê-los, abrindo-se a outros, pois “a interpretação e a fala cotidianas constituem a prova mais imparcial de que, enquanto disposição fundamental, a angústia constitui uma abertura” (HEIDEGGER, 2015, p. 255). Este é, pois, o objetivo desse texto: expor reflexões acerca de alguns discursos presentes no campo da Investigação Matemática na Educação Matemática e a eles estabelecer contrapontos, os quais podem se constituir novos pontos e ensejar outros contrapontos.

O texto que aqui exponho, veio se fazendo com o confronto teórico e prático emergente de situações de ensino na Educação Básica, na Educação Superior, na formação inicial de professores e em pesquisas acadêmicas com foco na Investigação Matemática. Ao trazer para o título o termo *contrapontos*, desejo exprimir a “ideia de oposição ou contraste” (FERREIRA, 2010, p. 196), mas, também, a ideia de polifonia, enquanto uma “composição a várias vozes” (FERREIRA, 2010, p. 595), que embora diferentes, se harmonizam. Com isso, pontuo que ainda que haja um confronto de ideias, um rompimento com o já estabelecido, as ideias ensaiadas e apresentadas não se cristalizam na objetividade da linguagem, mas se abrem à réplica prospectiva.

Com essa exposição preliminar, que justifica a pertinência do trabalho e explicita seu objetivo, apresento, na próxima seção, um texto argumentativo que se constrói entre pontos e contrapontos.

## Entre pontos e contrapontos

A Investigação Matemática e a Resolução de Problemas, são vistas como abordagens pedagógicas relacionadas com a inquirição matemática. Todavia, os limites que as diferenciam nem sempre são bem estabelecidos, e as discussões que as tematizam esbarram na falta de clareza acerca dos significados dos termos *problema* e *investigação* (ERNEST, 1996). Isso pode se constituir em obstáculo para a adoção dessas perspectivas como modos de ensinar matemática, pois “se os [pesquisadores e] professores não são explícitos quanto à distinção a ser feita entre problemas e investigações, então as crianças não podem ter grande confiança nas instruções que sugerem que eles devem ‘investigar o problema’ ou ‘explorar a investigação’” (FROBISHER, 1994, p. 152 apud OLIVEIRA, 1998, p. 14, inserção minha).

No léxico, o termo *problema* é definido como “questão matemática proposta para que se lhe dê solução” (FERREIRA, 2010, p. 612). Esta ideia se assemelha com a noção de *problema* elaborada pela matemática antiga, e que de acordo com o dicionário de filosofia Abbagnano (2007), compreendia-o como “uma proposição que parte de certas condições conhecidas para buscar alguma coisa desconhecida” (p. 796). Segundo esse mesmo dicionário, o pensamento moderno compreende *problema* como “a situação que constitui o ponto de partida de qualquer indagação [que] torna-se problemática no próprio processo de sujeição à indagação” (ABBAGNANO, 2007, p. 797, inserção minha). Assim, tanto no sentido léxico como no sentido filosófico, *problema* é a expressão que designa uma situação interrogativa que requer solução, cujo caráter problemático reside no processo subordinado à indagação.

Por sua vez, o termo *investigação* advém da junção do sufixo *ção* com o termo *investigar*, e significa “seguir os vestígios [...] examinar com atenção” (FERREIRA, 2010, p. 438). Com esses significados, pergunto: seria o *problema* uma situação indagadora, e a *investigação* o processo sujeito à indagação, que segue os vestígios rumo à solução? De uma postura naturalística, a resposta para essa pergunta é afirmativa, e repousa sobre a compreensão do substantivo *investigação* associado ao verbo *investigar*, “termo que, muitas vezes, é usado em sentido lato para descrever um certo tipo de actividade a que se associam características, tais como, descoberta, exploração, pesquisa (sic)” (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999, p. 111).

Essa associação do substantivo *investigação* com o verbo *investigar* influencia concepções, de modo que “para alguns pesquisadores, a Investigação Matemática tem sido considerada uma parte da resolução de problemas, quando a tomamos como metodologia de ensino” (CRISTÓVÃO, 2007, p. 50). Evidências do que afirma Cristóvão (2007) podem ser constatadas a exemplo da seguinte afirmação: “problemas bem escolhidos podem promover discussões e levar os alunos a pensar matematicamente, ou seja, os alunos passam a realizar investigações como estratégias para solucionar problemas” (ABREU, 2008, p. 73). Pode ser alargada à Modelagem Matemática, considerando a citação de Stein *et al.* (2013, p. 8): “nesse sentido, a Modelagem é uma Investigação Matemática, pois para chegar a um modelo, o aluno precisará formular hipóteses que justamente vão conduzir o trabalho de busca, vão direcionar a tarefa investigativa”.

