



RACIOCÍNIO PROPORCIONAL DOS ESTUDANTES INGRESSANTES NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO: RESULTADOS DE UMA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Proportional reasoning of students entering integrated high school: Results of a diagnostic evaluation

Luí Fellippe da Silva Bellincantta Mollossi

Doutorando em Educação Científica e Tecnológica
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Santa Catarina – SC
lui.mollossi@ifsc.edu.br
<https://orcid.org/0000-0001-6756-6234>

Lucélia Peron

Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Santa Catarina – SC
luc.peron@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3112-9064>

Rosilene Beatriz Machado

Doutora em Educação Científica e Tecnológica
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Santa Catarina - Brasil
rosibmachado@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-9621-7380>

Resumo

O raciocínio proporcional vai além do conceito de proporcionalidade. Sua relevância está no fato de oferecer uma grande contribuição para a aprendizagem da matemática, bem como sua aplicação em outras áreas do conhecimento. Diante disso, este artigo tem como objetivo apresentar os resultados de uma avaliação diagnóstica, realizada com estudantes ingressantes no 1º ano do ensino médio integrado do Instituto Federal Catarinense (IFC) - *Campus* Araquari, para verificar o nível de conhecimentos e habilidades que eles têm no que tange ao raciocínio proporcional. A construção do instrumento avaliativo baseou-se na pesquisa de Bright, Joyner e Wallis (2003). Participaram da atividade 232 estudantes que frequentavam os cursos Técnicos Integrados de Agropecuária, Informática para Internet e Química. Os resultados indicam que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades para resolver as situações-problema propostas, dado que o percentual de acertos ficou entre 37% e 51% nas questões objetivas e que apenas 10% responderam corretamente o exercício dissertativo. A maior parte dos discentes enfrenta dificuldades na interpretação de problemas envolvendo comparações multiplicativas, fragilidade que leva a refletir sobre a qualidade das experiências de ensino em suas trajetórias escolares,

com foco, sobretudo, no uso de algoritmos, memorização de técnicas e resolução mecânica de problemas, não oportunizando a interpretação, a reflexão e a compreensão de conceitos.

Palavras-Chave: Raciocínio Proporcional; Proporcionalidade; Raciocínio aditivo e multiplicativo; Avaliação Diagnóstica; Ensino Médio Integrado.

Abstract

Proportional reasoning goes beyond the concept of proportionality. Its relevance is because it offers a great contribution to the learning of mathematics, as well as it has applications in other areas of knowledge. Therefore, this article aims to present the results of a diagnostic evaluation, conducted with students entering the first year of technical high school at Instituto Federal Catarinense (IFC) - Campus Araquari, to verify the level of knowledge and skills they have concerning proportional reasoning. The construction of the evaluation instrument was based on the research by Bright, Joyner, and Wallis (2003). A total of 232 students who attended the Technical courses in Agriculture, Internet Information Technology, and Chemistry participated in the activity. The results indicate that most students have difficulties solving the proposed problem situations, given that the percentage of correct answers was between 37% and 51% in the objective questions and that only 10% correctly answered the dissertative exercise. Most students face difficulties interpreting problems involving multiplicative comparisons, a weakness that leads to new thoughts on the quality of learning experiences in their school trajectories since they are focused mostly on the use of algorithms, techniques of memorization, and mechanical problem-solving, which do not provide enough opportunities for them to interpret, consider and understand concepts.

Keywords: Proportional Reasoning; Proportionality; Additive and Multiplicative Reasoning; Diagnostic Assessment; Integrated High School.

INTRODUÇÃO

A temática do raciocínio proporcional tem sido objeto de estudo há várias décadas. Nos últimos anos, diferentes autores como Costa e Ponte (2008), Van de Walle (2009), Ribeiro e Ribeiro (2014), Faria (2016), Faria e Maltempi (2020) dentre outros, vêm ponderando também sobre o raciocínio proporcional dos estudantes da Educação Básica. Tais estudos destacam a importância desse conceito tanto para as ciências e disciplinas escolares quanto para a vida diária e buscam uma melhor compreensão sobre o assunto, com a intenção de propor alternativas que possam minimizar as dificuldades vivenciadas pelos estudantes neste quesito. Isso, pois, essas investigações têm revelado que os estudantes têm muitas dificuldades na realização de tarefas que implicam o uso do raciocínio proporcional. Tais dificuldades são visíveis desde a interpretação dos enunciados das atividades até na tendência de mecanizar algoritmos sem os compreender e de aplicá-los mesmo em situações em que não são adequados.

Faria (2016) evidencia que para raciocinar proporcionalmente, é preciso um entendimento dos conceitos relacionados a assuntos matemáticos como números, frações, razões, proporções, porcentagem, unidades de medidas, funções, relações multiplicativas, grandezas proporcionais, escalas, teorema de Tales etc. Além disso, a autora revela que, apesar

desses temas integrarem os currículos da educação básica, os estudantes não têm alcançado níveis adequados de aprendizagem nesses assuntos durante seu percurso escolar; que as habilidades necessárias para o raciocínio proporcional têm sido insatisfatórias na população em geral e que um grande segmento de nossa sociedade nunca adquire a compreensão do raciocínio proporcional de forma suficiente para resolver questões do cotidiano.

Diante disso, Costa e Ponte (2008) destacam outro fator que instiga a reflexão: a distância que os estudantes tendem a criar entre a resolução das tarefas escolares e a resolução das situações do seu dia a dia. Nestas, os estudantes fazem uma aplicação de estratégias intuitivas, ao passo que, na escola, tendem a usar estratégias formais, muitas vezes sem compreenderem o que estão fazendo e aplicando-as quando não devem. Assim, sem recorrerem ao seu conhecimento intuitivo, acabam errando com frequência as tarefas propostas.

É importante atentar ainda para a pesquisa realizada por Ribeiro e Ribeiro (2014, p. 4), que serviu como um dos parâmetros norteadores para este estudo. Pelo que desenvolveram, conseguimos compreender que os autores obtiveram resultados negativos, uma vez que identificaram uma “[...] forma mecânica de resolver os problemas...” por parte do alunado, ou seja, os estudantes desconsideravam parte do processo que envolve o conceito de proporcionalidade, utilizando-se das competências e habilidades de maneira parcial.

