



## COMBINATÓRIA, PROBABILIDADE E SUAS ARTICULAÇÕES EM DIFERENTES INSTÂNCIAS DO CURRÍCULO DOS ANOS FINAIS: O OLHAR DE UM PROFESSOR

*Combinatorics, Probability and their articulations in different instances of the curriculum  
of Middle School: a teacher's view*

**Ewellen Tenório de Lima**

Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica  
Universidade Federal de Pernambuco – PE – Brasil

[ewellentlima@gmail.com](mailto:ewellentlima@gmail.com)

<http://orcid.org/0000-0002-3654-0370>

**Rute Elizabete de Souza Rosa Borba**

Doutora em Psicologia Cognitiva  
Universidade Federal de Pernambuco – PE – Brasil

[resrb@gmail.com](mailto:resrb@gmail.com)

<http://orcid.org/0000-0002-5098-4461>

### Resumo

No presente artigo são levantadas discussões sobre como a Combinatória, a Probabilidade e articulações entre essas temáticas estão presentes em diferentes instâncias do currículo de Matemática referentes aos Anos Finais do Ensino Fundamental. O recorte aqui posto tem por foco o relato de um professor em contexto de uma entrevista semi-estruturada relacionada à percepção desse profissional quanto ao currículo *prescrito* (documentos oficiais), ao currículo *apresentado* (livros didáticos) e da sua própria prática no que diz respeito às instâncias do currículo *moldado, em ação, realizado e avaliado*. O papel do professor enquanto agente transformador do currículo o torna figura central na investigação voltada aos processos de ensino e de aprendizagem e considerando-se as variadas instâncias do currículo. Assim, as análises conduzidas evidenciaram a riqueza dessa atuação e permitiram voltar o olhar ao uso que o professor entrevistado faz do currículo oficial e dos materiais curriculares, bem como isso influencia sua percepção e atuação ao planejar suas aulas, interagir com seus estudantes em sala de aula e avaliar conhecimentos relacionados à Combinatória, à Probabilidade e a suas articulações.

**Palavras-Chave:** Combinatória; Probabilidade; Professor; Currículo; Anos Finais.

## Abstract

In this article are presented discussions about how Combinatorics, Probability and articulations between these themes of Mathematics are present in different instances of the curriculum of Middle School. The focus here is in the report of a teacher in the context of a semi-structured interview related to the perception of this professional regarding the *prescribed curriculum* (official documents), the *presented curriculum* (textbooks) and his own practice when it comes about the instances of the *modeled, in action, accomplished and assessed curriculum*. The role of the teacher as a transforming agent of the curriculum makes him a central figure in the investigation, focused on teaching and learning processes and considering the various instances of the curriculum. Thus, the analyzes carried out evidenced the richness of such performance and allowed us to look back to the use that the interviewed teacher makes of the official curriculum and curricular materials, as well as how this influences his perception and performance when planning his classes, interacting with his students in the classroom and assessing knowledge related to Combinatorics, Probability and their articulations.

**Keywords:** Combinatorics; Probability; Teacher; Curriculum; Middle School.

## INTRODUÇÃO

Conhecimentos combinatórios tornam possível “enumerar todos os modos possíveis em que um dado número de objetos pode ser combinado de maneira que se esteja seguro de que nenhuma das possibilidades foi omitida” (BATANERO; GODINO; NAVARRO-PELAYO, 1996, p. 17, tradução livre). Historicamente, a Combinatória ou Análise Combinatória, tem ganhado maior espaço em sala de aula no Ensino Médio, entretanto, conforme defendido por vários autores e evidenciado em pesquisas da área (PIAGET; INHELDER, 1951; FISCHBEIN, 1975; LIMA, 2010; BORBA, 2016), o amplo desenvolvimento do raciocínio atrelado a tal temática demanda escolarização específica ao longo de toda a Educação Básica, tendo como foco o trabalho com tipos de problemas variados, a exploração das características e propriedades destes, bem como a familiarização com representações e estratégias de resolução diversas.

Por sua vez, a Probabilidade é a área da Matemática que “cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios” (MORGADO; PITOMBEIRA DE CARVALHO; PINTO DE CARVALHO; FERNANDEZ, 1991, p. 119). Autores como Fischbein (1975), Bryant e Nunes (2012) e Campos e Carvalho (2016) ressaltam a importância do estudo dessa temática ao longo da escolarização, tendo-se em vista que conhecimentos probabilísticos munem o sujeito de ferramentas para a exploração de situações aleatórias e o entendimento de conceitos essenciais, como os de espaço amostral. Além disso, possibilitam a estimativa de

probabilidades de ocorrência de diferentes eventos, bem como a classificação destes em eventos certos, prováveis, improváveis ou impossíveis.

Nos últimos anos, Combinatória e Probabilidade têm ganhado/perdido espaço nos currículos nacionais voltados para a Educação Básica – em diferentes medidas. Enquanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) as duas temáticas eram novidade no bloco de conteúdos de *Tratamento da Informação*, mais recentemente, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), a Probabilidade ganhou força nas prescrições voltadas aos diferentes anos do Ensino Fundamental (e, em especial, aos Anos Finais, foco do presente texto) enquanto a Combinatória foi deixada de lado, em um retorno ao histórico de ter maior espaço apenas no Ensino Médio (contrariando o defendido por pesquisas, como citado anteriormente). Ambas as temáticas possuem amplas aplicações ao entendimento de situações aleatórias: o levantamento de possibilidades dados contextos e estruturas de problemas variados é uma construção de natureza combinatória e, em muitos casos trabalhados nas salas de aula, constitui um passo essencial ao cálculo de probabilidades (visto que a construção/quantificação do *espaço amostral* é de suma importância ao se trabalhar com a concepção clássica<sup>1</sup> de Probabilidade).

[...] Reconhecer que o primeiro e essencial passo na resolução de qualquer problema de probabilidade é elaborar/trabalhar todos os eventos possíveis e sequências de eventos que podem ocorrer. O conjunto de todos os eventos possíveis é chamado de ‘espaço amostral’ e elaborá-lo é não apenas uma parte necessária do cálculo de probabilidades de um dado evento, mas também, um elemento essencial na compreensão da natureza da probabilidade (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução livre).

O presente texto apresenta um recorte de uma pesquisa de tese de doutorado que teve por objetivo investigar relações entre Combinatória e Probabilidade em diferentes instâncias do currículo nos Anos Finais do Ensino Fundamental, visando, ainda, a construção de uma proposta de ensino que as articula e visa potencializar o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico. Tal recorte se refere, especificamente, à etapa da pesquisa que objetivou *levantar concepções e relatos de práticas de professores dos Anos Finais acerca da Combinatória, da Probabilidade e de articulações entre elas em sala de aula*, considerando que “o professor, tanto como os alunos, é destinatário do currículo. [...] O primeiro destinatário do currículo é o professorado, um dos agentes transformadores do primeiro projeto cultural” (SACRISTÁN, 2000, p. 37).

<sup>1</sup> Concepção de probabilidade na qual o cálculo da probabilidade de um evento ocorrer dado um espaço amostral finito e equiprovável é dada pela razão entre o número de ‘casos favoráveis’ e o número de ‘casos possíveis’.

EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 14 - N 2 - 2023

Este trabalho está licenciado com uma [Licença Creative Commons Atribuição \(CC BY\) 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Os principais aportes teóricos que embasam as discussões presentes no presente artigo são apresentados nas seções que seguem.

