Comunicação e Resolução de Problemas utilizando o Modelo van Hiele para a exploração geométrica em sala de aula

Gilmara **Gomes** Meira
Universidade Estadual da Paraíba
Campina Grande
gilmarameira@yahoo.com.br
Kátia Maria de **Medeiros**
Universidade Estadual da Paraíba
Brasil
katiamedeirosuepb@gmail.com

Resumo

Este trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado em fase da escrita dos estudos de caso, em que se destacam o desenvolvimento de três duplas identificados pelos pseudônimos: Anna e Cecilia, Victoria e Alicia, Júlia e Amanda, alunas de uma turma de 3º ano do Ensino Médio. Com esta proposta, queremos saber como os alunos se comunicam para desenvolver problemas geométricos, de acordo com o Modelo de van Hiele e, assim, analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o referido Modelo. A pesquisa foi desenvolvidas em quatro etapas, na última delas, propomos resolução de problemas com auxílio do Tangram com as seis alunas citadas. Houve uma considerável interação, entretanto, observamos constantes limitações em relação aos conhecimentos da Geometria e, consequentemente, na resolução dos problemas nos quais as alunas apresentaram dificuldades na interpretação e criação de estratégias.

Palavras-chaves: comunicação, resolução de problemas geométricos, Modelo van Hiele, ensino médio, sala de aula.

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, no âmbito do Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, do Programa Observatório da Educação (Edital 049/2012/CAPES/INEP), que financiou passagens e diárias da autora.

Introdução

Grande parte da sociedade vê a Matemática com um sentimento de medo, enxergando-a como fonte de problemas quando, na verdade, trata-se do uma ciência rica em padrões que geram, muitas vezes, soluções. Essa concepção agravou-se de forma a hoje estarmos permeados numa realidade delicada, pois observamos a desmotivação em relação à aprendizagem e a dificuldade em trabalhar quando, na maior parte das vezes, os alunos abominam a disciplina, substituindo a criticidade e reflexões por reclamações e sentimentos de incapacidade.

Pensando nisto, fazemos menção a uma estratégia que remete para o desenvolvimento de um ensino centrado na realidade cotidiana de estudantes de nossa região. Nossa principal hipótese é de que a partir de um trabalho que envolva Geometria por meio de elementos concretos, os alunos podem desenvolver mais positivamente a visualização e a habilidade de resolver problemas, consequência de um olhar mais crítico em relação à Matemática. Assim, o público alvo no desenvolvimento da nossa pesquisa são estudantes do 3° Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do cariri paraibano.

Nosso estudo enfatiza a comunicação e resolução de problemas, através de materiais concretos manipuláveis utilizando o Modelo van Hiele para exploração da Geometria em sala de aula. Para tal, formulamos a seguinte indagação: *Como os alunos se comunicam ao desenvolverem atividades com resolução de problemas geométricos, segundo o Modelo van Hiele?.*Com base nesse questionamento, elencamos alguns dos principais objetivos, visando, de modo geral, analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o nível de compreensão do Modelo van Hiele, com alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Com este intuito, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar a concepção da professora regente da disciplina em relação ao ensino e aprendizagem da Geometria e possíveis procedimentos didáticos utilizados em suas aulas;
- Identificar o nível, segundo o Modelo van Hiele, em que a turma se encontra com relação à Geometria;
- Utilizar testes de van Hiele para identificar o nível de compreensão geométrica de cada aluno;
- Propor atividades com a resolução de problemas geométricos utilizando materiais concretos, para a verificação do nível de pensamento geométrico das Díades;
- Analisar a forma que os alunos interagem e se comunicam no desenvolvimento das tarefas;
- Verificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico ao final das atividades propostas.