Tendo como base tais pontuações, isso instigou o olhar para esta pesquisa, na tentativa de compreender se há níveis de aproximação dos resultados dela com os que foram obtidos por outros autores, como, por exemplo, Ribeiro e Ribeiro (2014). Pois isso nos ajuda a perceber os diferentes segmentos que podem fragilizar o processo de ensino, levando em conta o raciocínio proporcional e a resolução de situações-problema.

A partir dos questionamentos levantados pelos autores em supra, o estudo aqui exposto tem por objetivo apresentar e analisar os resultados de uma avaliação diagnóstica realizada com estudantes ingressantes do 1º ano do ensino médio integrado do Instituto Federal Catarinense (IFC) - *Campus* Araquari, para verificar o nível de conhecimentos e habilidades que eles têm sobre raciocínio proporcional.

É importante mencionar que um dos autores é docente de matemática do IFC - Araquari e o outro também já atuou como professor de matemática, por isso se propuseram a escrever este texto, utilizando-se de fundamentos teóricos presentes em estudos que se ocupam do ensino de matemática, especialmente de pesquisas já desenvolvidas com o intuito de analisar o raciocínio proporcional de estudantes da educação básica.

Também vale informar que os autores são estudantes do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica - PPGECT da Universidade Federal de Santa Catarina

– UFSC e elaboraram o texto a partir de estudos que se ocupam de questões atuais que envolvem a educação, levando em conta processos de ensino e aprendizagem e discussões realizadas na disciplina “Tópicos atuais em ciência e tecnologia” ofertada no programa que frequentam.

Diante do exposto, esta introdução teve como objetivo contextualizar o tema e apresentar o objetivo do estudo. Nos itens seguintes, enuncia-se o conceito de raciocínio proporcional e apresenta-se o contexto educacional da instituição onde a pesquisa foi desenvolvida. A terceira parte se ocupa da metodologia utilizada para coleta dos dados. Seguindo, está a análise e interpretação dos dados e, na sequência, expõe-se algumas considerações finais com o objetivo de sintetizar o entendimento sobre os resultados do estudo.

RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O raciocínio proporcional é utilizado na resolução de problemas de muitas áreas do saber e trata-se de um tema que permite elaborar conexões com o dia a dia dos estudantes, com outros tópicos matemáticos e com diversos componentes curriculares, constituindo um elemento importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em relação à essência do raciocínio proporcional, Van de Walle (2009) esclarece que ela está relacionada à compreensão do número em termos relativos e termos absolutos. Ou seja, raciocinar em termos absolutos está associado às estruturas aditivas, enquanto raciocinar em termos relativos está ligado às estruturas multiplicativas, pois considera valores proporcionais.

Um exemplo dessa relação entre os termos relativos e absolutos e as estruturas aditivas e multiplicativas pode ser dado ao pensar em qual pé de feijão cresceu mais em um mês: uma planta que tinha 10 cm e passou a ter 14 cm, ou uma que tinha 4 cm e passou a ter 8 cm? Quando um estudante está pensando em termos absolutos, com uma estrutura aditiva, a resposta seria que ambas cresceram 4 cm, ou seja, a mesma quantidade. Contudo, se um estudante está pensando em termos relativos, com uma estrutura multiplicativa, ele é capaz de observar que a segunda planta dobrou de tamanho, enquanto a primeira cresceu $\frac{4}{10}$ de sua altura.

É importante esclarecer que o conceito de raciocínio proporcional não é o mesmo de proporcionalidade. Embora para raciocinar proporcionalmente noções de cálculo proporcional sejam mobilizadas, o raciocínio proporcional vai além. Ele é condição necessária para que argumentos e explicações sejam elaborados diante de contextos e aplicações baseadas na proporcionalidade. Segundo Faria (2016), o raciocínio proporcional pode ser compreendido como:

A capacidade que se tem de estabelecer relações entre duas ou mais grandezas em termos relativos, mobilizando para tal raciocínio a habilidade de analisar qualitativamente, estabelecer relações, julgar com equidade e distinguir circunstâncias proporcionais das não proporcionais (FARIA, 2016, p. 49).

De maneira geral, pode-se dizer que a proporcionalidade envolve dados quantitativos, para os quais resultados puramente numéricos já satisfazem. Já o raciocínio proporcional exige mais: é necessário que interpretações qualitativas também surjam na compreensão de aplicações e contextos baseados na proporcionalidade, sejam na matemática, em outras ciências ou em situações do cotidiano (FARIA, 2016). Neste sentido, Lamon (2005) afirma que o conceito do raciocínio proporcional implica em muito mais do que o emprego de algoritmos ou cálculos mecânicos. Está ligado à capacidade de pensar, analisar e explorar relações entre quantidades, o que é exposto por meio de comentários, explicações e argumentos sobre as relações proporcionais.

Com base nessas definições, denota-se a importância do raciocínio proporcional para a interpretação de fenômenos reais, já que muitos aspectos da vida cotidiana operam sob essa estrutura. A partir desse entendimento Faria (2016) destaca que desenvolver a capacidade de pensar proporcionalmente é fundamental e influencia outras áreas do conhecimento como: nas escalas dos mapas estudadas em Geografia; na interpretação do crescimento dos seres vivos, por vezes proporcionais ao tempo de vida, trabalhada nas aulas de Ciências; nas escalas musicais e nos quadros de obras de arte, estudados em Artes etc. Além disso, situações prosaicas como calcular as compras, identificar investimentos mais lucrativos, executar medições, converter moedas ou ajustar uma simples receita de bolo, exigem o pensamento proporcional.

Por essa razão, Van de Walle (2009) defende que a construção do raciocínio proporcional deve ser uma das metas mais importantes a ser perseguida nas séries finais do Ensino Fundamental, pois é a base para diversos conhecimentos que fazem parte do currículo, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. Isso corrobora com as premissas da BNCC, uma vez que a habilidade (EF09MA08) propõe “resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.” (BRASIL, 2018, p. 317)

Pelo que foi conferido acima, faz-se necessário atentar para os diferentes segmentos em que o estudante está inserido, entre eles, o sociocultural – que proporciona (ou não) a carga de conhecimentos que ele pode adquirir para desenvolver suas habilidades na resolução de um dado problema.

