



Investigação Matemática e Geometria: área e perímetro de figuras planas

Marli Teresinha **Quartieri**
Centro Universitário Univates
Brasil

mtquartieri@univates.br

Fernanda Eloisa **Schmitt**
Centro Universitário Univates
Brasil

fschmitt@universo.univates.br

Ieda Maria **Giongo**
Centro Universitário Univates
igiongo@univates.br

Brasil

Resumo

Este trabalho apresenta análise de atividades oriundas de uma pesquisa de mestrado que procurou desenvolver questões de Investigação Matemática aliadas ao conteúdo de Geometria. A atividade problematiza a relação entre área de diferentes figuras geométricas conservando-se o mesmo perímetro. Esta foi explorada com alunos de 5º e 9º anos de duas escolas parceiras do Observatório da Educação. O intuito foi procurar similaridades e diferenças nas estratégias de resolução utilizadas pelos discentes dos diferentes níveis de escolaridade. Foram realizadas observações participativas, filmagens e diário de campo da pesquisadora e dos alunos. A análise evidenciou disparidades de ideias e conceitos, entre elas, o fato dos alunos do 9º ano, apesar de já terem trabalhado as fórmulas para calcular a área das figuras, não as utilizaram para realizar as atividades. Os alunos do 5º ano, como não sabiam fórmulas, utilizaram diferentes estratégias. Entretanto, ambas as turmas demonstraram dificuldades em relação à escrita matemática.

Palavras chave: matemática, Investigação Matemática, geometria, prática pedagógica, ensino fundamental, perímetro e área.

Introdução

O presente trabalho socializa a análise de uma atividade de Investigação Matemática, desenvolvida com alunos de 5º e 9º anos, evidenciando que conceitos matemáticos e diferentes estratégias são utilizados pelos alunos, em diferentes graus de escolaridades, quando elaboram e justificam conjecturas (hipóteses) em relação a atividades envolvendo geometria. A escolha pelo conteúdo de Geometria deve-se a pesquisas que evidenciam o descaso desta frente aos demais conteúdos trabalhos nas aulas de Matemática. Autores como Grando, Nacarato e Gonçalves (2008) e Pavanelo (2004) comentam a pouca exploração desse conteúdo, pois a atenção maior ainda é dada para a aritmética. Entretanto, Schmitt, Maccali, Quartieri, Giongo e Rehfeldt (2013) colocam que ao analisar o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) percebe-se que a maioria dos conteúdos que compõem as avaliações externas à escola pertence a conteúdos e conceitos que tem relação com a geometria. Neste contexto, pode-se inferir que a exclusão desses assuntos, dos currículos escolares, ou seu tratamento inadequado, podem causar prejuízos à formação dos indivíduos.

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do Observatório da Educação intitulado “Estratégias Metodológicas Visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental” que conta com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES). O objetivo da pesquisa é problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina Matemática em seis escolas públicas de Educação Básica do Vale do Taquari, RS. Estas, por sua vez, apresentavam, à época do início do projeto, considerável distância entre o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) relativo à 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental.

Nesta pesquisa, encontram-se três trabalhos de mestrado ligados ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates. Tais trabalhos estão relacionados a três tendências no ensino da Matemática: Modelagem Matemática, Etnomatemática e Investigação Matemática. No entanto, neste texto, são socializadas apenas atividades relativas à última das tendências. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), Investigação Matemática é uma metodologia que visa desenvolver no aluno a autonomia para a resolução de questões, bem como a elaboração de hipóteses e de conjecturas. Ademais, o estudante necessita testar as hipóteses elaboradas e modificá-las quando necessário. Cabe-lhe ainda divulgar seus resultados e debatê-los com os colegas.