Esses excertos mostram que, em alguma instância, a Investigação Matemática na Educação Matemática é associada à ação de investigar presente na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática. Essa associação, pode forjar compreensões sobre a Investigação Matemática, cerceadas ao processo que motiva e conduz à procura do que não se sabe, seja para solucionar um problema ou para chegar a um modelo matemático. Este é, pois, o primeiro ponto que coloco em pauta.

Ao ser, a Investigação Matemática, compreendida como ação de investigar, o termo *investigação* é associado ao verbo *investigar*. Note-se, porém, que enquanto substantivo, esse termo passa a exprimir a ideia de indicação de alguma coisa e não de ação (FERREIRA, 2010). Além disso, é crítico notar que há uma adjetivação dessa *investigação* pelo termo *matemática*; portanto, não é uma investigação qualquer, mas aquela articulada à matemática enquanto ciência, e ao passo que se situa na Educação Matemática, passa a ter relações com a Educação, a Epistemologia, a Psicologia, a Filosofia, a Antropologia, a História e a Sociologia, por exemplo.

Obviamente que a ação de investigar – investigação enquanto verbo – está presente na Resolução de Problemas, na Modelagem Matemática e em outras perspectivas de ensino, porém, especificamente na Investigação Matemática, essa investigação é adjetivada e substantivada e, portanto, não é só ação, mas indicação e característica de alguma coisa. Desse modo, compreendê-la no contexto da Educação Matemática, extrapola a ideia de *investigar* porque, ao ser verbo (investigar) indica uma ação; ao ser substantivado (investigação), indica alguma coisa; e ao ser adjetivado (investigação matemática), indica como essa coisa é; ou seja,

*investigar* é condição necessária à Investigação Matemática, mas não suficiente, porque diz unicamente da ação realizada e desconsidera as possibilidades de interpretações substantivadas e adjetivadas, bem como o contexto em que ela se insere.

Parecem-me ser equivocadas as compreensões que veem a Investigação Matemática como processo subordinado ao problema que dispara a atividade, porque se assentam na estrita compreensão do termo *investigação* como ação. Isso limita toda a atividade a uma de suas características, abrindo margens para compreendê-la apenas como a parte investigativa de outros modos de ensinar matemática. Dito de outro modo, ao não ser compreendido dentro da epistemologia dessa perspectiva, e ao ser interpretado fora do contexto da Educação Matemática, o termo *investigação* reduz a Investigação Matemática à ação investigativa.

Considerando o sentido léxico da palavra *investigação* como ação de investigar, examinar, procurar (FERREIRA, 2010), é possível associá-la a qualquer problema, isto é, ao investigar um problema, o ato investigativo é efetuado; no entanto, esse ato é literal, no sentido de procurar conhecer o que não se sabe. É crítico notar que há problemas que são resolvíveis por um único método, outros que são resolvíveis por diferentes métodos, outros que assumem diferentes soluções e outros que nem se quer são resolvíveis ou não têm esta pretensão; e em razão disso, outras ações são requeridas. Assim, a oração *investigação de problemas* carrega o sentido da ação investigativa, enquanto que a oração *problemas de Investigação Matemática*, designa uma classe de problemas que permitem, além da ação investigativa, outras. Essas orações significam coisas diferentes pelo sentido léxico que carregam, e mesmo que seja possível investigar um problema qualquer, não é possível investigá-lo ao mesmo modo que um problema de Investigação Matemática.

Mas, o que são problemas de Investigação Matemática? Segundo Ponte, Quaresma e Branco (2017, p. 214), são problemas que “requerem sempre um trabalho atento de interpretação da situação, a precisar ou reformular as questões a investigar”, ou de modo mais objetivo, são problemas abertos. Esse é o segundo ponto que coloco em pauta, qual seja: a característica de abertura dos problemas de Investigação Matemática na Educação Matemática.