## INSTÂNCIAS CURRICULARES

Sacristán (2000) conceitua *currículo* como algo muito além de uma lista de conteúdos a serem trabalhados em determinada etapa da escolarização: “um objeto que cria em torno de si campos de ação diversos, nos quais múltiplos agentes e forças se expressam em sua configuração, incidindo sobre aspectos distintos” (SACRISTÁN, 2000, p. 101). Em função de tal amplitude e das inúmeras transformações que o currículo sofre desde sua construção (enquanto documento oficial) até a efetivação dos resultados das práticas por ele regidas, este se evidencia enquanto:

um dos conceitos mais potentes [...] para analisar como a prática se sustenta e se expressa de uma forma peculiar dentro de um contexto escolar. O interesse pelo currículo segue paralelo com o interesse por conseguir um conhecimento mais penetrante sobre a realidade escolar (SACRISTÁN, 2000, p. 30).

Este autor apresenta a interpretação do currículo em seis fases ou instâncias, que possuem relações recíprocas e circulares entre si, sendo estas: currículo *prescrito*, currículo *apresentado*, currículo *moldado*, currículo *em ação*, currículo *realizado* e currículo *avaliado*.

O currículo *prescrito* é caracterizado como produto das orientações advindas da esfera governamental. O mesmo se refere aos documentos oficiais curriculares, isto é, às orientações à escolarização formal. Sacristán (2000) destaca que em todo sistema educativo, e em diferentes níveis, existe tal tipo de prescrição. São, por exemplo, parâmetros, currículos ou diretrizes – que podem possuir vigência nacional, estadual ou municipal. Assim, os documentos que constituem o currículo *prescrito* “atuam como referência na ordenação do sistema curricular, servem de ponto de partida para a elaboração de materiais, controle do sistema, etc.” (p. 104).

Por sua vez, atuando enquanto tradutores de tais prescrições oficiais, os materiais que compõem o currículo *apresentado* estão em contato constante com professores e, inclusive, com estudantes, aproximando o currículo da realidade da sala de aula. São estes: livros didáticos, apostilas, cadernos de atividades, dentre outros materiais didáticos que servem de apoio ao desenvolvimento das atividades escolares dentro e fora da sala de aula.

Existe uma série de meios, [...], que costumam traduzir para os professores o significado e os conteúdos do currículo prescrito, realizando uma

interpretação deste. As prescrições costumam ser muito genéricas e, nessa mesma medida, não são suficientes para orientar a atividade educativa nas aulas (SACRISTÁN, 2000, p. 104-105).

O presente texto tem por foco, além das instâncias anteriormente citadas, o profissional que interage com elas e as transforma ao levá-las, efetivamente, à sala de aula. Essa escolha se deu tendo em vista que o professor atua como agente transformador do currículo em diferentes momentos, em especial, no que diz respeito aos currículos *moldado*, *em ação*, *realizado* e *avaliado*.

Quanto ao currículo *moldado*, Sacristán (2000) destaca que o professor “é um ‘tradutor’ que intervém na configuração dos significados das propostas curriculares. O plano que os professores fazem do ensino, ou o que entendemos por programação, é um momento de especial significado nessa tradução” (p. 105). Assim, antes mesmo de chegar à sala de aula, o professor seleciona, planeja, molda e adapta o currículo aos seus objetivos e às necessidades (e realidades) de sua(s) turma(s).

Por sua vez, o currículo *em ação* é aquele que ocorre na prática, incluindo as relações e interações entre professores, estudantes e o conhecimento. Refere-se, portanto, aos processos que ocorrem em sala de aula, a partir da transformação do plano em ação.

É na prática real, [...], que podemos notar o significado real do que são as propostas curriculares. [...] A análise desta fase é que dá o sentido real à qualidade do ensino, [...]. A prática ultrapassa os propósitos do currículo, devido ao complexo tráfico de influências, às interações, etc. que se produzem na mesma” (SACRISTÁN, 2000, p. 105-106).

Já o currículo *realizado* é caracterizado por Sacristán (2000) como as consequências da prática, isto é, efeitos de diferentes naturezas (cognitiva, afetiva, social, moral...). O autor ressalta que, ainda que seja comum que se preste mais atenção aos rendimentos da prática enquanto aprendizagens dos estudantes, dado que estas são um dos principais objetivos do sistema educativo, “as consequências do currículo [...] também afetam os professores, na forma de socialização profissional, e inclusive se projetam no ambiente social, familiar, etc.” (p. 106). Esta é, portanto, uma instância ampla e complexa de mensurar/observar diretamente.

Por fim, o autor apresenta o currículo *avaliado*, estando relacionado ao que é priorizado do currículo: considerado mais importante ou essencial, por motivos e agentes diversos.

Pressões exteriores de tipo diverso nos professores [...] levam a ressaltar na avaliação aspectos do currículo, talvez coerentes, talvez incongruentes com os propósitos manifestos de quem prescreveu o currículo, de quem o elaborou, ou com os objetivos do próprio professor. O currículo avaliado, enquanto mantenha uma constância em ressaltar determinados componentes

sobre outros, acaba impondo critérios para o ensino do professor e para a aprendizagem dos alunos (SACRISTÁN, 2000, p. 106).

Na seção a seguir são discutidos os demais aportes teóricos adotados, que permitem que seja feita a ponte entre as diferentes instâncias curriculares consideradas e o sujeito foco das análises aqui desenvolvidas: o professor.

## O CURRÍCULO EM USO E O PAPEL DO PROFESSOR

Reflexões sobre o uso do currículo estão presentes em pesquisas que “colocam o professor no centro dos questionamentos sobre os efeitos dos materiais curriculares na instrução em sala de aula e aprendizagem dos estudantes” (LLOYD; REMILLARD; HERBEL-EINSEMAN, 2009, p. 3, tradução livre). Investigar tal uso é lançar à prática um olhar que visa entender o que ocorre quando o professor utiliza os documentos oficiais e materiais curriculares aos quais tem acesso e como este profissional se relaciona com eles.

Os documentos oficiais que são pensados para orientar nacionalmente ou localmente a escolarização em determinado nível de ensino (currículo *prescrito*), bem como seu reflexo em materiais curriculares amplamente presentes em sala de aula (currículo *apresentado*) constituem ferramentas de apoio que possuem grande papel nos processos de ensino e de aprendizagem. Assim, estes influenciam a prática em diferentes medidas, a partir da mediação do professor.

O ensino em sala de aula conta com os materiais curriculares como ferramentas para transmitir e reproduzir conceitos, formas e práticas curriculares. [...] os professores interpretam as várias palavras e representações presentes nos materiais curriculares para organizar o currículo [real] (BROWN, 2009, p. 17, tradução livre).

Investigar o currículo em sua amplitude, é, portanto, olhar além dos documentos oficiais e materiais curriculares. Neste olhar, que se interessa também por outras instâncias do currículo – nas quais as etapas prévias, durante e posteriores à prática em sala de aula são o foco – “é importante compreender as maneiras como os professores transformam as ideias centrais dos materiais curriculares em prática, considerando-se a frequência com que eles são usados [...] como ferramentas para influenciar o ensino” (BROWN, 2009, p. 17, tradução livre).