Uma das pesquisas de mestrado teve como público alunos de 5º ano e 9º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas da educação básica da região do Vale do Taquari. E, como objetivo investigar como estes alunos operam com atividades de Investigação Matemática envolvendo geometria e quais as diferenças/semelhanças nas conjecturas apresentadas entre as distintas turmas. E, para tanto, foram desenvolvidas cinco questões de geometria. Esta comunicação pretende socializar os resultados e a análise decorrentes de uma destas questões, que problematiza a relação entre área de diferentes figuras geométricas conservando-se o mesmo perímetro.

Referencial teórico

Segundo Ponte *et al.* (2009) em termos gerais a definição de investigar aplica-se a diversas palavras como, indagar, pesquisar, inquirir, averiguar. Para os autores, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos, procurando identificar as propriedades inerentes aos

mesmos. Em efeito,

[...] uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática exista uma relação estreita entre problemas e investigação (Ponte *et al.*, 2009, p. 16).

E, por ter esta característica, este tipo de atividade deveria ser trabalhada, procurando desenvolver a habilidade e a capacidade dos alunos, para solucionarem dilemas e formularem conjecturas a respeito dos problemas apresentados. Os autores citados aludem ainda que investigar em Matemática conduz à formulação de conjecturas, hipóteses, as quais necessitam ser repetidamente testadas e provadas. Uma Investigação Matemática envolve “conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo conjectura-teste-demonstração” (Ponte *et al.*, 2009, p. 10).

Os autores também delimitam uma Investigação Matemática em quatro momentos principais. O primeiro momento envolve o reconhecimento da situação apresentada, a sua exploração inicial e a formulação de questões, as quais servem de base para o segundo momento que se refere à formulação de conjecturas sobre o problema em estudo. Conjecturas são hipóteses e pressupostos que, no terceiro momento precisam ser testadas e refinadas procurando aperfeiçoá-las. Por fim, tem-se a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

A exploração da tarefa, profere Ponte *et al.* (2009, p. 30), leva tempo e é uma etapa decisiva para a formulação das conjecturas sendo que o “trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa”. As conjecturas surgem de diferentes formas, podendo ser por observação ou manipulação dos dados. Entretanto, o aluno tende a não verbalizar a formulação das suas conjecturas. “É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações.” (Ponte *et al.*, 2009, p. 33)

Os autores expressam ainda que o registro escrito do aluno é um desafio porque “exige um tipo de representação que nunca utilizaram” (Ponte *et al.*, 2009, p. 35). Apesar disso ele desempenha um papel fundamental, pois “a escrita dos resultados ajuda os alunos a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas, e favorece o estabelecimento de consensos e de um entendimento comum quanto às suas realizações” (Ponte *et al.*, 2009, p. 36).

Em relação ao ensino de geometria, Grandó *et al.* (2008), explicitam que pesquisas e produções brasileiras revelam que este tema vem assumindo um caráter mais exploratório e investigativo, buscando subsídios teóricos em outras áreas do conhecimento, como a epistemologia, a história, a psicologia sociocultural e a linguagem. Surgem, assim, novas formas de produzir conhecimentos geométricos em sala de aula, principalmente se houver maior diálogo entre professor e aluno, numa perspectiva de negociação e produção de significados. Nesse contexto, buscam-se ressignificações para os processos de validação e verdade em Matemática. Para os autores citados,

[...] as tarefas exploratório-investigativas mostram-se altamente potencializadoras de processos de argumentações e provas em geometria na sala de aula. Elas podem ser realizadas a partir de uma tarefa ou um conjunto de tarefas no qual o aluno passa a identificar qual é o problema a resolver e como resolvê-lo. Trata-se de problemas abertos que possibilitam diferentes perguntas, estratégias de resolução e processos de validação. (Grandó *et al.*, 2008, p. 43)

De acordo com o exposto, as tarefas exploratório-investigativas apresentam fatores que direcionam pensar na potencialidade de atividades que possibilitam os alunos a se tornar pessoas mais autônomas em sua aprendizagem. Cabe pontuar ainda que, de acordo com os autores, os alunos ao procurarem respostas para as próprias perguntas se sentem mais motivados e instigados para a realização das atividades. O que nos remete às ideias de Abrantes (1999) que nos afirma que aprender Matemática é essencialmente fazer Matemática. Tal pensamento tem contribuído para conceber a importância de atividades de natureza investigativa, sendo as mesmas concebidas na intenção de que o aluno (re) descubra a Matemática.

