A matemática e suas aplicações na perspectiva de Wittgenstein

Marisa Rosâni Abreu da **Silveira**
Universidade Federal do Pará
Brasil
marisabreu@ufpa.br
Valdomiro Pinheiro **Teixeira Júnior**
SEDUC/PA - Secretaria de Estado de educação do Pará
Brasil
jr3arq@yahoo.com.br
Paulo Vilhena da **Silva**[1]
Secretaria de Educação do Município de Ananindeua, Pará
Brasil
paulovilhena1@gmail.com

Resumen

Neste trabalho apresentamos uma discussão teórica a respeito da aplicação das proposições matemáticas em situações empíricas no ensino e na aprendizagem da matemática. Nossa fundamentação teórica é a filosofia da matemática de Ludwig Wittgenstein que nos permite afirmar que as proposições matemáticas não dizem respeito à experiência, não a descrevem, embora a matemática possua inúmeros usos descritivos. Nosso objetivo é discutir de maneira breve a questão da contextualização no ensino da matemática, no âmbito da Educação Matemática, apontando que ela nem sempre é a solução para termos sucesso na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Trabalhos como o de Barros (2012), mostram que muitas vezes o uso da matemática em contextos do dia-a-dia apresenta mais rupturas do que continuidade em relação à matemática escolar.

Palavras-chave: Contextualização, filosofia de Wittgenstein, formação de professores, ensino da matemática.

[1] Bolsista do Programa Observatório da Educação (OBEDUC/CAPES) do grupo de Es

Introdução

É consenso, entre os estudantes, que a matemática ensinada em nossas escolas, em geral, é considerada sem sentido (Silveira, 2011). Para os pesquisadores de Educação Matemática, essas aulas são desenvolvidas de maneira descontextualizada da realidade de nossos alunos, promovendo, assim, apenas a memorização dos conteúdos e não sua compreensão, como aponta, por exemplo, Santos (2002). Tais constatações seriam um dos motivos pelos quais justifica o insucesso no ensino e na aprendizagem da matemática, insucesso apontado pelos indicadores da eficácia da educação básica, em escalas nacional e mundial[2].

Esse problema desperta o interesse em professores, pedagogos, matemáticos e demais profissionais da educação, que procuram entender as dificuldades de aprendizado de nossos alunos e propor como melhor ensinar matemática. Uma das propostas apontadas para que as aulas dessa disciplina deixem de ser entediantes, isto é, uma maneira de motivar os alunos ao interesse pelo estudo da matemática, é o seu ensino por meio da contextualização de seus conteúdos, utilizando dados da vida do aprendiz nas aulas dessa disciplina.

Sem dúvida a contextualização dos conteúdos matemáticos por meio do uso de dados cotidianos do aluno em sala de aula tem mostrado bons resultados; por outro lado, é necessário perceber seus limites e aceitar que essa não é a única maneira de dar sentido às aulas de matemática, sob pena de, paradoxalmente, alijar os aprendizes do conhecimento matemático. É o que pretendemos apontar no desenvolvimento deste trabalho.

Nossa fundamentação teórica baseia-se na filosofia de Wittgenstein, que discute, entre outras coisas, sobre as aplicações da matemática, além de outros trabalhos no âmbito da Educação matemática que discutem a respeito da contextualização das aulas de matemática e suas implicações.

A Matemática e suas aplicações segundo Wittgenstein

O filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889-1951) foi um dos fundadores da filosofia analítica da linguagem, que se caracteriza por analisar filosoficamente a natureza e o funcionamento da linguagem em oposição aos estudos filosóficos da consciência. Enquanto que a filosofia da consciência relega a linguagem um papel, muitas vezes, apenas referencial, na filosofia da linguagem não existe nada além da própria linguagem, sendo que esta não se refere apenas à fala e a escrita, mas também aos modos de pensar e agir. A realidade é linguisticamente construída, e tem por objetivo explicitar que o significado dos objetos (materiais ou sociais) não está neles em si, mas na construção linguística que os define (Bello, 2010, p. 560). Esse novo modo de pensar a linguagem encontra sua sustentação, principalmente na filosofia de Wittgenstein, para quem a linguagem constitui a produção de sentidos.

Nesta concepção, a linguagem não possui uma essência ou um objetivo único e definidor, mas é considerada um aglomerado de práticas, uma variedade de usos afins aplicados em diferentes situações, aos quais Wittgenstein denomina de *jogos de linguagem:* "Chamarei também de 'jogos de linguagem' o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está entrelaçada" (1991, p. 30).