É válido ressaltar que tal perspectiva é aqui articulada ao referencial teórico anteriormente discutido (SACRISTÁN, 2000), entendendo-se que Brown (2009) explicita a importância de ir além da concepção de currículo enquanto prescrições e orientações para

analisar a complexidade curricular a partir de interações e sua influência na prática docente.

Destaca-se, desse modo, que:

apesar das muitas maneiras pelas quais os materiais curriculares podem influenciar a prática do professor, eles representam apenas metade da história. Compreender como as habilidades, os conhecimentos e as crenças dos professores influenciam suas interpretações e o uso que eles fazem desses materiais é fundamental para entender a relação professor-ferramenta [professor-materiais curriculares] (BROWN, 2009, p. 22, tradução livre).

Nesse sentido, Brown (2009) aponta “como os materiais curriculares, através de suas possibilidades e restrições, influenciam os professores e como os professores, através de suas percepções e decisões, mobilizam estes materiais” (BROWN, 2009, p. 23, tradução livre). O autor destaca, também, diferentes etapas do uso que o professor faz dos materiais curriculares: este profissional *seleciona* materiais que lhes serão úteis dados seus objetivos e capacidades; *interpreta* estes materiais, tanto durante o planejamento quanto durante o desenvolvimento de suas aulas; *concilia* suas percepções e objetivos com aquelas evidenciadas nos materiais; *adapta* o currículo, a partir de constante feedback e ajustes de sua prática e à luz dos interesses, experiências e limitações de seus estudantes; para, por fim, *modificar* sua prática, acrescentando ou omitindo materiais, conceitos e/ou metodologias de acordo com necessidades e capacidades de seus estudantes, bem como suas próprias.

Fazendo uma (re)leitura de Brown (2009) e Remillard (2009), Pires e Curi (2013) propuseram uma classificação dos tipos de uso de materiais curriculares por professores, aqui adotada. Essas autoras apresentam quatro categorias: *negação*, *reprodução*, *aproximação/adaptação* e *criação*.

- (1) **Negação:** [...] tipo de uso em que o professor não utiliza os recursos curriculares (materiais) apresentados ou realiza esporadicamente alguma atividade fora da sequência, sem grande compromisso com seus objetivos.
- (2) **Reprodução:** [...] o professor utiliza os recursos curriculares (materiais) apresentados, o mais próximo possível do que está neles proposto sem identificar necessidades de adaptação a seu grupo de alunos.
- (3) **Aproximação/Adaptação:** [...] o professor utiliza os recursos curriculares (materiais) apresentados, levando em conta o que está neles proposto, mas fazendo as aproximações/adaptações ao seu grupo de alunos, em termos de seus conhecimentos prévios, ritmos de aprendizagem, necessidades e interesses.
- (4) **Criação:** [...] o professor não utiliza os recursos curriculares (materiais) apresentados, mas se propõe ele próprio a ser o designer das atividades que utiliza em sala de aula (PIRES; CURI, 2013, p. 64-65).

Na seção a seguir são discutidos aportes teóricos referentes à concepção de desenvolvimento conceitual, bem como às temáticas da Matemática foco do estudo em questão.

## A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

Para Vergnaud (1996), um conceito é constituído por um tripé formado pelas *situações* que o atribuem sentido (*S*), pelos seus *invariantes*, propriedades e características que diferenciam as variadas situações (*I*) e pelas *representações simbólicas* (*R*) utilizadas para representá-los frente à resolução de problemas.

Tal autor ressalta, ainda, que os conceitos não se desenvolvem independentemente: estão inseridos em campos conceituais e possuem relações com outros conceitos que fazem parte destes. Campo conceitual é definido enquanto “um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão” (VERGNAUD, 1986, p. 10).

À luz da Teoria dos Campos Conceituais, defende-se a importância da exploração de *situações* variadas em sala de aula, ressaltando-se seus *invariantes* e diferentes *representações simbólicas* referentes a determinado conceito trabalhado. Além disso, tendo em vista as relações intrínsecas aos diferentes campos conceituais, é interessante que haja um trabalho com problemas que explorem simultaneamente conceitos variados, visando o amplo desenvolvimento dos estudantes. No presente artigo, tem-se por foco o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é definido por Vergnaud (1996) como o “conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações” (p. 167). Assim, estão nele inseridos conceitos como o de número racional, de proporcionalidade, funções, bem como conceitos relacionados à Combinatória e à Probabilidade.

Diferentes autores embasam a diferenciação de tipos de problemas (*situações*) combinatórios e probabilísticos. No que diz respeito à Combinatória, foi adotada a classificação de Borba (2010). Essa autora diferencia os problemas combinatórios básicos em quatro situações, com base em seus invariantes de ordem e de escolha (e tendo o esgotamento como invariante em comum): *produto de medidas*, *arranjo*, *combinação* e *permutação*. Os *invariantes* de tais *situações* são sistematizados no Quadro 1, junto de exemplos.



**Quadro 1** – Situações combinatórias

	CONJUNTOS ENVOLVIDOS	ESCOLHA	ORDEM	EXEMPLO
<b>PRODUTO DE MEDIDAS</b>	Dois ou mais conjuntos distintos	Um elemento de cada conjunto	Não determina possibilidades distintas	Jane possui quatro blusas (amarela, rosa, laranja e vermelha), duas saias (preta e branca) e dois pares de sapato (dourado e prateado). De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir usando uma de suas blusas, uma de suas saias e um de seus pares de sapato?
<b>ARRANJO</b>	Conjunto único	Alguns elementos do conjunto	Determina possibilidades distintas	Edinho tem alguns carrinhos e quer colocar placas neles. Ele quer usar quatro letras (X, Y, K e W) e vai escrever três letras em cada placa. Quantas são todas as possibilidades de placas que Edinho pode fazer, sem que as letras se repitam?
<b>COMBINAÇÃO</b>	Conjunto único	Alguns elementos do conjunto	Não determina possibilidades distintas	Márcia tem em casa quatro tipos de fruta (mamão, abacaxi, laranja e banana) e quer fazer uma salada usando três dessas frutas. De quantas maneiras diferentes ela pode combinar essas frutas?
<b>PERMUTAÇÃO</b>	Conjunto único	Todos os elementos do conjunto	Determina possibilidades distintas	De quantas maneiras diferentes três pessoas (Maria, Luís e Carlos) podem posicionar-se numa fila do banco?

Fonte: As autoras – exemplos extraídos de Montenegro (2018).

Por sua vez, no que se refere à Probabilidade, adotou-se a argumentação de Bryant e Nunes (2012) que ressaltam que, ao estudar eventos aleatórios, isto é, eventos que “as pessoas sabem que podem ocorrer, mas não têm certeza se e quando eles irão ocorrer” (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução livre), tem-se contato com uma temática ampla e cuja compreensão exige o desenvolvimento de quatro demandas cognitivas. São elas: o entendimento da *aleatoriedade*, isto é, a natureza não-determinística de muitos contextos que nos cercam; a elaboração/análise do *espaço amostral*, o conjunto de todas as possibilidades de ocorrência dado um evento aleatório; a *comparação* e *quantificação* de probabilidades, entendendo a probabilidade enquanto quantidade que pode ser representada de maneiras diversas e precisa levar em consideração seu caráter proporcional; e a compreensão de

*correlações* (relações entre eventos), sendo capaz de distinguir associações genuínas daquelas que ocorrem ao acaso, a partir da aplicação de conhecimentos referentes às demandas anteriormente citadas.