Assumindo o termo *problema* como sinônimo de *tarefa*, ele designa um texto que, pelas diferentes formas de linguagem, se expõe e dá origem à atividade<sup>1</sup>. À exceção dessas diferentes nomenclaturas, o fato é que o discurso dominante defende que os problemas, ou tarefas, que disparam a atividade de Investigação Matemática, são *abertos(as)*. Nesse sentido, no contexto


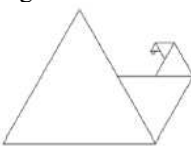
---

<sup>1</sup> Uma discussão sobre a diferença entre *tarefa* e *atividade* pode ser encontrada em Ponte (2017b).  
EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 14 - N 2 - 2023  
Este trabalho está licenciado com uma [Licença Creative Commons Atribuição \(CC BY\) 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

da Educação Matemática, não lhe servem situações que se fecham em uma solução, mas que, na abertura que lhes é própria, desencadeiam processos que produzam matemática e ensajem novos problemas.

Segundo Ponte (2017a, p. 113), “uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas”, o que pressupõem a projeção de possibilidades, tanto nos modos de interpretação como nos modos de investigação. Assim, o grau de indeterminação é que diferencia uma tarefa aberta de uma tarefa fechada e, para compreender como essas diferenças se expressam no texto de tarefas que assumem sua forma na linguagem escrita, consideremos os exemplos<sup>2</sup> do Quadro 1.

**Quadro 1:** Exemplos de tarefas com diferentes graus de abertura

Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3
Observe a sequência:  a) Qual a próxima figura desta sequência? Desenhe. b) E a seguinte? Desenhe. c) Como cada figura se transforma na seguinte? d) Quantos pontos tem a 6ª figura? e) Qual a 10ª figura? Ela tem quantos pontos? f) Qual a 28ª figura? g) Quantos pontos tem uma figura numa posição qualquer?	O que têm em comum? Calcula $23 - 2 =$ $33 - 3 =$ $43 - 4 =$ $53 - 5 =$ ... Investiga se existem características comuns entre os números que se obtêm através deste processo.	Sabendo que a figura abaixo é formada por 6 triângulos equiláteros, sendo que o comprimento do lado de cada triângulo a partir do segundo é igual a metade do lado do triângulo anterior, investigue-a: 

Fonte: o autor

A tarefa 3, ainda que informe sobre o tipo de triângulo e a relação existente entre o comprimento dos lados de cada um, não o especifica, fazendo com que haja certa liberdade de escolha sobre *o que* e *como* investigar. A tarefa 2, deixa claro *o que* se espera dos alunos, porém, não esclarece os modos de proceder, o *como* investigar; apenas faz “um convite para formularem as suas próprias questões” (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999, p. 113) com foco nas características comuns aos casos dispostos no enunciado. E, a tarefa 1, indica *o que* e *como* investigar, visando a generalização da regularidade da sequência pictórica, apresentada por meio da linguagem algébrica, ou seja, “o objecto da investigação está completamente definido” (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999, p. 113).

No tocante à tarefa 1, Porfírio e Oliveira (1999) compreendem que o *como* investigar é indefinido, cabendo aos alunos “encontrar um processo que não conhecem à partida e que permita responder às questões que lhe são colocadas” (p. 113). Entretanto, a meu juízo, ainda

<sup>2</sup> As tarefas 1 e 2 foram retiradas de Porfírio e Oliveira (1999, p. 112).

que esse processo não seja conhecido inicialmente, ele é definido por um conjunto de *coisas para fazer*, ou seja, o *como* investigar se mostra à medida que os alunos seguem os passos registrados nas perguntas. Estes exemplos permitem interpretar que, a depender do modo como o texto das tarefas se estrutura, há variações no grau de abertura.

Porém, é ingênuo pensar que essa abertura é garantida somente pelo texto das tarefas, porque delas deriva a atividade que “existe apenas nas ações” (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986 apud PONTE, 2017b, p. 195), as quais são essencialmente dos alunos, salvaguardadas as interferências das ações do professor e as intenções do autor da tarefa, ou como nos diz Mason (1998, p. 78), “a abertura é uma qualidade das pessoas”. Isso implica pensar que a abertura dessas tarefas se mostra para além de um enunciado aberto; se mostra para alguém, para sujeitos que com elas se envolvem, interpretam e atribuem significados, inclusive, de modos distintos, visto que interpretar é um fenômeno ontológico (WICHNOSKI, 2021).

Em geral, a literatura coloca na característica de abertura das tarefas, a causa para as características de divergência e de convergência da atividade desenvolvida, de modo que tarefas abertas permitem uma atividade divergente, enquanto que tarefas fechadas permitem uma atividade que converge para os objetivos em que se fecham. Com essa compreensão, argumenta-se que a Investigação Matemática é uma atividade divergente e a Resolução de Problemas é uma atividade convergente (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013; OLIVEIRA, 1998; ERNEST, 1996). Este é o terceiro ponto que trago para o debate.