Geometria: contexto e relevância

Infelizmente, a problemática em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática já é algo que persiste há muito tempo em âmbito mundial e se agrava em países como o Brasil, no qual a educação ainda não foi plenamente democratizada. Os maus resultados em avaliações da disciplina, embora lamentáveis, já não são nenhuma novidade. De acordo com Rabelo e Gomes

(2012) a situação é ainda mais drástica quando o assunto é Geometria, mais especificamente, nos itens de resolução de problemas. Um dos pontos em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, elencado no Relatório Nacional (DGIDC 2005), segundo abordagem de Rabelo e Gomes (2012, p. 7) é o de que é necessário "*focalizar esse processo de ensino/aprendizagem na resolução de problemas não rotineiros que permitam utilizar todas as competências adquiridas*." De acordo com os autores, todos os anos letivos, escolas ou professores podem desenvolver o mesmo currículo de forma diferente, uma vez que, o professor é que é o artífice daquilo que será posto em prática.

A Geometria, entretanto, representa uma parte muito importante do conhecimento matemático e foi uma ciência construída culturalmente desde os primórdios da civilização humana, tendo conexões e aplicações estreitas com a nossa realidade física. Notamos que quando ela é trabalhada, normalmente é utilizada como pré-requisito para assuntos posteriores vistos na escola e de modo muito linear, convencional e, consequentemente, pouco significante. Mediante isso, os alunos apresentam sérias dificuldades de visualizar, reconhecer e demonstrar. Assim, ensino e aprendizagem têm acontecido de forma descompactada, estando os aprendizes, muitas vezes, a generalizar casos particulares. Conforme Dreyfus e Hadas (1994) os alunos devem ser levados a considerar diferentes casos para, posteriormente, decidir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Os autores asseguram que o sucesso do aluno, frente ao que estuda permite reforçar a motivação para aprender de forma mais significativa. Segundo Leivas (2012) é necessário que a aprendizagem de Geometria esteja centrada em um processo que envolva visualização e manuseio de materiais concretos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) sugerem a inclusão de alternativas relativas a metodologias para o ensino de Geometria, mas não apontam muitas possibilidades para que isto ocorra. Então, na busca de opções, encontramos nas recreações geométricas, quando convenientemente planejadas, recursos pedagógicos enriquecedores e eficazes na construção do conhecimento. Três aspectos podem justificar seu uso em sala de aula: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais, que é de extrema importância para o desenvolvimento do aluno.

Portanto, as ideias geométricas são úteis para representar e resolver problemas em outras áreas da Matemática e até mesmo em situações do mundo real. Assim, seu ensino deveria estar integrado, sempre que possível, com outras áreas, pois as representações geométricas podem ajudar os alunos a dar sentido à área, às frações, aos histogramas e aos dados colhidos.

A Resolução de Problemas matemáticos na sala de aula

Em tratando da resolução de problemas, sabemos que, embora seja de um valor supremo para o trabalho com conteúdos matemáticos e desenvolvimento intelectual, muitos são os desafios para inseri-los nas aulas de Matemática, em consequência de muitos fatores. Entre estes se encontra o baixo nível de conhecimento matemático por grande parte dos alunos da escola pública brasileira, particularmente as da rede estadual e municipal. Na maior parte da vida escolar desses alunos, a atividade mais frequente ou a única foi, e possivelmente continua sendo, a resolução de exercícios, o que é insuficiente mediante as cobranças sociais atuais.

Na resolução de problemas, é muito importante a compreensão do texto, isto é, saber interpretar o enunciado e considerar possíveis estratégias para resolução, o que demanda um leque de conhecimentos prévios. Conforme salientam os Princípios e Normas para Matemática

Escolar do NCTM (2008, p. 394) "*a predisposição para a resolução de problemas inclui confiança e vontade de empreender novas e difíceis tarefas*". Esse fator é justificado pela necessidade de inovação, tendo em vista que, na maior parte das vezes, o ritmo e metodologia em algumas aulas de Matemática têm causado acomodação e rejeição com relação ao estudo da disciplina.

A ideia de que o professor explica o conteúdo e o aluno exercita a aplicação do mesmo, data desde o século XIX. D'Ambrósio (2008) salienta que, embora haja tantos fundamentos para o legítimo uso da resolução de problemas, essa ideia equivocada permeia, há mais de 150 anos, o ensino da Matemática. Sabemos que a influência de George Pólya foi primorosa para o desenvolvimento da resolução de problemas na sala de aula, pois sua proposta era de um ensino que criasse oportunidades para que os alunos refletissem, pensassem matematicamente e construíssem o conhecimento.