Com base nos aportes teóricos apresentados, a pesquisa foi estruturada de acordo com os percursos metodológicos explicitados a seguir.

## PERCURSOS METODOLÓGICOS

Para compreender amplamente as possibilidades de articulações entre Combinatória e Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, uma etapa da pesquisa que prezasse pelo contato com o professor foi de suma importância. O instrumento de coleta de dados utilizado está atrelado a resultados obtidos em etapas anteriores da pesquisa de tese (LIMA; BORBA, 2019a<sup>2</sup>; LIMA; BORBA, 2019b<sup>3</sup>), visto que é também a partir de documentos oficiais e livros didáticos que o professor atua como agente transformador do currículo. O mesmo foi organizado em cinco blocos e as perguntas que compuseram cada bloco são apresentadas em cada subseção das análises.

Enquanto o primeiro bloco do roteiro das entrevistas teve por objetivo a identificação e caracterização dos profissionais entrevistados, as perguntas inseridas nos Blocos II, III e IV do roteiro em questão visaram explorar as relações dos professores entrevistados com os currículos *prescrito* e *apresentado*, a fim de entender a influência das duas primeiras instâncias do currículo dos Anos Finais na prática destes profissionais (que se refletem nos currículos *moldado*, *em ação* e *avaliado*). Por sua vez, o Bloco V do roteiro de entrevista visou aprofundar as reflexões sobre o trabalho com Combinatória e Probabilidade, a partir da análise de atividades extraídas dos livros didáticos analisados em uma etapa prévia da pesquisa. Pedir que professores analisassem tais questões teve o intuito de investigar as concepções dos mesmos sobre as potencialidades e limitações de um trabalho articulado entre Combinatória e Probabilidade, o que foi reforçado a partir do direcionamento proporcionado pela pergunta que encerrava a entrevista: *Em sua opinião, quais são as vantagens e desvantagens de se trabalhar a Combinatória e a Probabilidade de maneira articulada?*

Na próxima seção são apresentados e discutidos os resultados de um estudo piloto realizado referente a tal etapa da pesquisa.

---

<sup>2</sup> Referente à análise do *currículo prescrito* aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>3</sup> Referente à parte das análises do *currículo apresentado* aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 14 - N 2 - 2023

Este trabalho está licenciado com uma [Licença Creative Commons Atribuição \(CC BY\) 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

## APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados aqui elencados dizem respeito a uma entrevista realizada no segundo semestre de 2019, tendo como participante um professor de Matemática de uma escola pública localizada em Recife-PE, referido como P1. P1 possui Licenciatura em Matemática, Mestrado (e Doutorado em andamento) em Educação Matemática e Tecnológica. Na data da entrevista, possuía 6 anos de atuação (dos quais 5 atuou exclusivamente nos Anos Finais).

Além das perguntas de identificação pessoal, no primeiro bloco da entrevista semiestruturada conduzida foram feitas, ainda, as seguintes perguntas, referentes à familiaridade do professor com discussões voltadas ao currículo: “*Em sua formação inicial foram discutidos currículos da Educação Básica? E em formações continuadas, currículos têm sido discutidos?*”. A seguir são apresentados os principais trechos da fala do professor P1. Nas transcrições que seguem, o professor se refere à sua formação inicial (graduação) e continuada, respectivamente:

**Transcrição 1:** “Eu tive a disciplina de Prática de Ensino [...] I, II e III e eu lembro que a gente falava um pouco de currículo sim. [...] A gente falava inclusive de Parâmetros Curriculares, coisas deste tipo”.

**Transcrição 2:** “No Colégio, o que a gente tem de formação continuada geralmente são formações que a gente tem no começo do ano. Por exemplo, na semana pedagógica [...] são bem gerais. O que eu tive de discussões mais a fundo de currículo foi muito na época do mestrado [...] E as experiências que eu tive em paralelo como, por exemplo, em alguns anos eu participei das avaliações do PNLD, de livro didático... Essas coisas me faziam refletir muito a questão de currículo também”.

O professor evidenciou se lembrar pouco sobre o estudo de currículo durante sua graduação e afirmou não ter tido discussões específicas a esse respeito em formações continuadas. Outras experiências profissionais – como a participação enquanto avaliador do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foram ressaltadas como tendo influenciado seu conhecimento de currículo. Em outros momentos de sua fala, P1 reforçou, ainda, que seu conhecimento sobre currículos da Educação Básica é fruto das diferentes etapas de sua formação (principalmente no mestrado e doutorado) e que o conhecimento de currículo advindo de sua experiência de ensino não vem necessariamente de formações continuadas promovidas pela escola, mas tem relação com o tempo de ensino e experiências vividas em paralelo. Nesse sentido, destacou o contato frequente que tem com estagiários, mencionando a riqueza desses momentos que o permitem estar em interação com novas metodologias, com os professores de Estágio (docentes universitários) e os estagiários (estudantes da Licenciatura

em Matemática) – momentos em que, conforme apontado por P1, é importante e necessário voltar o olhar ao currículo dos diferentes anos de escolarização.

No que se refere ao segundo bloco da entrevista, *Referência ao Currículo Prescrito*, destacam-se três trechos da fala do professor P1. O primeiro deles (Transcrição 3) relaciona-se aos seguintes questionamentos: *“Para planejar e desenvolver suas aulas, você faz consulta a algum documento de prescrição curricular? Qual(is)? Com que frequência consulta prescrição(ões) curricular(es)?”*.

**Transcrição 3:** “A gente tem a liberdade de no início do ano elaborar a ementa do nosso curso [...]. Com a questão da BNCC, muita coisa foi discutida e, querendo, ou não, a gente também dá uma olhada, mas ao mesmo tempo não mudou completamente a nossa maneira de pensar para se encaixar exatamente no que a BNCC está trazendo [...]. Um documento que eu busco olhar, pelo menos nessa fase inicial – no começo do ano, quando eu estou querendo traçar tudo que eu vou estudar, quais são as unidades [...] – é o dos Parâmetros Curriculares Nacionais, mesmo sendo antigo é um documento que eu gosto muito. E os Parâmetros daqui de Pernambuco [...] para mim são referência. [...] Inclusive quando eu participo de formação de professores eu sempre indico. [...] É um documento atual e é muito rico [...]. Esse olhar para esses documentos, geralmente acontece lá no começo do ano, para escolher, para fazer o planejamento geral”.

Sobre sua relação com o currículo prescrito, P1 destacou que esta é mais forte em seu planejamento inicial, que ocorre no início do ano letivo e mostrou estar familiarizado e se identificar mais com alguns documentos oficiais do que com outros – destacou os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), ao passo em que deu evidências de estar vivenciando um momento de análise/adaptação referente à Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento mais recente e em vigência corrente. Em suas falas, o professor ressaltou, ainda, que a elaboração da ementa citada é fruto, também, do compartilhamento de ideias com outros professores de Matemática do colégio onde trabalha, consistindo, assim, em um momento de discussões coletivas acerca do que se espera que seja trabalhado em cada ano de escolarização.

Por sua vez, a Transcrição 4 se refere aos demais questionamentos presentes no Bloco II da entrevista: *“Você conhece as prescrições curriculares referentes ao ensino da Combinatória nos Anos Finais? E da Probabilidade? Como essas prescrições influenciam suas atividades em sala de aula referentes ao ensino desses conteúdos (planejamento, desenvolvimento e avaliações)? Comente”*.