[2] Como, por exemplo, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB - http://portal.inep.gov.br/saeb) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA - http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos), respectivamente.

No contexto específico da atividade matemática, pode-se pensar como jogos de linguagem as atividades de substituir valores numa equação, desenvolver um algoritmo, interpretar um problema, encontrar um ponto no plano cartesiano, dadas suas coordenadas, etc. Por isso, não há uma essência que defina os diversos jogos de linguagem, uma vez que podem ser aplicados em diversos contextos. E esta variedade de usos em diferentes contextos é o que dá sentido aos conceitos.

Wittgenstein nega a existência de algo que seja comum aos diversos usos de uma expressão linguística, isto é, nega a existência de uma essência ou traço definidor, mas observa a presença de semelhanças, as quais chama de *semelhanças de família*, pois faz analogia com membros de uma mesma família: alguns se assemelham pelo modo de andar, outros pelo cabelo, outros, ainda, pelos olhos e assim por diante. A palavra "mesa", por exemplo, tem diversos usos, como mesa de jantar, mesa de bilhar e etc., mas não há uma essência entre os diversos usos desta palavra. Para ilustrar esse fenômeno o filósofo discorre sobre o conceito de jogo:

> "Considere, por exemplo, os processos que chamamos de "jogos". Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: "algo deve ser comum a eles, senão não se chamariam 'jogos'", - mas *veja* se algo é comum a eles todos. – Pois se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até uma série deles" (Wittgenstein, 1991, p. 52).

Assim, até mesmo um conceito matemático não possui um "traço característico" ou um uso específico. Isto é, a aplicação de um conceito matemático na academia, na escola ou no cotidiano, por exemplo, não possui uma essência. Para Wittgenstein a linguagem é uma prática pública, uma instituição humana que possui regras e convenções à disposição de seus usuários. Daí que compreender uma regra é saber como aplicá-la, saber o que pode ser considerado como agir em conformidade com ela ou transgredi-la (Wittgenstein, 1991).

Com relação à matemática, Wittgenstein (2005) afirma que suas proposições são utilizadas como regras (ou normas), isto é, *deve* ser assim. Por exemplo, dizemos que 2 + 2 = 4 porque alguém nos disse (2 + 2 = 4 é uma convenção) e não por uma constatação empírica. Neste sentido, Putnam (2002) comentador da filosofia de Wittgenstein, afirma que as proposições matemáticas não precisam ter aplicação para ter significado e que elas são enunciados com sentido apenas onde os conceitos matemáticos têm aplicação no domínio do não-matemático. Gottschalk (2008, p. 81) garante que a atividade matemática se distingue dos procedimentos empíricos. Mas isto não significa que as proposições matemáticas não tenham nenhuma relação com a experiência; ao contrário, as proposições da matemática organizam nossa experiência empírica, isto é, têm uma função normativa.

Não se trata de descobrir algo que já exista de alguma maneira: não há nada a ser descoberto antes que disponhamos de um método que nos permita procurar. As proposições da matemática não se referem a algo a ser descoberto, não tem uma função descritiva, mas sim paradigmática, ou seja, são vistas por Wittgenstein como regras de como proceder.

Nessa direção, entendemos que as regras tem a função de modelos que seguimos para dar sentido a nossa experiência empírica. Na matemática, por exemplo, ao saber que a equação resultou em um determinado valor, criou-se um método para se chegar a ele. Tal método não é um artifício para se chegar à solução, mas é em si próprio um esclarecimento da equação.

As proposições matemáticas não são empíricas, elas são normativas porque seguem regras, entretanto, podem possuir um uso empírico. Por exemplo, um meio mais um meio é igual a um inteiro (regra matemática ½ + ½ = 1), porém ao cortarmos uma laranja suculenta ao meio de forma que caia caldo durante o corte temos que meia laranja mais meia laranja pode não ser uma laranja inteira.

As proposições matemáticas não são descobertas, são convenções, criações humanas. Os usuários da matemática se apropriam destas proposições no uso que fazem delas e então as regras são postas em prática.

> "Não devemos ter vergonha de considerar os números e somas da mesma maneira que a aritmética cotidiana de todo comerciante. Na vida cotidiana, não resolvemos 2 + 2 = 4 nem qualquer das regras da tabela de multiplicação; nós os temos como certos como axiomas e *os usamos* para calcular". (Wittgenstein, 2003, p. 262).