Com base nos Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008), para que aconteça a resolução de problemas com sucesso, é indispensável o conhecimento de conteúdos matemáticos, de estratégias de resolução de problemas, a capacidade de auto regulação, e uma predisposição para a colocação e resolução de problema. Nesse sentido, os professores são muito exigidos, por serem os responsáveis em desenvolver meios que influenciem no desenvolvimento do conhecimento e estratégias matemáticas, assim podendo praticar uma variedade de heurísticas.

De acordo com Medeiros (2001), um problema para receber essa denominação precisa, de fato, ser desafiador para o aluno, levando-o a pensar, argumentar, buscar caminhos de solução o que, com certeza, não é uma tarefa imediata. Segundo a autora, os exercícios, considerados problemas fechados, são muito tradicionais nas aulas de Matemática, sendo inseridos no processo ensino-aprendizagem de forma que limita a criatividade dos alunos, pelo modo como são apresentados, ou seja, apresenta um contexto muito limitado, palavras que dizem de imediato a operação a ser utilizada e quase sempre são propostos a partir de um conteúdo que foi anteriormente exposto. Enquanto os problemas bem elaborados, chamados de problemas abertos, propiciam que os alunos pensem não de forma linear, mas em rede e com um olhar crítico e reflexivo. Ainda conforme a autora, esses tipos de problemas podem ser desenvolvidos em grupos, o que pode diminuir o medo e aumentar as chances de produções mais eficientes.

Problemas mais elaborados, que envolvem a realidade do aluno, que o façam pensar mais criteriosamente, possivelmente despertam um maior interesse que, por sua vez, gera maior entusiasmo despertando, com isso, a criatividade e, provavelmente, contribuindo para uma aprendizagem mais dinâmica e significativa. Gontijo (2006) ressalta que os problemas que motivam para criatividade são aqueles que levam os alunos a raciocinar.

O Modelo van Hiele e o uso de materiais manipuláveis no estudo da Geometria

O Modelo van Hiele, idealizado pelos pesquisadores holandeses Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele, tem por principal função orientar a formação e, assim, avaliar as habilidades do aluno. Em Geometria, o Modelo é composto por cinco níveis de compreensão, os quais, segundo Crowley (1994) descrevem características do processo de pensamento.

As ideias preliminares desse Modelo estabelecem que os alunos avancem a partir de uma sequência de níveis de interpretações dos conceitos. Assim, os avanços de um nível para outro deverão ocorrer por meio de um desenvolvimento planejado de atividades, uma vez que o progresso dos níveis de compreensão geométrica depende, mais especificamente, de uma aprendizagem adequada à experiência do aluno.

O *Nível 0* (zero) ou 1º nível, denominado "visualização" é o mais elementar, nesse nível os alunos simplesmente percebem o espaço como algo em torno deles. Aqui muitos alunos já são capazes de comparar e nomear figuras geométricas, apenas por sua aparência. Já o *Nível 1* (um), chamado Análise, começa com uma análise dos conceitos geométricos, o reconhecimento das propriedades e o uso dessas propriedades para resolver problemas. Por exemplo, a descrição de um paralelogramo a partir de suas propriedades. Mas os alunos, nesse estágio, ainda não têm maturidade suficiente para estabelecer relações entre propriedades e não entendem definições.

No *Nível 2* (dois), chamado de Dedução Informal, os alunos iniciam um maior grau de abstração, pois já conseguirão estabelecer inter-relações de propriedades de figuras e reconhecer as classes. No entanto, formulam argumentos informais, mesmo não compreendendo o significado das definições ou axiomas. O *Nível 3* (três) denominado Dedução, é compreendido como o momento no qual os alunos começam a compreender o processo dedutivo das demonstrações, sendo a dedução uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Enquanto o *Nível 4* (quatro), do rigor, é o momento no qual os sujeitos apresentam maior capacidade de compreender demonstrações formais, como por exemplo, das Geometrias não-euclidianas. Para Pierre Van Hiele os três primeiros níveis merecem maior atenção.