**Transcrição 4:** “Eu tenho uma noção [...]. Quando eu vou pensar no que é que trazem os documentos curriculares sobre Combinatória, [...] na minha

cabeça vem a mistura do que eu aprendi na graduação, com o que eu aprendi no mestrado, com o que eu vivi na experiência com o PNLD, com o que eu aprendi no PIBID<sup>4</sup> [...] e o que eu aprendi no Colégio, na prática. [...] A gente trabalha desde o Fundamental com um pouco de Análise Combinatória já. A Probabilidade também! Ideias de probabilidade, ideia de chance, ideia de equiprobabilidade [...] esses elementos mais sutis da Probabilidade. [...] e na Combinatória também, é um trabalho que a gente faz desde o Fundamental naturalmente”.

É válido ressaltar o destaque que o professor deu, novamente, ao papel de suas experiências no conhecimento que este tem no que diz respeito ao que se espera que seja trabalhado nos Anos Finais, agora se referindo, especificamente, à Combinatória e à Probabilidade. A fala de P1 se mostrou alinhada ao que consta em currículos prescritos, no sentido de indicação de uma progressão no estudo de conceitos combinatórios e probabilísticos ao longo da escolarização, bem como de priorizar o uso de estratégias diversas e não trabalhar com as fórmulas precocemente. Tais pontos foram mais diretamente evidenciados no trecho a seguir (Transcrição 5), no qual o professor dá foco à Combinatória.

**Transcrição 5:** “[...] muito antes de dar nome ao que a gente está trabalhando, de chamar de arranjo, chamar de combinação, Princípio Fundamental da Contagem [...]. Quando chega lá no Médio acaba sendo mais fácil, porque eles já conhecem bem o conceito. [...] Até no Médio, as vezes que eu trabalhei [...] tomei o cuidado de só trabalhar com as fórmulas lá no fim”.

Assim, mesmo tendo destacado que não consulta sempre os documentos oficiais, o professor traz, em suas falas, evidências de que conhece bem as prescrições ao ensino da Combinatória e da Probabilidade. Mostra, também, uma preocupação em promover o contato com conceitos para embasar a consolidação de conhecimentos ao longo da Educação Básica – o que também é defendido no currículo *prescrito* (LIMA; BORBA, 2019a). Neste sentido, sua interação com este tipo de material curricular não se mostra ser de *negação* nem, tampouco de *reprodução*, mas de *aproximação/adaptação* à sua realidade e necessidades em sala de aula e em interação com seus estudantes (PIRES; CURI, 2013).

Por sua vez, no terceiro bloco da entrevista, *Referência ao Currículo Apresentado*, P1 respondeu aos seguintes questionamentos: “*Qual coleção de livros didáticos de Matemática é adotada na escola em que você trabalha? Como você utiliza o livro didático em suas aulas (planejamento e/ou desenvolvimento)?*”. De sua resposta, destaca-se o seguinte trecho (Transcrição 6):

<sup>4</sup> Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, iniciativa conduzida pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) visando valorizar o magistério na formação inicial de professores – criada pelo Decreto n.º 7.219/2010.

**Transcrição 6:** “A gente sempre escolheu o de Imenes e Lellis, para o Fundamental [...]. Quando eu cheguei no Colégio já era dito que sempre se escolhia ele, há muito tempo. [...] Só que na última vez [...], no PNLD, ele não estava lá. [...] E a gente fez uma escolha muito inadequada, ao meu ver, nessa última vez. [...] A gente viu que todas as orientações [...], o manual do professor [...] tinham indicações muito boas, mas o material em si... Ele não era bom. Que é o que o aluno vai ter acesso. [...] Faz mais ou menos dois anos que eu não uso mais o livro que o Colégio tem como base, eu uso diversos outros recursos para aula. Lógico, forneço todos esses recursos para os alunos [...]. Se o livro da gente tiver alguma seção de atividades interessantes aí eu passo [...], mas é como se fosse um livro, realmente, de atividades complementares. [...] Eu estou utilizando, como base, o de Imenes antigo”.

Sobre sua relação com o currículo *apresentado*, é importante destacar que o professor ressaltou, várias vezes, que atividades de livros didáticos utilizados por ele têm um papel de guiar o início das discussões em sala, sendo um ponto de partida e não o objetivo completo da aula. É importante observar que P1 apontou, nesta fala, uma função do currículo *apresentado* que se interliga a outras instâncias do currículo: material de consulta ao professor para o planejamento de suas aulas/seleção de atividades a serem trabalhadas em sala de aula junto aos estudantes (currículo *moldado*, currículo *em ação* e, ainda, currículo *avaliado*, que se reflete nas prioridades eleitas pelo professor). Dessa forma, destaca-se novamente a atuação ativa de P1 na escolha de atividades que ele julga relevantes para seus estudantes, em detrimento de uma mera reprodução do livro a ele disponível – uma relação, portanto, de *aproximação/adaptação* (PIRES; CURI, 2013).

Ao falar especificamente da Combinatória e da Probabilidade no livro didático, P1 deu indícios mais claros do *currículo em ação*. O professor trouxe exemplos de interações que ocorrem na sala de aula e que propiciam o surgimento de novas situações/problemas – não previstas, de início, em seu planejamento (currículo *moldado*) ou disponíveis no livro didático (currículo *apresentado*), como ilustrado nas Transcrições 7 e 8.

**Transcrição 7:** O trabalho que a gente fez com Combinatória, foi um trabalho bem consistente [...] e ele não veio no final do livro [...] ele veio bem distribuído. [...] Talvez o trabalho tenha sido mais consistente no 7º ano, mas a gente está dando aula e acaba falando de tudo, fora o livro também, basta um menino perguntar ‘professor, por que é que a placa de carro é letra e número?’, pronto, aí já vai tirar a aula todo com aquilo, entende?”

**Transcrição 8:** “Se eu vou trabalhar com o 7º ano e eu sei que tem uma parte no livro que envolve Combinatória mais a fundo, eu vou seguir aquilo ali. [...] Obviamente, o livro é sempre o pontapé inicial para as situações em sala. [...] é sempre um ponto de partida... E esse é um tipo de conteúdo que é sempre muito interessante para os alunos [...] é uma Matemática que é relativamente simples, por trabalhar com números naturais, mas que requer um raciocínio muito bonito por trás. Então muitas vezes os problemas são

bem simples e as soluções sofisticadas. [...] Esse é um conteúdo que, como os alunos gostam de se colocar em sala de aula, é um conteúdo que em toda aula aparece um problema novo! [...] Quando aparece um problema de Combinatória é quase que unânime alguém dizer assim: ‘Mas professor, e se no lugar de ser assim, fosse assim?’. E aí é a hora do desafio [...]. Acaba que de fato, na Combinatória ela tem isso em particular, [o livro/material base] é um ponto de partida mesmo”.

Ao evidenciar essa importância da interação com os estudantes na transformação do currículo que realmente irá se efetivar em sala de aula (currículo *em ação*), P1 se refere diretamente à Combinatória e, com isto, destaca uma característica desafiadora dos problemas combinatórios, pois os estudantes não possuem uma estratégia imediata ou pré-determinada de resolução. De fato, autores como Morgado *et al.* (1991) e Borba (2010; 2016) apontam a importância da ampla compreensão das características e relações envolvidas em um problema combinatório, isto é, o papel do entendimento e diferenciação dos *invariantes* envolvidos nas *situações* abordadas como base à resolução de problemas dessa natureza.