Do mesmo modo que:

> "Dois homens que vivem em paz entre si e três homens que vivem em paz entre si não fazem cinco homens que vivem em paz entre si. Mas isso não significa que 2 + 3 não seja mais 5; é apenas que a adição não pode ser aplicada dessa maneira". (Wittgenstein, 2003, p. 264).

Ao mesmo tempo que o filósofo afirma que a matemática se fundamenta nas práticas humanas, Wittgenstein estabelece diferenças entre a matemática e suas aplicações, já que esta disciplina constitui um campo próprio, autônomo e independente.

> "Temos sempre aversão a dar à aritmética um fundamento, dizendo algo a respeito de sua aplicação. Ela parece firmemente fundamentada em si mesma. E isso, naturalmente, deriva do fato de que a aritmética é sua própria aplicação". (Wittgenstein, 2003, p. 15).

As construções da aritmética são autônomas e garantem sua aplicabilidade. A aritmética, neste sentido, não se justifica "para dar troco" nas relações comerciais. Aliás, "dar troco" se aprende mesmo sem frequentar a escola.

> "Você poderia dizer: por que se incomodar com limitar a aplicação da aritmética? Isso se resolve sozinho. (Posso fazer uma faca sem me preocupar com os tipos de material que cortarei com ela; isso será evidente em breve.) (p. 241). (...) Mas (como sabemos todos muito bem) a aritmética não está interessada na sua aplicação. A sua aplicabilidade toma conta de si mesma". (Wittgenstein, 2003, p. 242)

O campo próprio da matemática se desenvolve por necessidades lógicas. Necessidades que surgem no interior da linguagem matemática, para que esta continue coerente com o próprio sistema de regras e convenções que gerou. Por isso, o movimento desse campo é autônomo, autorregulado e dessa forma se torna independente.

Inicialmente o homem teve a necessidade social de contar, posteriormente desenvolveu símbolos para representar quantidades e então criou o conjunto dos números inteiros porque antes havia criado o conjunto dos números naturais. A criação dos números inteiros surge de uma necessidade criada a partir da existência dos naturais, ou seja, criamos outros conjuntos por necessidades conceituais e teóricas.

Pode-se pensar claramente em adições de quaisquer números naturais, mas subtrações, apenas de naturais maiores por menores e não o contrário. Mas a ideia de subtrair um número natural menor por um maior já estava subentendida. O problema já estava previsto na própria ideia inicial de contagem. A utilização de números negativos vem ser colocada em uma prática social na Europa, apenas a partir do renascimento, para o uso comercial devido às noções de lucro e prejuízo. Mas tudo já era previsto na própria aritmética. Assim como a ideia de fração e o problema posterior dos incomensuráveis, que deu origem aos números irracionais e ao problema de raízes de índice par de números negativos, que originou os números complexos.

Não estamos dizendo que estas eram noções fáceis de serem percebidas. Tanto que não o foram, nem facilmente percebidas tampouco aceitas, vide a resistência dos pitagóricos em aceitar (ou publicar) os incomensuráveis e de Kant em aceitar os números imaginários. Mas essa síntese histórica deixa claro que o desenvolvimento da matemática é algo previsto em si mesma e independe de constatação empírica. É o caso, por exemplo, da criação dos conjuntos dos números inteiros para justificar operações impossíveis de serem realizadas no campo dos naturais, como a subtração de 3 por 5.

Outro exemplo de como o conhecimento matemático se desenvolve, é descrito por Granger (2002, p. 53), outro comentador de Wittgenstein, quando discorre acerca da criação dos números complexos:

> "O encontro do irracional como obstáculo e a história de sua resolução, com efeito, são particularmente significativos no caso dos números chamados "imaginários". De início denominados "impossíveis", eles se apresentam como resultados de operações algébricas, impossíveis com efeito segundo as regras anteriormente admitidas da Álgebra, (...) Progressivamente, regras específicas de manipulação são implícita ou explicitamente introduzidas, e tentativas de interpretação desses novos objetos se sucedem com êxitos diversos. Eles só são definitiva e oficialmente integrados no século XIX – por Gauss – num universo de novos números chamados "complexos".

Desde o surgimento dos números "impossíveis" até a criação dos números complexos muitos matemáticos como Cardano e Tartaglia contribuíram para que esse campo numérico fosse aceito como um novo objeto matemático. Mas, esta aceitação ocorreu não (apenas) por uma escolha ou preferência de uma maioria, e sim porque responde às necessidades lógicas que permitem que a matemática não entre em contradição. O produto de um número negativo por outro negativo é positivo, não por uma constatação empírica, mas por uma convenção, que não deixa que a matemática saia de um caminho coerente. Do mesmo modo a criação dos complexos se deu em razão de obter uma resposta para algo puramente matemático, isto é, obter uma resposta para a raiz quadrada de número negativo.