De acordo com Nasser e Sant'anna (2010), a melhor forma de reconhecer em que nível o discente está raciocinando é através da observação direta do seu modo de raciocinar e de suas estratégias ao resolver os problemas. Para tanto, recomendam atividades que levem os estudantes a pensar, desenvolver estratégias e mostrar suas respostas como melhor alternativa na identificação do nível de Van Hiele, sob o qual eles estão raciocinando. Com isso, o professor deve estar muito atentamente observando tudo que eles falam e desenvolvem.

A Matemática em meio à sua dinâmica cumpre o papel de possibilitar a reflexão sobre as representações que são possíveis. Os artefatos podem ser entendidos e utilizados na Educação Matemática também como artefatos concretos, a exemplo dos materiais didáticos estruturados (Tangram, Material Dourado, Blocos Lógicos, Ábaco, etc.), materiais de desenho, de medidas, jogos e desafios matemáticos, entre outros.

Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009) apontam a real importância de proporcionar experiências com o uso de materiais manipuláveis, os quais, também precisam estar de acordo com o nível de escolaridade e a idade dos alunos.

De acordo com Smole e Diniz (2001) é necessário que o professor apresente atividades inovadoras que estimulem os alunos, afirmando que a prática das atividades em grupos é de extrema importância, pois no momento em que há a interação social o aluno sente-se na obrigação de ser coerente e a comunicação entre o próprio grupo é motivo de aprendizagem. De acordo com Fonseca (2009) a comunicação é um meio no qual há uma articulação, organização e consolidação do pensamento. Com base nisso, a autora esclarece que o compartilhar de ideias se dá de vários modos e pode ser oralmente ou por escrito, a partir de gestos, desenhos, objetos, e símbolos. Assim, numa aula de Matemática os alunos podem estar em constante comunicação, mesmo que essa não se dê de modo formal. Todas as experiências são válidas e, por essa razão, devem ser muito bem aproveitadas para, a partir dos processos de interação e ação, os alunos se adequarem a uma linguagem mais precisa do ponto de vista matemático.

Portanto, inseridos numa realidade que se moderniza a passos largos, se faz necessária uma reflexão sobre a prática letiva e uma possível renovação da mesma, na tentativa de suprir algumas necessidades. Dessa forma, nos alunos é preciso despertar uma nova visão em relação ao papel da Matemática e de suas especificidades a partir de um pensamento formal e reflexivo.

Metodologia

Com o desenvolvimento da Educação Matemática, nas últimas décadas, são apontadas uma série de contribuições favoráveis ao ensino e aprendizagem valorizando atitudes mobilizadoras em sala de aula de Matemática, nas quais o professor tem a função de mediador, enquanto os alunos devem ser os agentes principais das ações. Com base nisto, nossa pesquisa utiliza, também, estudos de caso, que são muito comuns em pesquisas dessa natureza e que, de acordo com Ponte (2006), acrescenta conhecimento ao conhecimento já existente, na busca de compreender em profundidade o como e os porquês dos fatos. Ao mesmo tempo, o autor salienta que o estudo de caso é de uma eficiência singular para investigar questões de práticas e aprendizagem dos alunos.

Nosso estudo enfatiza a comunicação e resolução de problemas, por meio de materiais concretos manipuláveis utilizando o Modelo van Hiele para exploração da Geometria em sala de aula.

O campo de pesquisa foi uma escola pública estadual, localizada na cidade de Cabaceiras, no cariri paraibano, e os participantes para realização da mesma foram alunos de uma turma de 3º Ano do Ensino Médio. Nossa pesquisa tem essência diretamente de ordem qualitativa, que é uma das mais eficientes formas de capturar a realidade empírica, exigindo grande seriedade no que se observa e como observar. Esse tipo de pesquisa assume diversas formas e é conduzida em múltiplos contextos. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) as investigações qualitativas privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos de investigação. Além disso, nosso principal interesse não são apenas os resultados, mas, sobretudo, os processos de desenvolvimento, o que segundo os autores, é uma característica forte da pesquisa qualitativa. Concomitante a isto, o desenvolvimento de todos os processos que envolvem a pesquisa assume uma ordem descritiva para demonstração dos fatos.