No Bloco IV, *Aprofundando o Currículo Moldado, Em Ação e Avaliado*, inicialmente P1 respondeu às perguntas: “*Como você seleciona as questões/problemas trabalhados em sala de aula? Você costuma trabalhar Combinatória e Probabilidade com seus estudantes dos Anos Finais? Se sim, quais tipos de problemas combinatórios e probabilísticos propõe? Como os trabalha em sala de aula?*”. Das suas respostas, que aprofundaram as discussões já levantadas nos blocos anteriores, destacam-se:

**Transcrição 9:** “Na Combinatória [...], por exemplo, árvore de possibilidades é uma coisa que a gente sempre usa. [...] no Fundamental mesmo a gente chega a concluir o Princípio Fundamental da Contagem, apesar de nem necessariamente trazer todo um formalismo, mas de perceber que aquela árvore de possibilidades dá sustentação a uma maneira de calcular mais rapidamente, sem necessariamente saber quais são os casos, mas quantos são”.

**Transcrição 10:** “Eu já trabalhei muitas vezes, a última delas era se apegando mesmo ao que o livro trazia, como ponto de partida para as discussões, por que o próprio livro já favorecia isso, já começava o conteúdo trazendo problemáticas bem curiosas e permitindo que os alunos se colocassem. E ali eles vinham trazendo novas situações, novos contextos, a gente ia chegando a conclusões juntos e depois ia tentar começar a resolver problemas mais avançados. [...] a gente trabalhava todos eles [diferentes tipos de problemas combinatórios] sem necessariamente estar usando a fórmula ainda, para poder entender o que é um arranjo, o que é uma combinação... [...] o trabalho é muito mais na questão de contexto, de eles olharem e dizerem ‘ah, nesse caso aqui a ordem não vai importar’ e

perceberem, principalmente, a organização dos elementos ali. [...] para eles percebem muito mais o que diferencia, para isso ficar muito mais claro para eles do que o cálculo [...]. Muitos alunos chegavam lá na frente e perguntavam ‘professor, eu preciso mesmo usar a fórmula?’”

Fica evidente que o professor P1 focou sua fala em Combinatória – a Probabilidade ganha espaço em outros momentos da entrevista. Neste bloco em específico, falou sobre sua experiência e, com isso, perpassou diferentes instâncias do currículo, aprofundando seu discurso: falou da influência dos materiais curriculares para seu planejamento (currículo *moldado* – a partir dos currículos *prescrito* e *apresentado*: remetendo a um uso de materiais curriculares que se caracteriza como *aproximação/adaptação*, conforme classificação de Pires e Curi (2013)), do papel que as discussões e reflexões em sala de aula têm no surgimento de novos problemas a serem resolvidos (currículo *em ação*) e sobre os conceitos e representações que são priorizados nessa etapa da escolarização – Anos Finais (currículo *avaliado*).

Ao ser questionado mais especificamente sobre Combinatória e Probabilidade no currículo *avaliado* e sobre relações entre tais áreas – “*Quais conceitos da Combinatória e da Probabilidade você prioriza em seu ensino e em suas avaliações? Você trabalha essas áreas da Matemática juntas ou separadas?*” – P1 trouxe reflexões das quais foram destacadas as Transcrições 11 e 12:

**Transcrição 11:** “A questão da Combinatória são esses que eu falei do Princípio Fundamental da Contagem, das diferentes representações, quando a gente usa árvore de possibilidades, quando a gente usa... Às vezes tem até representações tabulares [...] e a questão das fórmulas vão vir realmente bem depois. Em relação à Probabilidade, eu acho que os conceitos básicos, que são essenciais... [...] falou de Probabilidade é falar de chance. Isso geralmente está muito relacionado à Estatística [...] e de ter esse cuidado, se eu quero falar de Probabilidade, eu tenho que falar de equiprobabilidade”.

**Transcrição 12:** “Na época que eu era estudante do Ensino Médio, eu via completamente articulado, junto. Era um capítulo depois do outro e pra mim não fazia sentido estudar Probabilidade se eu não estudasse Combinatória. Por que todos os problemas que vinham de Probabilidade eram iguais aos que vinham de Combinatória, só que acrescentavam ‘qual é a chance de...?’ [...]. Tanto no Fundamental quando no Médio a gente tende a trabalhar conceitos isoladamente [...]. O de Probabilidade vem um pouco depois, por que algumas atividades envolvendo Probabilidade são aquelas que exigem a Contagem [...], quando é preciso achar o espaço amostral. [...] no Fundamental, principalmente, a gente vê que os conceitos de Probabilidade que são trabalhados são conceitos de Probabilidade independentes de qualquer situação. Está muito mais ligado à Estatística [...] do que a uma contagem. [...] Dependendo do problema de Probabilidade, a gente precisa fazer uma contagem...”.



A partir das falas anteriores é possível perceber que P1 destacou a importância da variação de contextos/criação de situações em sala, com contextos relacionados ao cotidiano, bem como do trabalho com os *invariantes* dos problemas combinatórios e as ideias probabilísticas relacionadas a evento, comparação de probabilidades e de construção de espaços amostrais. Nessa fala, P1 evidenciou o que acredita ser essencial que seus alunos aprendam nos Anos Finais, isto é, apresentou sua percepção do currículo *avaliado*. Novamente, é possível perceber que trouxe em suas falas suas experiências, mas não deixou de corroborar o que está posto no currículo *prescrito* nem de mencionar o papel de influência do livro didático no que se dá em sala de aula, novamente mostrando uma postura de *aproximação/adaptação* destes materiais curriculares em sua prática. Nesta, e em falas anteriores, é perceptível, também, uma atenção/preocupação do professor ao tripé que caracteriza os conceitos (VERGNAUD, 1986; 1996): 1. variedade de *situações* combinatórias e probabilísticas; 2. foco nos *invariantes* das mesmas, isto é, suas propriedades e relações; 3. diferentes *representações simbólicas* utilizadas no trabalho com situações dessa natureza e na resolução de problemas. O fato de tais aspectos estarem presentes na fala de P1 referente à Combinatória e à Probabilidade é algo bastante positivo, dado que o atendimento desse tripé é de suma importância ao desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico (BORBA, 2016; CAMPOS; CARVALHO, 2016).

Quanto à articulação entre Combinatória e Probabilidade, em específico, P1 citou sua presença em livros didáticos (currículo *apresentado*) e sua própria experiência como estudante do Ensino Médio, na qual evidenciou a percepção de que muitos problemas probabilísticos passam por uma primeira etapa de levantamento de possibilidades (construção de *espaço amostral*) e que este se dá via raciocínio combinatório – o que vai ao encontro ao defendido por trabalhos que evidenciam tal relação (LIMA, 2018; LOCKWOOD, 2012; LOPES; REZENDE, 2010; NUNES *et al.*, 2014), bem como do que está posto sobre aproximações entre tais temáticas no currículo *prescrito* e *apresentado* de Matemática, conforme achados de etapas anteriores da pesquisa em andamento (LIMA; BORBA, 2019a; LIMA; BORBA, 2019b).