De modo análogo, os contrapontos relativos a esse ponto, se sustentam nos argumentos expostos sobre a característica de abertura: se a abertura das tarefas de Investigação Matemática não pode ser garantida somente por sua estrutura enunciativa, igualmente, não pode ser a atividade por elas disparada, porque desencadear um processo divergente ou convergente esbarra, também, na subjetividade do sujeito que se coloca em investigação. Sobre isso, Lamonato e Passos (2011) explicitam que

a natureza relativa da atividade iniciada pela tarefa, resulta da interação, das posturas, dos interesses, da necessidade e das condições de todos os envolvidos, fazendo com que os pontos de aproximação e distanciamento da resolução de um problema ou da exploração-investigação de uma situação proposta não sejam determinados pela tarefa (p. 68).

Portanto, o ponto de discussão não é somente sobre o tipo de tarefa e sua respectiva atividade, pois ainda que seja necessário que ela preserve a característica de abertura em sua estrutura enunciativa, não consegue garantir um processo divergente ou convergente, por si só. Assim como ocorre com a ação de investigar, a abertura é uma característica necessária às



tarefas que disparam a atividade de Investigação Matemática, mas não é suficiente. Evidentemente que no contexto escolar brasileiro, marcado pela lógica da pergunta objetiva e da unicidade da resposta, a abertura do enunciado aumenta as possibilidades de investigação. Contudo, de um ponto de vista epistemológico e ontológico, essa relação entre a abertura das tarefas e as possibilidades de investigação que delas deriva não se mantém, porque a compreensão do que é ser uma tarefa aberta se dá na totalidade de relações em que o aluno está inserido e dele não pode ser separada.

Ponte *et al.* (2017) nos dizem que a Investigação Matemática tem suas raízes na Resolução de Problemas, cuja gênese remete-se a George Polya, para o qual a ideia de problema está relacionada a “uma certa acção apropriada para obter um objectivo claramente concebido mas não atingível de maneira imediata” (POLYA, 1995, p. 117). Onuchic (1999) evoca que “os estudos da década de 1980 deram grande atenção ao processo de resolução de problemas, não se limitando à busca da solução. Mesmo assim, o processo continuou preso à busca da solução do problema” (p. 206). Porém, doze anos depois, se diz:

resolução do problema - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como coconstrutores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-84).

Portanto, se em princípio a Resolução de Problemas tinha o objetivo de desenvolver capacidades para resolver problemas, com o passar do tempo seu objetivo centrou-se em compreender os conhecimentos matemáticos que emergem ao longo do processo de resolução, ou seja, “o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 80). Entretanto, qualquer que seja esse objetivo, ainda se enfatiza a necessidade de resolver o problema durante a atividade, mesmo que a atenção possa não estar, exclusivamente, na solução.

Não só os estudos da década de 80 com foco na Resolução de Problemas, mas, também, os mais contemporâneos, não se desprenderam da busca pela solução do problema, o que pode ser um indicativo de que a solução do problema é condição necessária para esse modo de ensinar matemática. Partindo dessa premissa, a necessidade de haver uma solução para o problema, pode ser um dos aspectos que diferencia a Resolução de Problemas da Investigação Matemática,



que, por sua vez, “não tem como objectivo *chegar à resposta certa*” (PIRIE, 1987, apud BROCARD, 2001, p. 98, *grifos da autora*).

Diferentemente da abertura e da convergência ou divergência do processo, a necessidade de resolução pode ser imposta pelo enunciado, conforme exemplifica a tarefa 1 do Quadro 1, a qual, para Porfirio e Oliveira (1999, p. 113), “se aproxima bastante do que habitualmente se entende por problema”. Note-se que a tarefa 2 define *o que*, mas não *como* investigar; aspectos que na tarefa 3 são indefinidos. Portanto, pode-se dizer que do ponto de vista estrutural, a tarefa 3 é mais aberta que a tarefa 2, que por sua vez, é mais aberta que a tarefa 1; porém, essa variação na abertura não pode ser garantida, tal qual, do ponto de vista da atividade investigativa por elas disparada.