Em princípio, questões investigativas não deveriam ser colocadas explicitamente. Nesta visão, os alunos necessitam tomar a iniciativa para levantarem suas próprias questões. Mas, pode-se corroborar com Fonseca e Abrantes (1999, p. 3) ao colocarem que

[...] na prática, o professor tem de gerir uma situação onde há uma tensão entre tarefas demasiadamente estruturadas (as quais podem impedir os alunos de fazer as suas próprias explorações) e problemas muito abertos (os quais podem levar o aluno a não fazer nada ou apenas a uma exploração muito pobre). A decisão depende de vários factores, nomeadamente, da experiência prévia dos alunos com investigações matemáticas.

Desenvolvendo a atividade

O trabalho foi desenvolvido tendo como base metodológica a pesquisa qualitativa, enquadrando-se como um estudo de caso e uma pesquisa participante, sendo que a pesquisadora também foi a professora durante os encontros. Em efeito tomamos como base que “a observação participante é uma modalidade especial de observação na qual você não é simplesmente um observador passivo. Em vez disso, você pode assumir vários papéis na situação de estudo de caso e participar realmente nos eventos sendo estudados” (Yin, 2010, p. 138).

Esta pesquisa envolveu alunos do 5º ano e 9º ano de duas escolas públicas do Vale do Taquari que fazem parte do projeto Observatório da Educação. O objetivo foi averiguar que matemáticas são utilizadas pelos alunos, em diferentes graus de escolaridades, quando criam e justificam conjecturas a cerca de atividades envolvendo geometria. Assim, no primeiro encontro, com cada turma, cada aluno recebeu um caderno, que serviu como diário de campo, onde as atividades de investigação foram desenvolvidas e, posteriormente os mesmos foram recolhidos. Estes serviram como instrumento de coleta de dados, pois a partir dos diários foram analisadas as ideias e respostas dos alunos, além dos conteúdos matemáticos utilizados para testar e resolver as tarefas de investigação. Juntamente com os diários de campo dos alunos foram utilizadas filmagens dos encontros para análise.

Concomitante, no primeiro encontro explicou-se para os alunos o que são atividades de investigação, como elas funcionavam e o que era esperado na resolução das questões. Destaca-se que os alunos eram inexperientes neste tipo de tarefa, fazendo com que fosse optado por questões mais direcionadas e que apresentavam questionamentos. Estas permitiam abertura para novos questionamentos, se assim fosse do interesse dos alunos. Todas as atividades foram desenvolvidas em pequenos grupos.

Neste texto serão relatados apenas dados e conclusões de uma das cinco questões desenvolvidas por ambas as turmas. Assim, após uma breve introdução foi realizada a primeira atividade (aqui relatada). No caso do 5º ano, fez-se, inicialmente, uma leitura conjunta da atividade, pois segundo Ponte *et al.* (2009, p. 26) “no caso de alunos mais novos, a leitura

conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua compreensão, nem que seja somente para esclarecer certos termos com que não estão familiarizados”. Já na turma de 9º ano os alunos fizeram a leitura, nos pequenos grupos, e iniciaram a atividade.