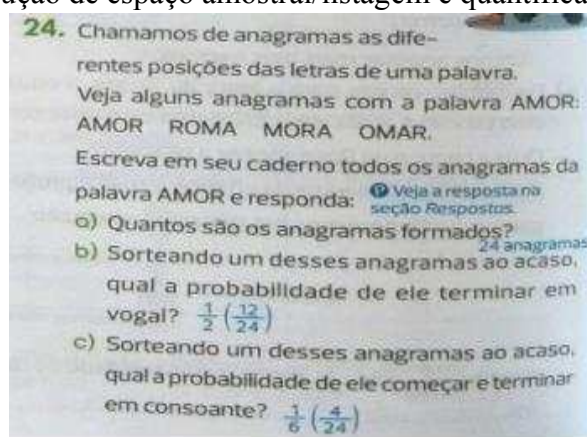
É interessante observar que P1 trouxe reflexões sobre limitações intrínsecas a esta articulação, ao ressaltar que existem conceitos combinatórios e probabilísticos independentes e dando destaque às relações entre Probabilidade e Estatística – que são bastante exploradas na literatura relacionada à Estocástica (DIAS; SILVA; SANTOS JUNIOR, 2017; OLIVEIRA

JÚNIOR; ANJOS, 2017). As contribuições do professor referentes às relações entre Combinatória e Probabilidade foram aprofundadas no Bloco V da entrevista.

Referente a este último bloco que compôs a entrevista semiestruturada realizada junto ao professor (P1) – *Analisando Questões de Livros Didáticos* – foram apresentados diferentes problemas reproduzidos de livros anteriormente analisados e feitas as seguintes perguntas: “*Quais conteúdos/conceitos são explorados nessas questões? Você já trabalhou com problemas dessa natureza com seus estudantes dos Anos Finais? Como solicitaria que os estudantes resolvessem estes problemas? Com quais turmas trabalharia estas questões? Faria algum ajuste? Se sim, quais?*”.

Por ter sido a questão que o professor mais se deteve e trouxe suas reflexões, foi selecionada a análise a seguir, referente aos problemas apresentados na Figura 1.

**Figura 1** – Problema com contexto combinatório (permutação) e aprofundamento probabilístico (construção de espaço amostral/listagem e quantificação de probabilidades)



Fonte: Coleção *Teláris* – 7º ano (2015, p. 268).

O professor P1 trouxe inicialmente, conforme explicitado na Transcrição 13, reflexões sobre o enunciado da questão, afirmando que seria importante deixar bem claro o que é um anagrama, pois para levantar todas as possibilidades válidas (esgotamento), devem ser consideradas palavras com e sem sentido.

**Transcrição 13:** “Os exemplos aqui [no enunciado] não são suficientes... Se colocou quatro, poderia ter colocado um muito estranho”.

P1 afirmou, também, não considerar que a pré-definição da estratégia/representação que o estudante deverá utilizar para encontrar todos os anagramas nesse problema seja a melhor opção. O professor deu indícios de que prefere deixar seus estudantes à vontade para que possam escolher as estratégias que preferirem. É importante destacar que foi observado na análise do currículo *apresentado* (LIMA; BORBA, 2019b) que a maioria dos problemas propostos não determina como o estudante deverá resolvê-lo, corroborando a opinião do professor sobre essa liberdade de escolha da estratégia/representação mais adequada a cada situação. Nesse caso, em específico, o professor afirma não acreditar que a listagem seja a melhor opção, principalmente quando os estudantes podem já estar munidos de representações mais eficientes no que se trata da quantificação de possibilidades.

Se referindo ao item b da questão analisada, que explora o cálculo de probabilidades, o professor destacou os conceitos envolvidos, afirmando que o estudante precisa conhecer a definição de probabilidade como a razão entre casos favoráveis e casos possíveis e concluiu que trabalharia esta questão em turmas que já tiveram contato com a Probabilidade, mas que faria ajustes, como os anteriormente citados, para melhor desenvolvimento da atividade.

**Transcrição 14:** “Eu trabalharia com o 7º, 8º ano. Mas evitaria trabalhar desse jeito, teria que esclarecer algumas coisas”.

Dado o posto, P1 evidenciou em suas falas, mais uma vez, um olhar amplamente influenciado por sua experiência (de formação e de sala de aula) e pelas particularidades de seus estudantes – olhar que media a relação que o mesmo estabelece com o livro didático: *aproximação/adaptação*. Assim, exemplificou bem a ação docente como transformadora do currículo – sendo os ajustes citados por P1 exemplos de como o professor produz o *currículo moldado* enquanto está em contato, inclusive, com o que é trazido pelo currículo *apresentado*.

No que se refere às outras questões de livros didáticos apresentadas ao professor para que este as analisasse, P1 também trouxe considerações importantes sobre as mesmas, tendo sido capaz de identificar os diferentes conceitos combinatórios e probabilísticos nelas trabalhados – inclusive articulados entre si –, e refletindo sobre o momento da escolarização adequado a se trabalhar cada uma delas, bem como indicando possibilidades de adaptações. As adaptações às quais o professor se referiu diziam respeito a três pontos principais: 1. não determinar a estratégia a ser utilizada / deixar os estudantes livres para usarem listagem ou

não – o que reflete sua preferência pessoal em explorar representações/estratégias variadas; 2. variar quantidades trabalhadas para aumentar ou diminuir o número de possibilidades – visando adaptar os problemas de modo a ser possível utilizá-los em diferentes turmas e anos escolares; 3. utilizar contextos próximos aos estudantes dos Anos Finais – buscando engajá-los na resolução de problemas que sejam mais próximos de suas realidades.

Por fim, visando sistematizar a discussão sobre possíveis articulações entre Combinatória e Probabilidade nos Anos Finais, encerrando a entrevista foi perguntado: “*Em sua opinião, quais são as vantagens e desvantagens de se trabalhar a Combinatória e a Probabilidade de maneira articulada?*”. Neste momento, P1 trouxe reflexões muito importantes aos encaminhamentos da presente pesquisa. Sua fala destaca limitações da exploração dessas relações, mas, ao mesmo tempo, aponta um caminho rico para a percepção de que Combinatória e Probabilidade não são dependentes uma da outra, mas possuem pontos de relação interessantes e a articulação destes pode trazer contribuições para o trabalho dessas duas áreas em sala de aula. Destacam-se os trechos a seguir.

**Transcrição 15:** “Eu acho que uma desvantagem é se você [...] trabalhar de uma maneira que a gente ache que só faz sentido compreender os conceitos de Probabilidade se a gente conhecer os de Contagem. E isso não é verdade, os conceitos de Probabilidade são muito específicos e são muito bem consolidados [...]”.

**Transcrição 16:** “Pontos positivos é que realmente acaba, eu acho que o problema de Probabilidade ele tem um potencial muito grande para situações do contexto [relação com o cotidiano]. [...] Você chegar e dizer assim ‘quantos tipos de sorvete você pode fazer?’ é um problema tipicamente matemático, apesar de ter um contexto aqui, mas no dia a dia quase ninguém iria se perguntar [...]. Mas se você diz assim ‘qual a chance de acontecer tal coisa?’... Enfim, eu nunca tinha pensado nisso, estou pensando nisso agora, mas me parece que o problema de Probabilidade é mais voltado para o contexto [...]. Então quando a gente relaciona isso, vai provocar um potencial a mais no estudo de Contagem. [...] Essa é uma possibilidade. E aí quando a gente vai trabalhar os casos de Probabilidade junto com Combinatória a gente acaba ganhando mais força na Combinatória também, em questão de contexto. [...] No dia a dia se eu ligo o jornal é muito mais fácil eu ver notícias envolvendo Probabilidade, chance de acontecer uma coisa do que simplesmente quantos casos existem [...]. Então quando a gente relaciona a Contagem com a Probabilidade, a gente está trazendo um pouco mais de significado social para a Combinatória”.