Evidentemente que, depois de resolvido isto, se pode em uma ou outra situação encontrar alguma aplicação prática para empregar os números complexos. Enfim, a matemática responde a questões empíricas, mas não é dependente delas, como exemplifica Wittgenstein (2003, p, 243),

> "A equação 4 maçãs + 4 maçãs é uma regra de substituição que uso se, em vez de substituir o signo "4 + 4" pelo signo "8", substituo o signo "4 + 4 maçãs" pelo signo "8 maçãs".
>
> Mas devemos ter cuidado ao pensar que "4 maçãs + 4 maçãs = 8 maçãs" é a equação concreta e 4 + 4 = 8 é a proposição abstrata, da qual a primeira é apenas um caso especial, de modo que a aritmética das maçãs, embora muito menos geral que a aritmética verdadeiramente geral, é válida em seu domínio restrito (para as maçãs). Não existe "aritmética das maçãs" porque a equação 4 maçãs + 4 maçãs = 8 maçãs não é uma proposição a respeito de maçãs. Podemos dizer que, nessa equação, a palavra "maçãs"

> não tem nenhuma referência. (E sempre podemos dizer isso a respeito de um signo em uma regra que ajuda a determinar seu significado)".

A lógica pode ser o fundamento que sustenta muitas relações, sejam elas com maçãs, moedas ou estrelas, como também pode não haver relação alguma. As operações com radicais, por exemplo, dificilmente são aplicadas em nossas atividades cotidianas, e isso não quer dizer que elas não sejam importantes, apenas que a matemática não depende delas. As aplicações da matemática não estão garantidas por sua generalidade.

> "Uma máquina é uma extensão de um motor, uma aplicação não é, no mesmo sentido, uma extensão de um cálculo.
>
> Estamos interessados em usos diferentes da palavra "aplicação". "A divisão é uma aplicação da multiplicação"; "a lâmpada é uma aplicação do cilindro de vidro"; "o cálculo é aplicado a estas maçãs".
>
> Neste ponto, podemos dizer: a aritmética é a sua própria aplicação. O cálculo é a sua própria aplicação". (Wittgenstein, 2003, p. 244).

Uma aplicação não é uma extensão do cálculo porque não é na gramática da linguagem do cotidiano que encontraremos uma realidade que o cálculo não tinha antes. A matemática é como a gramática, possui regras que são aplicáveis. "A gramática, para nós, é um cálculo puro (não a aplicação de um cálculo à realidade)" (Wittgenstein, 2003, p. 245). Não é a ligação com a realidade que faz a gramática e o cálculo funcionarem; tanto a gramática quanto o cálculo seguem regras que se estendem à realidade. Isto é, criamos nossas expressões linguísticas sem a necessidade de uma aplicação prática.

Nos estudos de linguagem matemática a construção do conhecimento matemático provém da capacidade de seguir regras e a tarefa do professor é ensinar estas regras, "para que o aluno comece a partir de um determinado momento não previsível *a priori*, a 'fazer lances' no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido, inclusive aplicando-o a situações empíricas" (Gottschalk, 2008, p. 93).

Para Wittgenstein "Ensinar uma linguagem aqui não é explicar, mas antes é adestrar" (Wittgenstein, 2005, p. 39). Deve-se entender que adestramento aqui, se refere ao fato de inserir o individuo no ambiente em que se usam determinadas palavras, e então pelo uso, ele passa a conhecer o sentido de tais palavras.

Chauviré (2011, p. 247) analisa a filosofia de Wittgenstein e recorrendo à noção de regra do filósofo afirma que a lembrança constante das técnicas de aprendizagem de seguir regras esclarece a alegada questão do salto do pensamento à ação: "Seguir uma regra é análogo a obedecer a uma ordem. Somos treinados para reagir a ela e reagimos à ordem de uma maneira determinada".

As aplicações da matemática e a Educação matemática

Em geral não temos dificuldades em fazer cálculos no cotidiano, como, por exemplo, no cálculo de um troco, ou no total de uma compra, os quais muitas vezes fazemos de cabeça. Mas tais cálculos, quando escritos no papel, passam a ter novos sentidos, isto porque calcular de cabeça e fazer cálculos no papel exigem habilidades diferentes. Suponhamos, por exemplo, que o aluno resolva um problema que solicite o cálculo do preço de duas fatias de uma pizza que está dividida em cinco fatias e que outro problema peça para calcular 2/5 de 15. A transposição da regra aplicada ao cotidiano é automática para uma situação formalizada na linguagem matemática?