O quarto ponto é composto pelo discurso, fortemente difundido, que associa a Investigação Matemática com a atividade científica de produção do conhecimento em matemática, aproximando o trabalho realizado pelo aluno em sala de aula do trabalho do matemático cientista. Ainda que a relação posta entre o aluno e o matemático cientista seja de proximidade, salvaguardando as diferenças no nível cognitivo e de maturidade, o que se espera é que os alunos utilizem os processos característicos da atividade científica que produz matemática.

Com isso, compreendo que a referência da ação investigativa em sala de aula é o trabalho do matemático cientista, de modo que o agir do aluno fica, por ele, condicionado. Ao aluno, é proporcionada uma “experiência controlada ou dirigida” (ABBAGNANO, 2007, p. 414), sob o princípio da reprodutibilidade. Nesse sentido, o que se propõe em termos de prática pedagógica, é um roteiro mais ou menos delineado sob a mesma esquematização epistemológica desse trabalho, e “como consequência, direciona o ensinar Matemática para um fazer que conjectura, testa, generaliza e demonstra” (WICHNOSKI, 2021, p. 190). Dessa forma, a Investigação Matemática na Educação Matemática fica roteirizada pelo modo científicizado de investigar, e conseqüentemente tolhe outros modos, inclusive, aqueles que são próprios dos alunos.

A roteirização da prática pedagógica, aliada ao demasiado apego teórico, condiciona comportamentos e produz experiências de ensino e aprendizagem artificiais, desvinculadas da realidade vivida. No âmbito do trabalho pedagógico com a Investigação Matemática, corre-se o risco de cristalizar essas experiências na sequência que começa com o colocar questões para investigar, perpassa pela criação, testes e refinamentos de conjecturas e termina com a

demonstração. Se assim for, como em um experimento, a aula se resume a um protocolo que precisa ser seguido e cumprido para que a Investigação Matemática se efetive, caso contrário, se lhe atribui o insucesso. Essa afirmação fica evidente com a seguinte citação:

dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 29).

O texto supracitado, expõe a compreensão de que a situação se caracterizará como Investigação Matemática, somente se ocorrer, pelo menos, tentativas de demonstração; caso contrário, a atividade desenvolvida se restringirá à exploração e à problematização. Do ponto de vista léxico, esse procedimento organizado significa a Investigação Matemática na Educação Matemática como um “método [...] processo ou técnica de ensino” (FERREIRA, 2010, p. 503). Se assim for, fica estabelecida uma contradição entre os pontos que dizem da abertura e da divergência, e este, que diz da aproximação da Investigação Matemática com o trabalho do matemático cientista, pois o entendimento de que a abertura projeta possibilidades de investigações em diferentes direções, é contrário à ideia de ter sempre que demonstrar para solucionar a tarefa.

A pesquisa de Wichnoski (2021) revelou, entre outros aspectos, que há falta de clareza sobre o que é a demonstração no contexto da Investigação Matemática na Educação Matemática. No entanto, considerando a premissa de proximidade com o trabalho do matemático cientista, e que este se convence de verdades por meio de demonstrações lógicas (HALMOS apud GRAVINA, 2001), há razões para supor que a demonstração presente na Investigação Matemática “é um processo que avança para a formalização do fazer Matemática, por meio de deduções e argumentos lógicos” (WICHNOSKI, 2021, p. 147), tal como faz o matemático.

Salvaguardados os embates com os cientistas matemáticos clássicos, alguns mais contemporâneos admitem a existência de demonstrações assistidas por computador. Desse modo, o fazer matemática admite conjecturas passíveis de serem verificadas experimentalmente e com certo grau de incerteza, o que coloca a matemática em posição de ciência quase-empírica,

passível de críticas e de correções, cuja verdade é falível, tal como propõe o falibilismo lakatosiano<sup>3</sup>.

Seja ela a argumentação rigorosa do matemático cientista ou a argumentação suficientemente rigorosa no contexto escolar, o contraponto que se estabelece diz da necessidade de, em tese, o processo investigativo culminar sempre na demonstração. A meu ver, essa necessidade não se sustenta, porque a própria literatura reconhece outras potencialidades da Investigação Matemática, a exemplo da análise de padrões e regularidades, da organização, representação, sistematização e interpretação de dados (PONTE *et al.*, 2013); da recordação de noções matemáticas, do estabelecimento de relações entre ideias ou representações matemáticas (PONTE *et al.*, 1998); da estimulação da aquisição de técnicas e da construção de conteúdos matemáticos (BROCARDO, 2001).