O autor sugere que independentemente de como está expresso no currículo de matemática local, as séries compreendidas entre o sexto e o nono ano do Ensino Fundamental devem estar centradas no desenvolvimento do raciocínio proporcional. Por este motivo, faz uma alerta aos professores sobre a necessidade de terem clareza do que constitui razão e proporção e o contexto em que tais conteúdos emergem.

CONTEXTO EDUCACIONAL

O Instituto Federal Catarinense - Campus Araquari, localiza-se no norte de Santa Catarina, às margens da BR - 280, rodovia que conecta Joinville, Araquari, B. Barra do Sul e São Francisco do Sul. Originou-se da Escola de Iniciação Agrícola Senador Gomes de Oliveira, criada no final da década de 50. Sua fundação, deu-se em 26 de fevereiro de 1954, por acordo celebrado entre a União e o Estado, conforme publicação no Diário Oficial nº 63, de 18 de março de 1954. No entanto, o início das atividades escolares ocorreu somente em maio de 1959, com o término das obras, e o ingresso de uma turma de 20 estudantes no curso de Iniciação Agrícola.

A Lei 11.892/2008 de 29 de dezembro de 2008, institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica e cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia. Em seu artigo 2º, aponta que os Institutos Federais são instituições de educação superior, básica e profissional que ofertam educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, associando conhecimentos técnicos e tecnológicos nas suas práticas pedagógicas (BRASIL, 2008).

Assim, os IF constituem um novo modelo de instituição, que visa responder de forma eficaz às demandas crescentes por uma formação especializada para o mercado de trabalho, por difusão de conhecimentos científicos e tecnológicos e por suporte aos arranjos produtivos locais.

Em 2009, a Escola transformou-se em um campus do Instituto Federal Catarinense, atendendo à chamada pública da Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica/SETEC/MEC para que as escolas agrícolas se tornassem Institutos Federais, e assim, tivessem a possibilidade de oferecer cursos superiores.

Atualmente, o IFC - Araquari oferta os Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio em Agropecuária, Informática para Internet e Química. Na modalidade Subsequente ao Ensino Médio, é ofertado o curso Técnico em Agrimensura. Também oferece seis cursos de graduação e quatro cursos de pós-graduação, dois *lato sensu* e dois *stricto sensu*.

Para ingressar no Ensino Médio Integrado, o estudante, após a conclusão do Ensino Fundamental, deve participar de um exame de classificação, regido por edital específico. Em 2021, devido à Pandemia de Covid-19, o ingresso ocorreu por meio de sorteio e, ao todo, 243 estudantes se matricularam no 1º ano.

Assim, é importante salientar que a discussão sobre raciocínio proporcional é um conteúdo que perpassa, de modo transversal, diferentes tópicos do conteúdo de Matemática. Apesar disso, este conteúdo é abordado com maior ênfase no Ensino Fundamental.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo decorre de uma investigação que ocorreu no IFC - Araquari, com estudantes do 1º ano do ensino médio integrado das turmas dos cursos de Agropecuária, Informática para Internet e Química, e fundamenta-se numa metodologia qualitativa e interpretativa.

No início do ano letivo de 2021, após discussão sobre o acordo pedagógico e o plano de ensino, informou-se aos estudantes que seria realizada uma avaliação diagnóstica, como indica Van de Walle (2009), para verificar o nível de conhecimentos e habilidades sobre raciocínio proporcional. O autor recomenda a utilização do instrumento avaliativo criado e aplicado por Bright, Joyner e Wallis (2003) com 132 estudantes, do que corresponde no Brasil ao último ano do ensino fundamental e primeiro ano do ensino médio. As questões foram adaptadas para o contexto brasileiro e o sistema métrico empregado foi modificado.

O instrumento utilizado para a coleta de dados foi um questionário contendo cinco situações-problemas envolvendo o conteúdo em questão. A pesquisa envolveu sete turmas do 1º ano do Ensino Médio Integrado em Agropecuária, Informática para Internet e Química, que responderam ao questionário via *Google Forms*. Para sua execução, foi dado um prazo de sete dias para que os estudantes respondessem à atividade.

Na primeira seção do questionário foram feitas perguntas para conhecer o perfil dos ingressantes, tais como: cidade em que reside; o tipo de escola frequentada durante o ensino fundamental e a turma que estava matriculado. Na segunda seção, constavam as cinco perguntas sobre raciocínio proporcional (Figura 1), que serão apresentadas e analisadas no tópico Análises das Respostas.

Figura 1¹ - Avaliação diagnóstica sobre raciocínio proporcional

¹ É importante denotar que o raciocínio proporcional é explorado de diversas formas nas questões. Por exemplo, ao questionar qual das fotografias retangulares mais se assemelha a um quadrado, busca-se compreender como o

1. O professor Gustavo tirou uma fotografia de 10 cm por 15 cm do Cristo Redentor e fez uma ampliação em uma fotocopidora usando a opção de 200%. Qual é a foto mais quadrada, a fotografia original ou a ampliação?
 - a) A fotografia original é a mais quadrada.
 - b) A ampliação é a mais quadrada.
 - c) A fotografia e a ampliação são igualmente quadradas.
 - d) Não existem informações suficientes para determinar qual é a mais quadrada.

2. Para o Clube de Jardinagem foram construídos quatro canteiros retangulares para fazer experiências com plantas:

1 metro por 4 metros	7 metros por 10 metros
17 metros por 20 metros	27 metros por 30 metros

 Qual o canteiro é o mais quadrado?
 - a) 1 metro por 4 metros
 - b) 7 metros por 10 metros
 - c) 17 metros por 20 metros
 - d) 27 metros por 30 metros

3. Ana e Maria estavam correndo com a mesma velocidade ao redor de uma trilha. Ana começou primeiro. Quando Ana completou 9 voltas, Maria completou 3 voltas. Quando Maria completou 15 voltas, quantas voltas Ana completou?
 - a) 45 voltas
 - b) 24 voltas
 - c) 21 voltas
 - d) 6 voltas

4. Uma partida de futebol foi para os pênaltis e você deve indicar o melhor cobrador de pênaltis para a grande decisão. Aqui estão as estatísticas dos treinos para quatro dos jogadores desse time:

João: 8 de 11 chutes	Ronaldo: 22 de 29 chutes
Rivaldo: 15 de 19 chutes	Adriano: 33 de 41 chutes

 Qual jogador é o melhor cobrador de pênaltis?
 - a) João
 - b) Ronaldo
 - c) Rivaldo
 - d) Adriano

5. Um fazendeiro tem três campos. Um é de 185 m por 245 m, outro é de 75 m por 114 m e o outro é de 455 m por 508 m. Se você estivesse voando sobre esses campos, qual pareceria mais quadrado? Qual pareceria menos quadrado? Explique suas respostas.