Análise da atividade

A atividade consistiu na investigação da relação entre perímetro e área de figuras planas. O intuito foi investigar a relação da área de figuras planas com o seu formato, evidenciando que figuras que possuem o mesmo valor para o perímetro podem ter valores diferentes de áreas. Objetivou-se ainda com essa atividade, que o aluno descobrisse qual é a figura plana que tem maior área, com a mesma medida de contorno. Assim, entregou-se para os alunos o enunciado que segue:

Atividade 1: Investigando área e perímetro
 Material necessário: barbante, papel quadriculado.
 Procedimento: corte um pedaço de barbante com 32 unidades de comprimento. Com a ajuda do barbante, desenhe no papel quadriculado as seguintes figuras:

- 1 quadrado
- 2 retângulos com formatos diferentes
- 1 círculo
- 1 triângulo
- 1 figura diferente das anteriores

Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

| Figura | Área |
|-----------------|------|
| Quadrado | |
| Retângulo 1 | |
| Retângulo 2 | |
| Triângulo | |
| Círculo | |
| Figura qualquer | |

Responda:

- 1) Que figura tem a maior área?
- 2) Que figura tem a menor área?
- 3) Qual o retângulo que tem a maior área?
- 4) Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?
- 5) Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?

Fonte: Adaptado de Zaslavsk (1989).

As respostas obtidas dos questionamentos foram às seguintes:

1) Que figura tem a maior área?

A maioria dos alunos, tanto da 9º ano quanto do 5º ano, responderam que era o círculo. Respostas diferentes a esta ocorreram pela falta de meticulosidade ao construir as figuras com o barbante, no papel quadriculado.

2) Que figura tem a menor área?

Nesta questão apareceu uma gama de respostas, pois dependendo de como os alunos construíam os retângulos, ou seja, que dimensões usavam, surgiam figuras com áreas menores.

3) Qual o retângulo que tem a maior área?

Nesta questão percebeu-se que todos responderam justamente o retângulo que mais se

aproximava do formato de um quadrado. Assim, o retângulo com a maior área encontrado, nestas turmas, tinha as dimensões 9x7, quando este havia sido desenhado.

4) Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?

A maioria dos alunos respondeu o círculo. Comentaram que este fato ocorre porque não tem pontas e sua forma é arredondada. Mas houve alunos que obtiveram outras respostas, sendo que as mesmas ocorreram devido a erros de contagem da área ou a figuras não desenhadas corretamente. Este fato ocorreu com mais frequência na turma do 5º ano. Algumas respostas que os alunos escreveram nos diários de campo: A17¹ “o círculo tem a maior área porque seu formato é diferente”; e, A8 colocou que “quanto mais redondo maior vai ser [a área]”. Nestas duas colocações, os alunos queriam dizer que o círculo, ao contrário das demais figuras construídas, não tinha pontas e por isso é uma figura diferente e sua área é maior que as demais.

5) Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?

Nesta questão apareceram basicamente duas respostas: o quadrado e o retângulo. O A3 expressou: “quadrado, porque ele tem os lados iguais e dá menos trabalho”. E justificou que escolhia o quadrado para poder ter menos trabalho no momento da construção das paredes. A casa redonda, para estes alunos, seria impossível. Observou-se que as justificativas do porque um ou outro tipo de figura, para a base da casa, foi devido ao comodismo quando da construção de uma casa. Os alunos diziam que na nossa volta todas as casas são quadradas ou retangulares, como coloca A16: “escolheria o retângulo para ser a base da minha casa, por que geralmente as casas são retangulares.”

Após cada grupo desenvolver a atividade e escrever seus apontamentos e conclusões iniciou-se a socialização destas em grande grupo. Neste momento os alunos expressavam suas conjecturas, explicavam como tinham encontrado as mesmas e trocavam ideias com os demais colegas da classe. Este debate inicialmente foi lento. Os alunos falavam pouco e eram bastante concisos em suas justificativas, precisando de questionamentos instigadores da professora para a discussão evoluir. A partir do momento que os alunos começaram a contribuir “mais abertamente”, o debate se tornou enriquecedor. Assim, foram socializadas diversas conjecturas que os grupos não haviam descobertos sozinhos. Todas as ideias foram escritas no quadro e a partir destas, os alunos acabavam percebendo e apontando novas conjecturas.

Observações feitas pela professora/pesquisadora durante os encontros, a partir da fala dos alunos ao realizarem as atividades e dos diários dos mesmos, encontram-se na tabela 1.