Há que se considerar, também, que “nem sempre as estruturas cognitivas dos alunos se apresentam prontas para a construção de saberes matemáticos [...] quando são solicitadas estruturas de pensamento de caráter operatório-formal” (GRAVINA, 2001, p. 42), como é o caso das demonstrações lógico-dedutivas. Isso fica evidente, se considerarmos a possibilidade do trabalho pedagógico com a Investigação Matemática, no contexto da Educação Infantil. Portanto, parece-me que em contextos de ensino e aprendizagem, as demonstrações devem se deslocar “do conceito de provas/demonstrações rigorosas [à moda do cientificismo matemático], para um conceito de prova/demonstração como argumento convincente [à moda falibilista lakatosiana]” (BROCARDO, 2011, p. 118, inserção minha).

Polya (1955) nos diz que “a Matemática tem duas faces; é a Ciência rigorosa de Euclides, mas é também algo mais” (p. vii). Em complementariedade, ousou dizer que a matemática tem n faces; é a ciência rigorosa de Euclides, a ciência lógica de Gottlob Frege e Bertrand Russell; a ciência formal de David Hilbert, a ciência intuicionista de Brouwer. É a ciência dos padrões, da abstração, da observação, da experimentação, da demonstração, da aplicação, da generalização; é a ciência social da filosofia falibilista, é a ciência mundana de Husserl, e “tal como o hipercubo, a Matemática é uma coisa só que apenas pode ser realmente entendida quando conseguirmos ajustar as diferentes visões parciais que, per si, são erradas uma vez que incompletas e facciosas” (BROCARDO, 2001, p. 88).

---

<sup>3</sup> Nessa perspectiva, a matemática informal é aquela em desenvolvimento pela pesquisa, é vista como uma construção humana e social, instável e contestável; é uma visão oposta à matemática abstrata, axiomática e formal. Cf. Lakatos, 1984.

Desse modo, as demonstrações, junto a outros tantos aspectos, fazem parte da matemática enquanto ciência, mas assumi-las como o fim último do trabalho pedagógico com a Investigação Matemática, é considerar apenas uma das suas faces. À meu juízo, a Investigação Matemática na Educação Matemática não pode se limitar à apresentação das técnicas do trabalho do matemático cientista, e ainda que se reconheça a sua significativa contribuição para a produção científica e tecnológica, no ambiente escolar são os modos de pensar dos alunos que interessam, ou seja, dentro da circunstancialidade que a prática pedagógica se insere, não se faz necessário dizer-lhes como proceder, mas, tão somente, mostrar-lhes possibilidades.

O último ponto diz sobre os contextos em que a Investigação Matemática na Educação Matemática se mostra possível. Com a literatura, vemos que o contexto intramatemático predomina, mas não exclui a possibilidade de ela ocorrer em contextos extramatemáticos (PONTE *et al.*, 2003; PONTE, 2017a). Isso mostra que, por um lado, a Investigação Matemática se interessa pelas relações entre as ideias puramente matemáticas e, por outro, pelas relações entre a matemática e a realidade, e entre a matemática e outros campos científicos.

Segundo Ponte *et al.* (1998), as Investigações Matemáticas são “referentes a contextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos)” (p. 9). Ao ser predominante, o contexto intramatemático *pre+domina* e, portanto, ele é anterior e exerce “autoridade, poder, influência ou domínio sobre” (FERREIRA, 2010, p. 256) outros contextos. Ao ser exclusividade, exclui os demais contextos, restringindo os temas a investigar ao contexto da própria matemática.

Ao considerar o contexto extramatemático, a Investigação Matemática se confunde com as tarefas de modelação que, segundo Ponte (2017a, p. 116), são “tarefas que se apresentam num contexto de realidade [...], constituindo problemas ou investigações”, cuja faceta investigativa é aplicada essencialmente “para perceber a função e utilidade da Matemática e para nos dotar de um poderoso instrumento de análise e intervenção” (BRAUMANN, 2002, p. 6). Entretanto, parece que esse aspecto aproxima, e em certo sentido, confunde a Investigação Matemática com a Modelagem Matemática.

Klüber (2012), nos diz que a caracterização epistemológica da Modelagem Matemática na Educação Matemática tem suas origens na matemática aplicada, e que “a Matemática e a Realidade sempre aparecem relacionadas, [...] a primeira é tida como instrumento, como meio para a compreensão da segunda” (KLÜBER, 2012, p. 385). Wichnoski (2021) mostra que a dimensão epistemológica da Investigação Matemática na Educação Matemática se assenta no

modo de produção do conhecimento matemático, e é sustentada pelo purismo desse modo produtor, ou seja, a caracterização epistemológica da Investigação Matemática na Educação Matemática tem suas origens na matemática pura.