Fonte: Elaboração baseada em Bright, Joyner e Wallis (2003, p. 167); Elaboração pelos autores.

A grande maioria dos estudantes respondeu ao questionário. Foram obtidas 232 respostas, de um total de 243 ingressantes, o que corresponde a um percentual de participação de 95%. Tem-se assim, um amplo quantitativo de dados, o que possibilita conhecer o pensamento matemático utilizado pela maior parte da população ingressante no Ensino Médio Integrado do IFC - Araquari ao resolverem problemas que exigem raciocínio proporcional.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

PERFIL DOS PARTICIPANTES

estudante irá relacionar as medidas dos lados. Será que ele optará pelo raciocínio aditivo, comparando as medidas por meio de uma subtração (calculando a diferença entre o comprimento e a largura)? Ou recorrerá ao raciocínio multiplicativo, analisando as proporções por meio de uma divisão (dividindo o comprimento pela largura)? A escolha do método revela a compreensão do estudante sobre as relações quantitativas e a sua aplicação na resolução de problemas.

Visando identificar o perfil dos estudantes ingressantes no IFC – Araquari, perguntou-se sobre a cidade de origem e a categoria administrativa de escola frequentada durante o ensino fundamental. Os dados estão retratados nos quadros 1 e 2.

Quadro 1: Cidade de origem dos estudantes

Cidade	Número de estudantes
Araquari	45
B. Barra do Sul	21
B. Piçarras	6
Barra Velha	4
Curitiba	1
Garuva	2
Guaramirim	1
Jaraguá do Sul	3
Joinville	132
Navegantes	1
Rio do Sul	1
São Francisco do Sul	11
São João do Itaperiú	4
Total	232

Fonte: Elaboração pelos autores

Quanto à localidade de origem, tem-se que a maioria (56%) são oriundos de Joinville, o que é justificável, dado que além de ser uma das cidades vizinhas, é a maior e mais populosa cidade do estado de Santa Catarina. Na sequência, tem-se Araquari e Balneário Barra do Sul, com, respectivamente, 19% e 9% de participação. Ambas as cidades possuem uma população pequena, mas tamanha participação explica-se devido à proximidade geográfica da Instituição. Chama atenção que se tem um estudante de Rio do Sul e outro de Curitiba – PR, cidades que ficam há mais de 100 km de distância.

Quadro 2: Categoria administrativa de Escola

Escola	Número de estudantes	Percentual
Escola Estadual	57	24%
Escola Municipal	164	71%
Escola Particular	11	5%
Total	232	100%

Fonte: Elaboração pelos autores

A respeito da categoria administrativa de escola frequentada pelos ingressantes, verifica-se que 221 estudantes (95%) vieram de escolas públicas, majoritariamente de escolas municipais. Destes, 114 são de Joinville, 29 de Araquari e 7 de B. Barra do Sul. Quanto aos

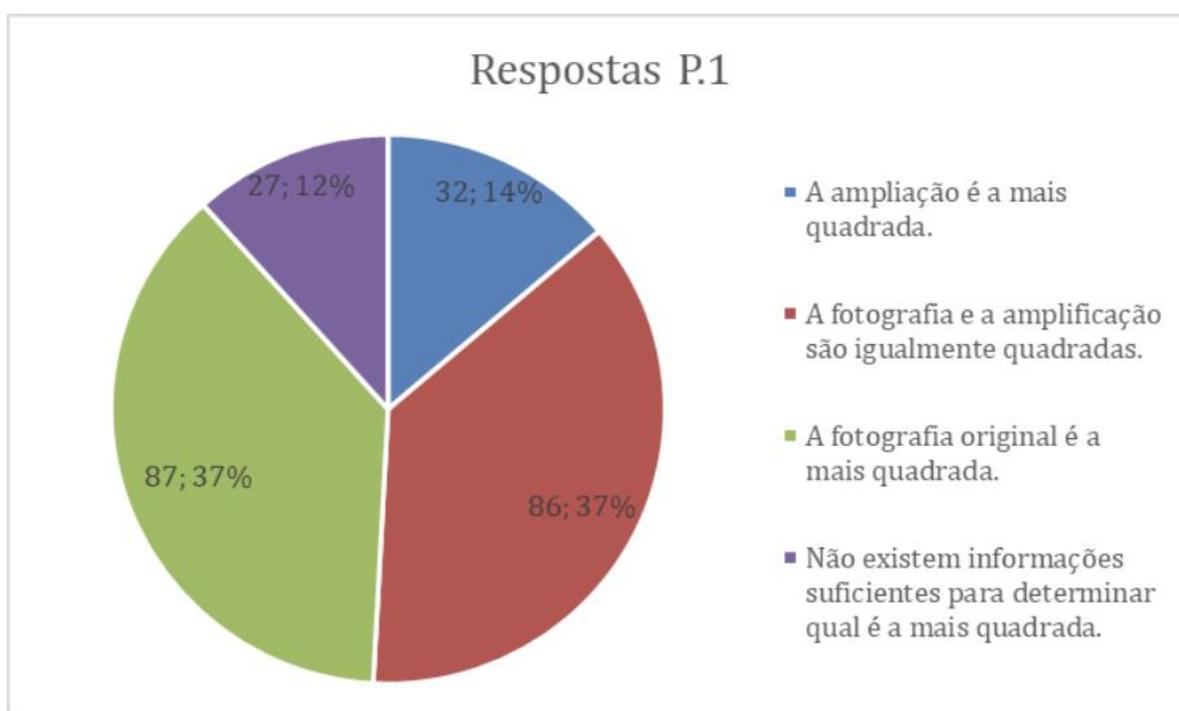
estudantes oriundos de escolas estaduais, tem-se 16 de Araquari, 12 de B. Barra do Sul e 11 de Joinville. Esse dado demonstra que, na região de abrangência do IFC - Araquari, a rede municipal de ensino é a grande responsável pela formação nos anos finais do ensino fundamental.