Antes do planejamento formal das tarefas para identificação do nível segundo o Modelo van Hiele, em que a turma se encontra, realizamos uma entrevista semiestruturada, com a professora regente identificada pelo pseudônimo *Rita*, na intenção de compreender experiências e concepções, bem como, para termos conhecimento acerca do perfil dos alunos para o planejamento das tarefas.

Pensando nisso, na primeira parte da pesquisa em sala de aula, planejamos um conjunto de atividades para serem desenvolvidas em Díades e ganharmos subsídios para identificarmos o nível de pensamento geométrico, segundo o Modelo van Hiele, no qual a turma se encontrava. Após essa etapa, realizamos três testes de van Hiele, na proposta de Nasser e Sant'anna (2010) para identificação do nível individual de pensamento geométrico dos alunos.

Sabemos da relevância da resolução de problemas nesta e em outras situações, porém para que ela aconteça de uma forma coerente é necessário ter o mínimo de conhecimento prévio e interpretação. Como a nossa proposta de pesquisa envolve a resolução de problemas, o uso de materiais didáticos manipuláveis e a comunicação entre os alunos, na última etapa, consideramos mais pertinente, baseado em nossos objetivos, analisar o desenvolvimento das seis alunas que apresentaram melhor desempenho nos testes, pois entendemos que a comunicação entre ambas, na formação de três Díades, seria mais pertinente para responder nossa questão diretriz: *Como os alunos se comunicam ao desenvolverem atividades com resolução de problemas geométricos, segundo o Modelo van Hiele?*

Para organização de atividades, nos apoiamos em Nasser e Sant'anna (2010) com suas propostas de trabalho do Projeto Fundão da UFRJ e na proposta de Oliveira e Gazire (2012) que apresentam módulos de atividades que têm como referência o trabalho de alguns dos mais importantes pesquisadores da teoria de van Hiele.

No decorrer de toda a pesquisa fizemos uma análise global das tarefas desenvolvidas em sala de aula, tendo os alunos como participantes centrais, que são observados em sua totalidade, dado que o objetivo central da nossa proposta é analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o nível de compreensão segundo o Modelo van Hiele, com alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Dessa forma, a comunicação oral e/ou escrita, desempenho, interação e criatividade, são fatores preponderantes na nossa análise. Para acompanhar de uma forma mais adequada a comunicação das Díades, usamos aparelho de áudio para as gravações e a observação direta e de registros escritos. O desenvolvimento específico das três Díades na resolução dos problemas desenvolvidos em quatro Episódios, estão organizadas na pesquisa de dissertação, em três estudos de caso, nos quais as alunas estão identificadas por: *Caso Ana e Cecília; Caso Vitória e Alice e; Caso Júlia e Amanda.*

O caso Ana e Cecília em dois Episódios: ações e resultados

Ana e Cecília são duas alunas que têm 17 e 18 anos de idade e cursam o 3º Ano do Ensino Médio em uma Escola Estadual, no município de Cabaceiras – Paraíba/BRASIL. Ambas habitam nesta cidade e sempre estudaram em escolas públicas deste municipio.

Em três dos quatro Episódios com resolução de problemas, usamos o Tangram como material manipulável auxiliar. Com esse material manipulável, as alunas trabalharam em Díade e apresentaram muitas fragilidades com relação a conhecimentos prévios da Geometria o que, por vezes, dificultou a resolução dos problemas propostos.

No primeiro Episódio nosso objetivo foi compreender se as alunas reconheciam polígonos e o conceito de congruência. Elas apresentaram muitas limitações na resolução, pois demonstravam não reconhecer definições e/ou propriedades e conceitos. Por exemplo, com relação ao paralelogramo, afirmaram que o mesmo era um trapézio, aspecto que nos faz identificar que não reconhecem por sua forma e nem por suas propriedades e definição. Esse é um aspecto preocupante, pois muitos alunos de escolas públicas estão concluindo o Ensino Médio com uma base de conhecimento muito aquém do que é proposto pelas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino de Matemática (BRASIL, 2006) e na maioria das vezes não reconhece propiedades, apenas relaciona algumas figuras com objetos que remetem ao cotidiano, consequentemente não passando do primeiro nível de pensamento geométrico segundo o Modelo van Hiele, de acordo com Crowley (1994).