Com Klüber (2012) e Wichnoski (2021), compreendo que a Modelagem Matemática e a Investigação Matemática possuem origens epistemológicas distintas e, portanto, não podem confundir-se em seus fundamentos. Porém, em Wichnoski (2021), o contexto extramatemático se mostrou possível na Investigação Matemática e, em Klüber (2012), se revelou o “entendimento de que a Modelagem é uma investigação matemática com referência na realidade” (p. 176). Ainda que ambas as compreensões não se sustentam na totalidade dos respectivos discursos sobre os temas e não ganhem força para constituir compreensões latas sobre essas perspectivas no contexto da Educação Matemática, elas existem e podem contribuir para contrassensos teóricos.

Além disso, conceber a Investigação Matemática com referência à realidade, entra em contradição com os discursos que a concebem inspirada no trabalho do matemático cientista e assentada, epistemologicamente, na matemática pura. O objeto com que lida o cientista da matemática pura é diferente daquele com que lida o cientista da matemática aplicada, e ainda que ambos os trabalhos se fundem na ação de produzir matemática, as finalidades a que se prestam são distintas: o primeiro tem relações com a produção do conhecimento matemático, e o segundo com a produção de outros conhecimentos por meio de conhecimentos matemáticos.

Em termos epistemológicos poder-se-ia dizer que no âmbito da matemática pura trata-se apenas dos objetos matemáticos como independentes e na matemática aplicada busca-se uma aproximação com o empírico. Nessas condições a investigação muda o objeto de estudo, não sendo mais a relação entre objetos matemáticos desconhecidos e a identificação de propriedade matemática. O objeto de estudo de uma investigação matemática como essa [Modelagem Matemática], foca-se sobre as relações entre os objetos matemáticos e outros objetos estudados (KLÜBER, 2012, p. 179, inserção minha).

Conceber que a Investigação Matemática deve fazer referência ao contexto intramatemático, não significa negar a dimensão aplicacionista da matemática, ou intentar depurá-la do mundo real. A matemática não está no mundo real, tampouco está no mundo das ideias relativo ao intelecto; ela se constitui como coisa percebida pelo homem (sujeito encarnado) sempre com o mundo-vida. Dito em outros termos, negar o contexto extramatemático ao estar com a Investigação Matemática na Educação Matemática, não significa conceber a matemática como ciência transcendente ao mundano; significa tão somente

concebê-la como ciência percebida e nutrida de sentidos que vão se fazendo com a perspectiva intencional de estar com ela. “Não significa superação ou substituição de [...] [uma matemática real por uma matemática ideal; significa assumir maneiras de ver e expressar realidades matemáticas que] se mantém válidas conforme a solicitação de um contexto determinado” (BICUDO, 2010, p. 219, inserção minha).

Com isso, compreendo que ao estar com a Investigação Matemática na Educação Matemática, o mundo em que as vivências ocorrem e fazem sentido é o da matemática, não o supramundo matemático de Platão, no qual os conhecimentos são isentos de subjetividade, mas o mundo dos conhecimentos matemáticos constituídos humanamente como objetualidades, e que solicitam significações para além da utilidade a que se prestam no mundo real. As implicações disso para a Educação Matemática, é a necessidade de perspectivar o ensino e a aprendizagem de matemática com o contexto intramatemático em coexistência com as práticas que visam inserir a matemática no cotidiano dos alunos, relativas ao contexto extramatemático, uma vez que, esse último

abre o horizonte do sentido, da compreensão de noções matemáticas, mas não dá conta da construção dessa ciência. Para tanto, há os movimentos de idealização, formalização e categorização. Há as camadas de sentido e de formalização das idealizações ocorridas ao longo da História da Matemática (BICUDO, 2010, p, 220-221).

Em ambos contextos – intra e extramatemático – as experiências vivenciadas podem fazer sentido e significar a aprendizagem. O que precisa estar claro são as (im)possibilidades – e isso inclui a escolha de abordagens pedagógicas adequadas – de se trabalhar em um ou em outro contexto. Com essa discussão, “a existência de lacunas e pontos em aberto, relativos, em especial, à ancoragem deste conceito [Investigação Matemática] na matemática pura ou aplicada” (PONTE, 2003, p. 1, inserção minha) é resgatada e se mostra solo profícuo para reflexões futuras.