ANÁLISE DAS RESPOSTAS

Quanto às questões aplicadas, que tinham o objetivo de verificar o nível de conhecimentos e habilidades sobre raciocínio proporcional dos estudantes, as quatro primeiras eram perguntas objetivas. Nos gráficos 1, 2, 3 e 4 estão ilustradas a distribuição das respostas. Com o intuito de facilitar a leitura e interpretação, serão descritas todas as questões propostas aos estudantes.

O enunciado da 1ª questão é: “*O professor Gustavo tirou uma fotografia de 10cm por 15cm do Cristo Redentor e fez uma ampliação em um fotocopadora usando a opção de 200%. Qual é a foto mais quadrada, a fotografia original ou a ampliada?*”.

Gráfico 1: Respostas da pergunta 1



Fonte: Elaboração pelos autores

Nesta primeira pergunta, cuja resposta correta é ‘*A fotografia e a ampliação são igualmente quadradas*’, fazia-se necessário raciocinar em termos relativos, visto que

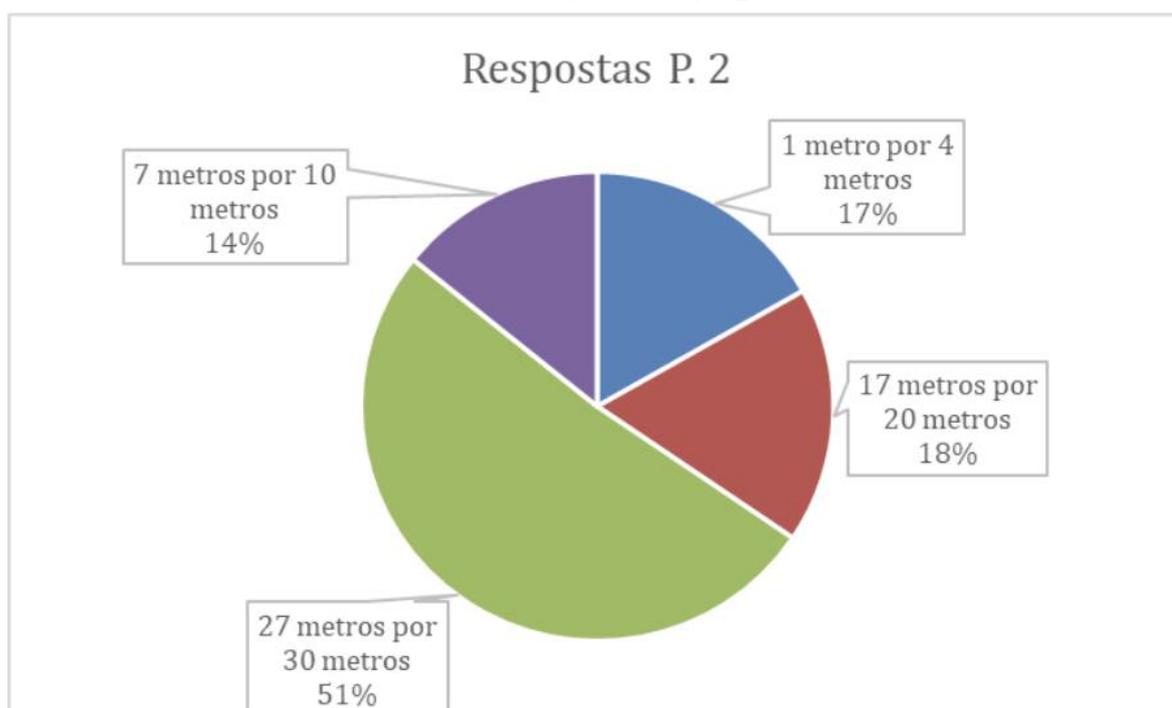
aumentando em 200% a figura, o comprimento e a largura aumentam na mesma proporção, e a razão entre os lados na foto original é a igual à razão entre os lados da cópia.

Observa-se que apenas 86 estudantes (37%) responderam corretamente. O mesmo percentual foi encontrado para o item que apontava que ‘*a fotografia original é mais quadrada*’, trazendo indícios que a maioria dos participantes não compreendem de forma satisfatória o conceito de polígonos semelhantes, segmentos proporcionais e frações equivalentes, uma vez que eles poderiam comparar a razão entre os números que exprimem as medidas da largura e comprimento e verificar que permanece constante.

Dado que o item ‘*a fotografia original é mais quadrada*’, foi o mais selecionado, levanta-se como hipótese que a maior parte dos estudantes não tenha efetuado a razão entre os lados, mas sim, uma subtração e constatado que a diferença entre comprimento e largura é menor na figura original, portanto essa seria a que mais se aproximaria de um quadrado.

O problema 2 apresenta a seguinte questão: “*Para o clube de jardinagem foram construídos quatro canteiros retangulares para fazer experiências com plantas: 1 metro por 4 metros. 7 metros por 10 metros. 17 metros por 20 metros. 27 metros por 30 metros. Qual o canteiro é o mais quadrado?*”