Começamos com esse problema que consideramos mais básico e as alunas podiam relacionar o contexto do que era pedido, ao material, respondendo numa folha de papel A4. O problema foi o seguinte - ***As peças do Tangram: o que disse Mario?***:

A professora de Matemática levou para sua aula um Tangram feito em madeira, sem explicar o nome de cada peça que o formava. Mônica já tinha visto e estudado um pouco com o material manipulável em sua antiga escola. Assim, ela propôs que seu colega Mário falasse o nome dos polígonos que formam o Tangram. Mário, se sentindo desafiado, insistiu em responder detalhadamente. Se Mário respondeu corretamente, quais foram suas respostas? Que peças Mário apontou como congruentes, por quê?

A Díade lê individualmente o problema e Ana dialoga com Cecília sobre a situação, na busca de soluções. Elas apresentaram muitas dúvidas e se comunicam oralmente de forma demasiada, como vemos no diálogo abaixo:

Ana: *Porque assim, a professora de Mônica levou o Tangram e não disse o nome das peças, aí nisso ela pede o nome das peças, que a única que eu não sei é essa (apontando para o paralelogramo)!*

Cecília: *Ah, é um trapézio!*

Ana: *É um triângulo, dois, três... São cinco triângulos!*

Cecília: *Então as peças são cinco triângulos isósceles, quadrado e trapézio. Formando então um quadrado grande!*

Com relação ao conceito de congruência, as alunas pareciam lembrar que era "algo" relacionado a lados e ângulos, porém dialogam sem conhecimento formal do conceito:

Ana: *Aí ele quer saber quais são os nomes das peças e quais são congruentes e porque são congruentes. Tu lembra o que é congruente?*

Cecília: *Congruente é aquela que não forma um ângulo de 90°?* .

Ana: *Pensa! O que é côngruo?*

Cecília: *Ou tem a ver com os ângulos ou com as linhas!*

Ana: *Que peças Mario apontou como congruentes? Pode ser o trapézio e os triângulos!*

Cecília: *Agora por quê?*

Ana: *Acho que tem que olhar para os lados, será que tem a ver com lados?*

Cecília: *Não, acho que não!*

Ana: *Não sei o sentido de congruentes!*

Nesse problema, observamos que as alunas se esforçavam em busca de soluções coerentes, mas o maior obstáculo de encontra-las estava na fragilidade de conhecimentos prévios.

Conforme destaca Bishop e Goffree (1986) quando duas pessoas concordam com a validade de um conceito, resolução ou conexões é porque partilham o significado desse conhecimento. Assim, entendemos que as alunas não conseguem responder eficazmente o problema, pois não compreendem o significado de congruências e passam por uma situação de conversação e comunicação, ou seja, um diálogo na perspectiva de Alro e Skovsmose (2010).

No terceiro Episódio, com o objetivo de identificar como as Díades desenvolviam seu raciocinio geométrico baseando-se na ideia de área de figuras planas e relações entre figuras, propomos o seguinte problema - ***Cálculo de áreas: os cálculos de Pedrinho***:

Se Pedrinho tomou como unidade de medida no cálculo das áreas das demais figuras, apenas o triângulo pequeno e o quadrado, como ele denotou a área do triângulo médio, do paralelogramo e do quadrado original (quadrado formato pelas sete peças)?

Ana e Cecília lendo o problema perceberam que este apresentava um grau de dificuldade superior ao do Episódio anterior, pois além de peças específicas envolvia também o conceito de área. Para solucionar, elas começam separando as peças, e estavam com o Tangram industrializado, folhas de papel A4, e lápis.