Para além disso, refletir sobre a Investigação Matemática na Educação Matemática requer reflexões sobre a natureza da matemática, pois conforme nos diz Polya (1955), ela é algo mais que apenas a ciência rigorosa de Euclides, seja em sua forma pura, seja em sua forma aplicada. À vista disso, a pergunta que se estabelece é: qual matemática adjetiva a Investigação Matemática na Educação Matemática?

## **Palavras finais**

Expor ideias, em partes, antagônicas a outras já consolidadas nos discursos sobre a Investigação Matemática na Educação Matemática, pode ser uma atitude audaciosa e causar certa instabilidade teórica. Por outro lado, incita um dar-se conta em relação ao que está posto, ensejando outros modos de pensar, outros pontos e outros contrapontos. Isso não significa substituir um modo de pensar por outro, substituir uma *verdade* por outra *mais verdadeira*. Significa, tão somente, expor possibilidades que permitem o diálogo, a reorganização do pensado, do constituído e o processo de reelaboração – movimento próprio da constituição do conhecimento.

Os contrapontos que foram apresentados nesse texto, se mostram uma tentativa de desnudar pontos nevrálgicos relativos à Investigação Matemática na Educação Matemática, a propósito de um convite à comunidade científica, para refletir sobre o caráter peremptório dos discursos vigentes. Admitir outros modos compreensivos é um ato de *abrir-se para...*, com o qual obscuridades podem ser aclaradas; por isso, desejo que os contrapontos explicitados inaugurem novos contrapontos, almejando a continuidade do debate concernente à Investigação Matemática no campo da pesquisa e da prática pedagógica em Educação Matemática.

## Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5. ed. (Trad.) Alfredo Bossi e Ivone Castilho Benedetti. Martins Fontes, 2007.

ABREU, M. G. S. **Uma Investigação sobre a prática pedagógica**: refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática. 2008. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

BICUDO, M. A. V. Possibilidades Pedagógicas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Filosofia da Educação Matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora UNESP, 2010, p. 213-223.

BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem de Matemática. In: Ponte, J. P. et al. **Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 5-24.

BROCARD, J. **As Investigações na aula de Matemática**: um projecto curricular no 8º ano. 2001. 641 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, 2001.

CRISTÓVÃO, E. M. **Investigações Matemáticas na recuperação de ciclo II e o desafio da inclusão escolar**. 2007. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 2007.



- ERNEST, P. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: Abrantes, P.; Cunha L.; Ponte, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender Matemática: textos seleccionados**. Lisboa: projecto matemática para todos e associação de professores de matemática, 1996, p. 25-47.
- FERREIRA, A. B. O. **Mini Aurélio: o dicionário da Língua Portuguesa**. 8. ed. Positivo, 2010.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Autores Associados, 2006.
- GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 277 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.
- HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. 10. ed. (Trad.) Marcia Sá Cavalcante Schuback. Vozes, 2015.
- HUSSERL, E. A ingenuidade da ciência. **Scientiæ zudia**, v. 7, n. 4, p. 659-667, 2009.
- KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. 396 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, v. 19, n. 36, p. 51-74, 2011.
- OLIVEIRA, H. M. **Actividades de investigação na aula de Matemática: aspectos da prática do professor**. 1998. 271 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1998.
- ONUCHIC. L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-220.
- ONUCHIC. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. 7. ed. (Trad.) Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, 1995.
- PONTE, J. P. Investigações sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93-169, 2003.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: Ponte, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Livraria da Física, 2017a, p. 103-142.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: Ponte, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Livraria da Física, 2017b, p. 193-212.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. M. **Investigações Matemáticas em sala de aula**. 3. ed. Autêntica, 2013.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, v. 7, n. 2, p. 41-70, 1998.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. In: Ponte, J. P. (Org.). **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 213-252.

PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: Abrantes, P.; Ponte, J. P.; Fonseca, H.; Brunheira, L. (Eds.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. MPT, 1999, p. 111-118.

STEIN, S. M. S.; ANJOS, R. V.; ARAÚJO, R. M. Educação Matemática: investigação e modelagem matemática com foco no poder das mídias na moda. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Paraná: PUC, 2013, p. 1-14, 2013.

WICHNOSKI, P. **Fenomenologia da Investigação Matemática na Educação Matemática**. 2021. 215 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

*Submetido em 23/02/2022.*

*Aprovado em 12/11/2022.*