Gráfico 2: Respostas da pergunta 2



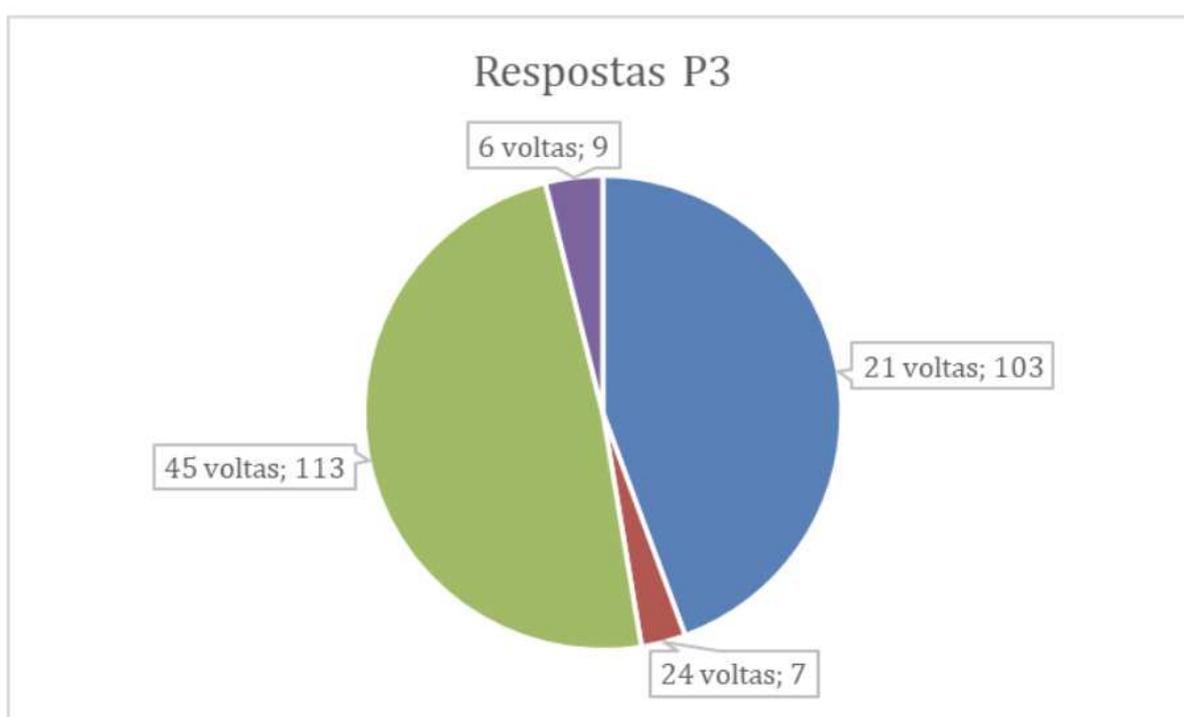
Fonte: Elaboração pelos autores

A segunda questão também está relacionada com a estrutura multiplicativa, tornando necessária a avaliação de qual dos retângulos é mais quadrado. Uma das estratégias possíveis é dividir um lado pelo outro e verificar em qual dos casos a razão é mais próxima de um. Além disso, é crucial compreender e diferenciar termos relativos de absolutos, visto que em todos os casos a diferença entre o comprimento e largura é de três metros. Contudo, se o estudante pensar em termos relativos, ele consegue perceber que no menor retângulo três metros representam $\frac{3}{4}$ do maior lado, enquanto no maior retângulo corresponde a apenas $\frac{1}{10}$ do maior lado.

Neste caso, a resposta correta é '27 metros por 30 metros'. Nesta questão, alcançou-se o melhor resultado dentre as questões objetivas, com 119 participantes (51%) obtendo êxito, demonstrando conseguir interpretar adequadamente o exercício em termos relativos e compreender a proporção de um lado em relação ao outro. Este resultado corrobora com Bright, Joyner e Wallis (2003) que também constataram que essa foi a questão mais fácil, com 67% de acertos. No caso do presente estudo, verifica-se um resultado não tão satisfatório quanto o dos autores supracitados.

Na situação-problema 3, questiona-se: “Ana e Maria estavam correndo com a mesma velocidade ao redor de uma trilha. Ana começou primeiro. Quando Ana completou 9 voltas, Maria completou três voltas. Quando Maria completou 15 voltas, quantas voltas Ana completou?”

Gráfico 3: Respostas da pergunta 3



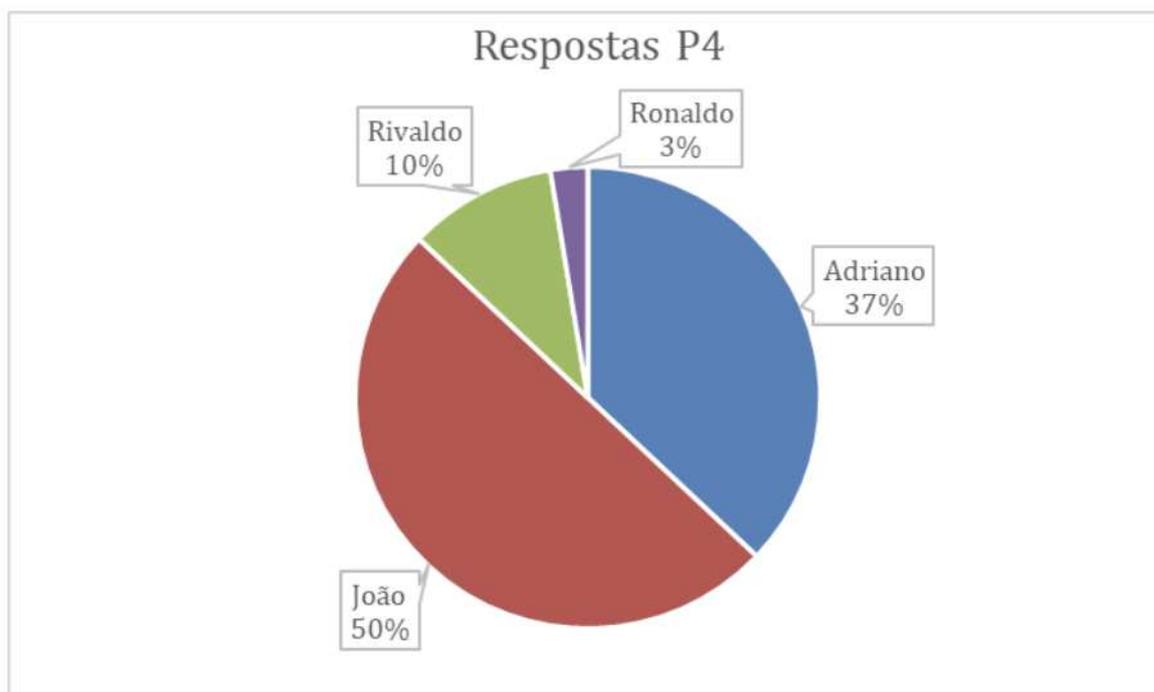
Fonte: Elaboração pelos autores

Na terceira questão, fazia-se necessário pensar em termos absolutos, identificando a estrutura aditiva, em vez da multiplicativa, dado que as corredoras estavam correndo na mesma velocidade. Teve-se, nesse caso, 103 respostas corretas, ou seja, 44% dos participantes resolveram corretamente o exercício, selecionando a opção que correspondia a 21 voltas.