Nossa linguagem quando é objetivada pela escrita ou por uma expressão formal pode apresentar outros “aspectos”. Assim, cálculos no cotidiano e cálculos na sala de aula podem ser diferentes na perspectiva dos estudantes. Silveira (2005) em sua tese mostra que um sujeito aprendente ao se deparar com um conceito matemático já construído por ele, pode, em outro contexto, atribuir-lhe novos sentidos ou ressignificá-lo. Para a autora, o conceito matemático está sempre em mudança para o aluno, mesmo que o rigor da matemática diga o contrário. Isto é, o conceito se desenvolve de acordo com o contexto. Nesse caso o contexto da sala de aula é diferente de contextos cotidianos.

Os educadores matemáticos muitas vezes têm o seu ensino pautado na concepção da utilidade prática ou concreta da Matemática, daí que, para eles, a importância da Matemática reside no fato de que esta é útil apenas na prática, isto é, apenas em problemas reais concretos.

A pesquisa feita por Albarracín, Dujet-Sayyed e Pangaud (2008), “A diversidade cultural nas representações matemáticas: estudo de caso de uma população de alunos engenheiros franceses e latino -americanos”, ressalta que a visão utilitarista do ensino se reflete na dificuldade em Matemática de estudantes latino -americanos de engenharia que estudam na França. Nesse sentido, podemos perceber que o sentido de que a Matemática é importante apenas nas situações nas quais é útil concretamente, causa prejuízos à aprendizagem desses estudantes, na perspectiva dos pesquisadores.

A pesquisa de Barros (2012), intitulada “Cotidiano no ensino e aprendizagem de matemática: reflexões no ProJovem urbano”, ao analisar se o “ferramental matemático” que os aluno do ProJovem utilizam cotidianamente (fora da escola) é o mesmo que ele utiliza em sala de aula, o autor chegou a conclusão que há muito mais “rupturas” do que convergências quando se compara as situações do cotidiano que envolvem conteúdos matemáticos e esses conteúdos matemáticos, em situações escolares contextualizadas em termos do dia-a-dia dos alunos, apontando os limites da contextualização em sala de aula.

Resta esclarecer, por fim, que, diferente do que pode parecer, não estamos desqualificando os conhecimentos cotidianos, nem mesmo estamos excluindo a possibilidade de usá-los na escola. Giardinetto (2002) sugere que os conhecimentos cotidianos devem ser usados, na escola, como ponto de partida para se chegar aos conhecimentos formais escolares, que, segundo o autor, são mais refinados e generalizam as situações cotidianas.

Pensar que apenas os conhecimentos cotidianos (aqueles que podem ser imediatamente aplicados à vida do aprendiz) devem ser ensinados na escola poder ser um equívoco com relação a compreensão do que vem a ser contextualizar. Segundo Silva (2009), há uma precipitação em relação a consideração do que vem a ser “contextualização”, uma vez que o cotidiano é apenas um dos contextos possíveis de aplicação dos conhecimentos matemáticos. Segundo o autor:

> “Desta concepção resulta que alguns professores acreditam que qualquer conteúdo que não seja fácil (ou possível) de contextualizar, não se faz necessário ser trabalhado com o aluno. Posto que, se não se consegue contextualizar, não serve para ser ensinado. Isto pode vir a ser um problema sério no futuro, principalmente no campo da matemática. Isto porque o pensamento matemático é o que mais se aproxima do pensamento natural do sujeito, tanto que a matemática é a disciplina por excelência, necessária a interpretação do real” (Silva, 2009, p. 56).

Contextualizar os conceitos nas aulas matemáticas, tratando de situações do dia-a-dia, vem tornando-se uma exigência para os professores de Matemática das escolas brasileiras. Contudo, embora o uso de aulas contextualizadas possa trazer benefícios, é um erro achar que o ensino de Matemática deva deter-se apenas em expressar problemas do cotidiano. Nem todos os conceitos matemáticos têm aplicação concreta imediata, visto que seus conceitos são criações humanas que não têm o concreto como preocupação.

Considerações finais

As teorias educacionais colocadas em prática, muitas vezes, não garantem o sucesso prometido ao professor. Esta promessa não cumprida se manifesta em sentimento de frustração no professor, num crescente descrédito de seu papel na escola e, também, num desencantamento com o processo educacional quando percebe que seu aluno não aprende. Os professores de Matemática aderem a diferentes tendências da Educação Matemática, muitas vezes, sem conhecer seus fundamentos teóricos (Silveira e Silva, 2013).