Elas começam buscando interpretar o problema e referem:

Ana: *Nesse caso será usado apenas o triângulo pequeno e o quadrado!*

Cecília: *Precisamos saber a área do triângulo médio, do paralelogramo e também do quadrado grande.*

Ana: *Aqui a gente ver que os dois triângulos pequenos formam o paralelogramo. Eh, então a área do paralelogramo vai ser duas vezes a área do triângulo, né assim?!*

Observamos que, antes de solucionar, as alunas utilizam uma estratégia que advém da proposta de Pólya, quando especifica que para resolver um problema é necessário fazer a interpretação e depois elaborar um plano para, posteriormente, executá-lo e validá-lo. Nesse sentido, as alunas passaram a usar o conhecimento que tinham sobre áreas, buscando pôr em prática na solução do problema proposto. Dessa forma, elas buscaram resolver a situação, a partir das fórmulas para o cálculo de área das figuras especificadas (quadrado e triângulo). Para isso, elas fizeram explicações praticamente baseadas, uma vez se voltam para o material manipulável especificado.

Ao mesmo tempo em que elas se comunicavam explicando o desenvolvimento, iam escrevendo o procedimento utilizado.

Cecília: *Base vezes altura dividido por dois.*

Ana: *Eh, então a gente tem que colocar assim: duas vezes a base vezes a altura e dividido por dois (escrevendo 2 . (b . h)/2). Certo?*

Cecília: *Eh! Do mesmo jeito a área do triângulo médio que se a gente olhar, é o mesmo que a área do triângulo pequeno mais a metade da área do quadrado. Então assim, como a gente já sabe que a área do triângulo é base vezes altura dividido por dois e a área do quadrado é lado vezes lado ou L^2. Logo a área do triângulo médio vai ser base vezes altura dividido por dois mais L^2 dividido por dois. Tu entendeu?*

Ana: *Entendi, vou escrever assim: (b . h) dividido por dois mais L^2 dividido por dois [(b . h)/2] + [L^2/2] .*

Considerando esse problema mais complexo em relação aos trabalhados nos Episódios anteriores, Ana e Cecília apresentaram maior comunicação oral, fazendo relação entre áreas e peças e interligando as informações na busca de soluções. A partir das áreas específicas, Cecília faz o cálculo da área total do quadrado formado pelas sete peças do Tangram, compreendendo que é a junção de todas as áreas dos polígonos que o compõe.

Cecília: *Já o quadrado original é composto por dois triângulos grandes que como podemos ver, a área dele é a mesma coisa que duas vezes a área do triângulo pequeno mais a área do quadrado que são as peças que forma. Também do paralelogramo, que a área é a mesma de dois triângulos pequenos. Do triângulo médio com a área igual do triângulo pequeno mais a metade da do quadrado. Vai anotando aí! Também do quadrado com área igual a* L^2 *e dos dois triângulos pequenos. Agora vamos organizar...*

Ana: *Então, dizemos que o quadrado é formado por essas áreas juntas!*

Cecília: *Tá! Então podemos anotar que a área do quadrado original é a soma da área dos dois triângulos grandes com a do triângulo médio, do quadrado e também dos dois triângulos pequenos e do paralelogramo.*

Ana e Cecília dialogam, interagem e questionam, porém chegam ao mesmo consenso tentando compreender as áreas de cada um dos polígonos, usando apenas o quadrado e o triângulo menor como referência para o cálculo dos demais. Elas apresentam as fórmulas específicas para o cálculo dessas áreas e as relacionam para encontrar soluções.

Considerações finais

Entendemos que o cruzamento de ideias e pontos de vista no trabalho desenvolvido em pequenos grupos leva o aluno a refletir sobre seus argumentos e interpretações relacionados ao contexto em questão, podendo assim ampliar os conhecimentos, desenvolvendo novas estratégias e maiores significados, pois ambos estão a partir do diálogo ativamente envolvidos na tarefa. Por esta razão, torna-se muito relevante que nós, profesores, possamos incentivar os alunos no desenvolvimento adequado das tarefas, fazendo-os entender quão interessante pode ser a Matemática a fim de terminarem com um sentimento de satisfação.