As considerações a partir do discutido no presente texto são apresentadas a seguir.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A realização desta primeira entrevista, aqui relatada, foi de suma importância para se refletir sobre ajustes a serem feitos no roteiro da entrevista semiestruturada para utilização com os demais professores que participaram desta etapa da pesquisa. O instrumento de coleta foi revisado para que as perguntas pudessem ser mais objetivas e direcionadas à Combinatória, à Probabilidade e às relações entre elas em cada um dos blocos da entrevista.

Além disso, a entrevista conduzida evidenciou a riqueza dessa etapa que englobou o contato com esses professores – agentes transformadores do currículo. P1 mostrou conhecer o que está posto no currículo *prescrito*. Isto está intrínseco em suas falas e nas escolhas que evidenciou em cada momento da entrevista. O professor em questão também explicitou que faz uso do livro didático (currículo *apresentado*), mas que, no entanto, não se prende ao que está presente nesse material. Falou sobre suas experiências e revelou olhar crítico a esse material didático e preferências baseadas em sua formação que influenciam o planejamento de sua prática (currículo *moldado*). Assim, sobre sua relação com materiais curriculares, pode-se classificar o uso que faz dos mesmos como de *aproximação/adaptação*, em detrimento de uma mera reprodução ou distanciamento total destes em sua prática (*negação* ou *criação*) (PIRES; CURI, 2013).

O professor P1 citou, ainda, exemplos de vivências em sala de aula que mostram que questionamentos por parte dos estudantes são capazes de transformar o que será trabalhado em sala de aula (currículo *em ação*). Destacou, inclusive, perceber que conceitos de Combinatória e de Probabilidade promovem engajamento dos alunos e o interesse despertado faz com que surjam situações novas a partir de questões como ‘e se fosse assim...?’. Uma simples pergunta como esta pode modificar totalmente os invariantes trabalhados no problema original, potencializando o trabalho com *situações* variadas em sala de aula – algo essencial ao desenvolvimento dos raciocínios envolvidos.

No que se refere ao currículo *avaliado*, o professor explicitou os conceitos e procedimentos que considera essenciais de serem trabalhados nos Anos Finais, trazendo suas expectativas em relação aos seus estudantes nesta etapa da escolarização no que diz respeito à Combinatória e à Probabilidade – falas que estão de acordo com o currículo *prescrito*, bem como com estudos da área, como mencionado anteriormente.

Por fim, mais diretamente sobre a articulação entre Combinatória e Probabilidade o professor destacou a riqueza dos contextos probabilísticos e a proximidade destes com a realidade. “*Então quando a gente relaciona a Contagem com a Probabilidade, a gente está trazendo um pouco mais de significado social pra Combinatória*” é uma fala muito importante para o estudo de tese em questão e remete, ainda, à articulação presente no currículo *apresentado* referente ao contexto/aprofundamento de problemas<sup>5</sup>. A continuidade desta etapa da pesquisa e contato com outros professores, de escolas e realidades diferentes, com bagagens variadas, tem potencial para trazer ainda mais contribuições a tais reflexões.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATANERO, Carmen; GODINO, Juan; NAVARRO-PELAYO, Virginia. **Razonamiento combinatorio**. Madrid: Síntesis. 1996.

BORBA, Rute. Antes cedo do que tarde: O aprendizado da Combinatória no início da escolarização. In: Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais – Encepai. **Anais...** Recife, 2016.

BORBA, Rute. O raciocínio combinatório na Educação Básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM. **Anais...** Salvador, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC / Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

BROWN, Matthew W. The teacher-tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (eds.). In: **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, p. 17-36, 2009.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Children’s understanding of probability: a literature review**. Nuffield Foundation. 2012.

CAMPOS, Tânia; CARVALHO, José Ivanildo. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – Em Teia, Recife, PE, v. 7, n. 1, 2016.

---

<sup>5</sup> Articulação identificada em cerca de 6,4% dos problemas combinatórios e probabilísticos analisados em todas as coleções analisadas referentes ao PNL D 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris** – Matemática. 7º ano. 1. ed. - São Paulo: Ática, 2015.

DIAS, Cristiane; SILVA, Giane; SANTOS JUNIOR, Guataçara. A educação estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil: uma análise curricular. **Revista Thema**, v. 14, n. 2, p. 122-136, 2017.

FISCHBEIN, Efraim. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht, 1975.

LIMA, Ewellen. **Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações**. 2018. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, Ewellen; BORBA, Rute. A articulação entre Combinatória e Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: um olhar para o currículo prescrito no Brasil. **Anais...** Congresso Internacional Virtual de Educación Estadística – III CIVEEST. Granada, 2019a.

LIMA, Ewellen; BORBA, Rute. Combinatória, Probabilidade e suas relações em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais. **Anais...** Encontro Nacional de Educação Matemática – XIII ENEM. Cuiabá, 2019b.

LIMA, Rita de Cássia. **O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos: do início da escolarização até o ensino médio**. (Dissertação: Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2010.

LLOYD, Gwendlyn M.; REMILLARD, Janine T.; HERBEL-EISENMANN, Beth. Teachers' use of curriculum materials. In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.;

LLOYD, G. M. (eds.). In: **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, p. 3-15, 2009.

LOCKWOOD, Elise. Counting using sets of outcomes. **Mathematics Teaching in the Middle School**. v. 18, n. 3, p.132-135, 2012.

LOPES, José Marcos; REZENDE, Josiane. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 23, n. 36, p. 657-682, 2010.

MONTENEGRO, Juliana. **Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias**. 2018. 247f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

MORGADO, Augusto; PITOMBEIRA DE CARVALHO, João Bosco; PINTO DE CARVALHO, Paulo; FERNANDEZ, Pedro. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; EVANS, Deborah; GOTTARDIS, Laura; TERLEKTSI, Maria-Emmanouela. The cognitive demands of understanding the sample space. **ZDM: the international journal on mathematics education**, v. 46, n. 3, p.437-448, 2014.

OLIVEIRA JÚNIOR, Ailton P.; ANJOS, Roberta. O ensino da estocástica no currículo de Matemática do Ensino Fundamental no Brasil. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 13-41, 2017.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco** – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Secretaria de Educação: 2012.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barbra. **La g nese de l'idee de hasard chez l'enfant**. Paris, Press Universitaires de France, 1951.

PIRES, Célia M.; CURI, Edda. Rela es entre professores que ensinam Matemática e prescri es curriculares. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática – RenCiMa**, São Paulo, SP, v. 4, n, 2, p. 57-74, 2013.

REMILLARD, Janine T. Considering what we know about the relationship between teachers and curriculum materials (Part II Commentary). In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (eds.). In: **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, p. 3-15, 2009.

SACRISTÁN, José Gimeno. **O currículo: Uma reflexão sobre a prática**. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

VERGNAUD, Gérard. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p.75-90, 1986.

*Submetido em 18/11/2022.*

*Aprovado em 26/02/2023.*