Em contrapartida, 113 estudantes (48%) resolveram esse problema pensando de forma multiplicativa, utilizando o algoritmo do produto cruzado (regra de três). Ou seja, não identificaram e diferenciaram com plena satisfação comparações aditivas e multiplicativas. De acordo com Van de Walle (2009, p. 384) a “habilidade de compreender a diferença entre essas situações é uma indicação de raciocínio proporcional”, o que indica que aproximadamente metade dos participantes ainda não dominam o raciocínio proporcional a contento.

Partindo para a última questão objetiva, tem-se o enunciado: *“Uma partida de futebol foi para os pênaltis e você deve indicar o melhor cobrador de pênaltis para a grande decisão. Aqui estão as estatísticas dos treinos para quatro dos jogadores desse time: João 8 de 11 chutes. Ronaldo 22 de 29 chutes. Rivaldo 15 de 19 chutes. Adriano 33 de 41 chutes. Qual jogador é o melhor cobrador de pênaltis?”*

Gráfico 4: Respostas da pergunta 4



Fonte: Elaboração pelos autores

Nessa situação-problema, constata-se uma situação um pouco diferente, visto que era possível analisar o problema de duas formas: em termos absolutos e em termos relativos.

Pensando de forma aditiva, no número de erros dos jogadores, a situação é a seguinte: João errou três chutes, Rivaldo errou quatro, Ronaldo errou sete e Adriano errou oito. Assim, em comparação entre jogadores, João foi quem menos errou em termos absolutos. Esta opção foi selecionada por 116 estudantes, 50% dos participantes.

Outra maneira de analisar o problema, é pensar na quantidade de erros/acertos em relação ao total de pênaltis cobrados por cada jogador, calculando assim a taxa de conversão de gols. Desta forma, os estudantes verificariam que o jogador Adriano era aquele com a maior taxa de conversão: 80%. Essa opção, que era a resposta correta, foi selecionada por 86 estudantes, 37% dos participantes.

Analisando a avaliação diagnóstica de forma global, verifica-se que, em relação ao aproveitamento dos exercícios supracitados, apenas dez estudantes acertaram todas as quatro questões objetivas. Já no que tange ao percentual de aproveitamento geral, comparando com os resultados de Bright, Joyner e Wallis (2003), obteve-se um resultado pior. Naquela pesquisa, a porcentagem de acertos nas questões objetivas variou de 45% a 67%, enquanto nesta investigação, o percentual de acertos ficou entre 37% e 51%.

A situação-problema 5, que se tratava de uma questão dissertativa, tinha como enunciado: “*Um fazendeiro tem três campos. Um é de 185m por 245m, outro é de 75 m por 114m e o outro é de 455m por 508m. Se você estivesse voando sobre esses campos, qual pareceria o mais quadrado? E qual pareceria menos quadrado? Explique suas respostas*”.

Quadro 3: Respostas da questão 5

Itens	Mais quadrado	Menos quadrado
75 x 114	100 (43%)	40 (17%)*
185 x 245	6 (3%)	100 (43%)
455 x 508	62 (27%)*	17 (7%)
Não respondeu/ Não sabia/ Chutou	64 (28%)	75 (32%)
Total	232	232
* Alternativa correta		

Fonte: Elaboração pelos autores

No último problema, os estudantes, além de indicarem qual era o campo ‘*mais quadrado*’ e o ‘*menos quadrado*’, também deveriam justificar suas respostas. A partir do

registro escrito, é possível analisar com maior profundidade o raciocínio utilizado e identificar com mais precisão o nível de conhecimento dos estudantes. Assim, é possível observar como os estudantes interpretam a ideia de ‘mais quadrado’ e qual o raciocínio que eles utilizaram para resolver o exercício. Dentre os motivos elencados, os argumentos que mais apareceram foram: maior ou menor diferença entre largura e comprimento; maior ou menor razão entre largura e comprimento; comparação visual ou alguma menção ao tamanho da área.

Pormenorizando os dados da Tabela 4, tem-se que apenas 24 estudantes (10,3%), responderam e justificaram corretamente o ‘campo mais quadrado’ e o ‘campo menos quadrado’. Para exemplificar, segue uma das respostas:

Estudante 153: *‘Como 455 m por 508 m deu 0,89, é o que mais parece quadrado. O que parece menos quadrado é o de 75 m por 114 m, porque seu resultado foi 0,67, sendo o menor entre os 3’.*

Em relação aos estudantes que acertaram todas as primeiras questões (dez), apenas quatro responderam corretamente este problema. Desta forma, pode-se afirmar que estes foram capazes de: distinguir problemas de estrutura aditiva de estrutura multiplicativa; relacionar grandezas e interpretar qualitativamente e quantitativamente contextos proporcionais, habilidades que estão diretamente relacionadas com o domínio do raciocínio proporcional (FARIA, 2016).

Ainda dentro deste grupo, cinco estudantes justificaram suas respostas com a subtração entre os lados, e um respondeu parcialmente e sem justificativa. Isso demonstra que, mesmo entre aqueles com o melhor aproveitamento, a maioria ainda precisa desenvolver o raciocínio proporcional, pois possui dificuldades em estabelecer relações entre grandezas em termos relativos.

No que concerne ao raciocínio empregado, o mais utilizado neste item foi a diferença entre largura e comprimento, que consiste em comparar o resultado da subtração entre os lados, a fim de encontrar o menor resultado, o que significa que mais se aproxima de um quadrado. A partir disso, chega-se à conclusão de que o campo 75m x 114m, é o mais quadrado e que o campo 185m x 245m é o menos quadrado. Esta solução foi apresentada por 72 estudantes (31%). Esse mecanismo, que compara os campos em termos absolutos, foi aplicado por outros 41 participantes, todavia chegaram em outros resultados porque ou erraram os cálculos ou analisaram de forma incorreta. Esse resultado endossa a hipótese levantada na questão 1, em que a maioria assinalou o item cuja diferença entre os lados era a menor, ao invés de calcular a razão entre os lados.