Mediante essa situação que as alunas consideravam como “nova”, pudemos perceber que apresentavam um relevante grau de empolgação, o que, sem dúvida é primordial para o sucesso do que é desenvolvido. Analisamos ainda, que a maioria dos alunos, mesmo ao término do Ensino Médio, apresentam muitas dúvidas ao responder questões, testes ou problemas referentes à Geometria, pois não reconhecem conceitos básicos. Consequentemente, chegam no máximo ao nível 0 (zero) de acorco com o Modelo van Hiele.

Portanto, esse fator nos fez refletir, ainda mais, acerca da qualidade do ensino de Geometria, que deve sempre acontecer de forma adequada, propiciando a criticidade dos alunos, de modo que possam argumentar, levantar hipóteses, e a partir disso, construir o conhecimento o qual deve estar agregado com as diversas áreas da própria Matemática, sobretudo, na resolução de problemas.

Bibliografia e referências

Alro, H.; Skovsmose, O. (2010) *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática* (Tradução Orlando Figueiredo, 2a ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

Bishop, A. J., & Goffree, F. (1986). *Perspectives on Mathematics Education* (Cap. 8). *Org.* B. Christiansen, A. G. Howson e M. Otte e publicado pela editora D. Reidel. Tradução: José Manuel Varandas, Hélia Oliveira e João Pedro da Ponte.

Boavida, A., Paiva, A. L., Cebola, G., & Pimentel T. (2008). Resolução de Problemas em Matemática. In *A experiência matemática no ensino básico.* Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Lisboa.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos* (Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista). Porto: Porto Editora.

Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério de Educação/ Secretaria de Educação Fundamental.

Brasil. (2006). *Orientações Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio*: *Matemática*. Ciência da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: Ministério de Educação/ Secretaria de Educação Fundamental.

Crowley, M. L. (1994). *O Modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* In M. M. Lindquist, & A. P. Shulte, (Org.), *Ensinando e Aprendendo Geometria* (Tradução H. H. Domingues, pp. 1-19). São Paulo: Ed. Atual.

D' Ambrósio, B. (2008). *A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático.* In Anais do I Seminário em Resolução de Problemas, São Paulo: UNESP.

Dreyfus T., & Hadas, N. (1994). *Euclides deve permanecer – e até ser ensinado.* In M. M. Lindquist, & A. P. Shulte (Org.), Ensinando e Aprendendo Geometria (Tradução H. H. Domingues). São Paulo: Ed. Atual.

Fonseca, L. (2009). *Comunicação Matemática na sala de aula* - *Episódios do 1º ciclo do Ensino Básico*. In: Educação Matemática, nº 103, ESE/IP de Viana do Castelo.

Gontijo, C.H. *(*2006*). Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática* . In Anais do SIPEMAT. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 11p.

Leivas, J. C. P. (2012). Percepção e coordenação visual e motora no desenvolvimento do pensamento geométrico. In Educação e Matemática: *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 27-32. ISSN 0871-7222. Lisboa.

Medeiros, K. M. (2001). *O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. In Educação Matemática em Revista, nº 9/10.SP, SBEM.

Nasser, L., & Sant'anna, N. (2010). *Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele* (2a ed.). Rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ.

Oliveira, M. C., & Gazire, E. S. (2012). *Ressignificando a Geometria plana no Ensino Médio, com auxílio de van Hiele.* Belo Horizonte. Disponível em: http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20121128150635.pdf?PHPSESSID=fdb6d12870c8aaf4688b74f0ad0dd734

Acessado em: 14 de maio de 2013.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, *25*, 05-132.

Princípios e normas para matemática escolar do NCTM. (2008). *Associação dos Professores de Matemática* - APM (Tradução: Madga Melo). Lisboa. ISBN: 978-972-8768-24-9.

Rabelo, P. C., & Gomes, A. (2012). Reorganização Curricular da Geometria: Uma Experiência no 6° *ano de escolaridade. Quadrante Revista de Investigação em Educação Matemática, XXI*(1), 3-27.

Smole, K.S., & Diniz, M.I. (2001). *Ler, Escrever e Resolver Problemas*. São Paulo: Artmed.

Veloso, E., Bastos, R., & Figueirinhas. (2009) S. *Isometrias e Simetrias com materiais manipuláveis*. *Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática* – Ed. 101 APM.