Ao aderir a uma teoria, é preciso conhecer as críticas feitas a ela. Sendo assim, o professor deve estar continuamente atualizando-se e buscando novas perspectivas que o ajudem na tarefa de ensinar Matemática.

Atualmente, exige-se do professor de Matemática que mostre ao aluno como os conteúdos matemáticos conseguem relacionar-se com o cotidiano. Porém nem sempre isso é possível. Assim, o professor tem que fazer um grande esforço para conseguir tal peripécia, e o aluno deve esforçar-se para acreditar que tudo que está ao seu redor é matematizável.

Pelo exposto, se pode concluir que não podemos acreditar cegamente numa teoria educacional, já que a nossa compreensão sobre uma teoria não pode prever as suas possíveis falhas quando aplicada em sala de aula. Devemos ficar atentos ao aderirmos a uma prática, pois esta pode abrir outras possibilidades de intervenção na aprendizagem do aluno.

Bibliografia e referências

Albarracín, E. S.; Dujet-Sayyed, C.; Pangaud, C. (2008). *Les Facteurs Socioculturels dans le Représentations Mathématiques: édude de cas sur une population d'élèves ingénieurs français et latino-américains*. Séminaire d'ESCHIL, 12 f. Disponível em <http://www.m2real.org/IMG/pdf_ESA- _Representations_mathematiques-3_avril-2.pdf>. Acesso em: 02 out. 2011.

Barros, O. A. do E. S. (2012). *Cotidiano no ensino e aprendizagem de matemática: reflexões no ProJovem urbano*. Belém: UFPA. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

Bello, S. E. L. (2010). Jogos de Linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (Matemática) Contemporânea. *Zetetiké (UNICAMP), 18, Unesp,* 545-587.

Chauviré, C. (Org.) (2011). *Wittgenstein et les questions du sens.* Paris: L'art du compreendre - Seraphis.

Giardinetto, J. R. B. (2002). A matemática em diferentes contextos sociais: diferentes matemáticas ou diferentes manifestações da matemática ? Reflexões sobre a especificidade e a natureza do trabalho educativo escolar. In: *25ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambu*. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/25/excedentes25/joserobertogiardinettot19.rtf>. Acesso em 02 set 2009.

Gottschalk, M. C. C. (2008). A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Caderno Cedes, Campinas, 28*(74), 75-96, jan./abr.

Granger, G. G. (2002). *O irracional*. Trad. De Alvaro Lorencini. São Paulo: Editora UNESP.

Putnam, H.. Wittgenstein, le réalisme et les mathématiques. In: Bouveresse, J.; Laugier, S.; Rosat, J-J. (Orgs). *Wittgenstein, dernières pensées*. Marseille: Agone, 202 (pp. 289-313).

Sanchez, A., Dujet-Sayyed, C., Combe-Pangaud, C. (2008). *La diversité culturelle dans les représentations mathématiques: étude de cas sur une population d'élèves ingénieurs français et latino-américains*, M²Real, Insa de Lyon.

Santos, M. C. (2002). Algumas concepções sobre o ensino-aprendizagem de Matemática. *Educação Matemática em Revista, SBEM, 12*, 11-15, set.

Silva, F. H. S. (2009). *Formação de professores – Mitos do processo*. Belém: EDUFPA.

Silveira, M. R. A. (2011). A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. Porto Alegre. *Educação e Realidade, 36*(3), 761-779.

Silveira, M. R. A. (2005). *Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da Matemática.* Porto Alegre: UFRGS. Tese (Doutorado).

Silveira, M. R. A.; Silva, P. V. (2013). A Compreensão de Regras Matemáticas na Formação Docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem. Arquivos Analíticos de Políticas Educativas, 21, nº 27. *Dossiê Formação de Professores e Práticas Culturais*: descobertas, enlaces, experimentações.

Wittgenstein, L. (1991). *Investigações filosóficas (IF)*. São Paulo: Nova Cultural. (Coleção: Os Pensadores).

Wittgenstein, L. (2003). *Gramática filosófica (GF)*. Tradução de Luís Carlos Borges. São Paulo: Loyola.

Wittgenstein, L. (2005). *Observações Filosóficas (OF)*. Tradução de Adail sobral e Maria Stela Gonçalves São Paulo: Loyola.