Correlacionando esse resultado com os dados das questões anteriores, percebe-se que a maioria dos estudantes tem dificuldade em identificar e distinguir situações aditivas e multiplicativas. Só na última questão, o raciocínio em termos absolutos foi utilizado por 113 participantes (49%), denotando que a maior parte deles possui problemas para analisar e comparar os valores de forma proporcional ou desconhece essa forma de análise. Isso também demonstra que a maioria dos estudantes não compreende satisfatoriamente os conceitos de razão e proporcionalidade. Isto é preocupante, pois, ainda que não seja condição suficiente, dominar esses saberes é necessário para raciocinar proporcionalmente, pois, conforme asseveram Lamon (2005) e Faria (2016), o raciocínio proporcional vai além da execução de operações mecânicas, sendo necessário interpretar qualitativamente o problema, explorar as relações entre as quantidades e distinguir relações proporcionais de não proporcionais.

Dentre as situações-problemas apresentadas, essa questão foi a mais difícil, com o menor aproveitamento, dado que a taxa de acerto foi de 27% para o '*campo mais quadrado*' e de 17% para o '*campo menos quadrado*'. Situação semelhante ocorreu na pesquisa de Bright, Joyner e Wallis (2003), em que a taxa de êxito foi de, respectivamente, 37% e 28%.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O raciocínio proporcional desempenha uma função essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo utilizado na resolução de problemas de muitas áreas de conhecimento e uma temática que está relacionada com o contexto cotidiano dos estudantes, com vários assuntos da matemática e com outras matérias escolares.

Dada a sua importância, é essencial assegurar aos estudantes uma boa formação, visando a aprendizagem e o desenvolvimento da capacidade de utilização do raciocínio proporcional. Para isso, é relevante utilizar de práticas que levem os discentes a entender os conceitos matemáticos, e não apenas as técnicas, partindo do informal e do intuitivo para a formalização e uso de algoritmos. Para tanto, é fundamental que os professores incentivem os estudantes a utilizarem várias estratégias para a resolução das tarefas durante as aulas, tendo como ponto de partida as estratégias mais intuitivas. Destaca-se ainda, a importância de disponibilizar atividades que envolvam diferentes relações numéricas e contextos.

Em relação aos dados específicos deste estudo, foi possível identificar que, nas situações-problemas 1, 3, 4 e 5 a maior parte dos estudantes demonstrou dificuldade em estabelecer as relações necessárias para responder à pergunta. No problema 2, obteve-se o melhor rendimento, a maioria (51%) obteve êxito, interpretando o exercício em termos

relativos. No item 5, obteve-se o pior resultado da pesquisa, sendo que apenas 10% dos estudantes responderam e justificaram corretamente o exercício.

Diante dos dados apresentados acima e levando em consideração os objetivos deste estudo, podemos considerar que o nível de conhecimento e habilidades dos estudantes está aquém do esperado. Pois, em apenas algumas das questões, mais da metade dos sujeitos avaliados conseguiram interpretar e resolver corretamente. Além disso, observou-se que ao estimular os estudantes a imergirem em um problema mais complexo – como o item 5 – que exigia uma resposta dissertativa, diferente dos quatro itens anteriores, o nível de dificuldade tornou-se ainda mais evidente.

Outro fator que chamou a nossa atenção foi o perfil dos estudantes, que, na maioria das vezes, eles são oriundos de cidades diferentes e não apenas de escolas distintas. Isso nos leva a hipotetizar que o desenvolvimento educacional local (dos municípios supracitados) está encontrando dificuldades para a implementação dos princípios da BNCC, uma vez que o desempenho dos estudantes foi abaixo do desejável. Fatores como este devem ser levados em consideração, principalmente, quando se pensa em abordar o contexto de inserção do alunado.

Os resultados mostram, ainda, que a maioria dos estudantes enfrenta dificuldades na interpretação de problemas envolvendo comparações multiplicativas. Essa fragilidade leva a refletir sobre a qualidade das experiências de ensino nas trajetórias escolares deles e sobre as propostas de ensino que têm se mostrado limitadas, com foco, sobretudo, no uso de algoritmos, memorização de técnicas e resolução mecânica de problemas, não oportunizando, assim, a interpretação, a reflexão e a compreensão de conceitos.

Portanto, tendo como foco melhorar o aprendizado de matemática, e neste caso específico, promover o desenvolvimento do raciocínio proporcional, é fundamental que as estratégias e metodologias adotadas pelos professores estimulem a participação dos estudantes, a construção de conceitos, discutam estratégias variadas de resolução de problemas e promovam situações diversificadas para os processos de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008**. Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília: 2008. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/111892.htm. Acesso em: 15 dez. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 dez. 2021.

BRIGH, George; JOYNER, Jeane; WALLIS, Charles. Assessing proportional thinking. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 9, n. 3, p. 166-172. 2003. Disponível em: <http://cunycci.pbworks.com/f/mtms2003-11-166a.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2022.

COSTA, Sara; PONTE, João Pedro da. O raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. **Revista da Educação**, v. 16, n. 2, 2008, p. 65-100. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4074/1/08-Costa%20e%20Ponte%20%28RE%29.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2022.

FARIA, Rejane Waiandt de Schuwartz de Carvalho. **Raciocínio proporcional**: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. 278 f. Disponível em: https://www.lareferencia.info/vufind/Record/BR_188251ff245860c255c244d7d431a830. Acesso em: 15 fev. 2022.

FARIA, Rejane Waiandt de Schuwartz de Carvalho; MALTEMPI, Marcus Vinícius. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/20024>. Acesso em: 15 fev. 2022.

LAMON, Susan. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2. ed. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2005.

RIBEIRO, Mayara de Souza; RIBEIRO, Bruno de Souza. O raciocínio proporcional utilizado pelos alunos do 1º ano do ensino médio ao resolver problemas. *In: VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática*. Anais do VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2014. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_4datahora_15_10_2014_17_42_15_idinscrito_137_f7109bd215274f51313bf55807433fef.pdf. Acesso em: 15 fev. 2022.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre (RS): ARTMED, 2009.

Submetido em 14/09/2022.

Aprovado em 17/11/2023.