Tabela 1

Semelhanças x Diferenças entre 5º ano e 9º ano

| | 5º ano | 9º ano |
|----------|--|--|
| Quadrado | Os alunos tinham o conhecimento de que um quadrado tem os quatro lados iguais, mas para formá-lo eles usaram o método da tentativa e erro. | Eles sabiam que o quadrado tem 4 lados iguais e para formá-lo com um barbante que tem 32 unidades. Segundo os alunos, bastava dividir por 4, o que deixava cada lado com |

¹ Ao fazermos referências aos alunos da pesquisa usaremos A1, A2...

Os alunos serão identificados por A1, A2, A3... para preservar o anonimato.

| | | |
|------------------|--|---|
| | | 8 unidades de comprimento. |
| Retângulo | Muitos acabaram fazendo dois retângulos iguais, apenas invertidos, sem perceber que eram idênticos. Foi preciso intervenção da professora para que percebessem que a figura era a mesma. Para criar retângulos diferentes utilizaram tentativas e erros, construindo diversas formas com a medida do barbante. | Na hora de fazer um retângulo diferente do primeiro alguns usaram estratégias como: se aumentar um para o lado, deve-se diminuir um para baixo. |
| Triângulo | Para desenhar o triângulo, muitos alunos, primeiro tentaram fazer o desenho com lápis, pois perceberam que o triângulo não seguiria as linhas do papel quadriculado. Observando os desenhos percebeu-se apenas triângulos retângulos (com um ângulo reto, de 90°) ou triângulos cujo formato se aproxima muito de um triângulo equilátero (todos os lados iguais). | Para desenhar o triângulo, os alunos se ajudaram mutuamente, sendo que um aluno segurava as pontas do barbante e o outro dava forma para a figura marcando com um lápis as pontas. Apenas 4 alunos tentaram desenhar com um lápis antes de usar o barbante. Quanto ao tipo de triângulo, apesar de predominarem triângulos equiláteros tiveram diversas figuras que fugiram deste padrão. |
| Círculo | Apareceram dificuldades de fazer o círculo, pois muitos fizeram figuras disformes (FIGURA 1), pouco arredondadas e diziam que era um círculo. Outros acabaram desenhando um círculo com cola e colaram o barbante direto sem testar primeiro (FIGURA 2), isso gerou algumas figuras com sobreposição de barbante. | Para fazer o círculo alguns grupos tentaram usar o compasso. Tiveram mais cuidado na hora de formar a figura, tentando o máximo possível que ela ficasse parecida com um círculo. |
| Figura qualquer | O que chamou a atenção é que em ambas as turmas, sobressaíram figuras disformes como coração, gota, bota... (FIGURA 3). Poucos criaram uma nova figura geométrica conhecida. | |
| Área das figuras | Apenas dois alunos calcularam a área do quadrado e dos retângulos multiplicando os lados. Os demais fizeram a contagem dos quadradinhos. Tiveram dificuldades para entender o que fazer com os pedaços de quadrados que ficaram aparecendo nas figuras do círculo e do triângulo. | Para saber a área do quadrado e dos retângulos os alunos já calculavam, fazendo lado vezes lado. Apesar de não associarem isso a fórmula da área do quadrado e do retângulo. No triângulo, círculo e demais figuras eles contaram os quadradinhos. Apesar de saberem a fórmula para calcular a área do triângulo, esta apareceu em alguns diários durante a questão 3. |
| Grupo | O trabalho em grupo em ambos os casos foi promissor. Ouve cooperação entre os colegas, apesar de ainda terem alunos mais inseguros ou tímidos | |

| | |
|---------|---|
| | que acabavam colaborando pouco com ideias e opiniões. Apesar disso, houve muitos momentos em que se percebeu que ao descobrir algo novo ou diferente eles explicavam para os demais colegas do grupo tentando “provar” sua teoria. |
| Escrita | Os alunos tiveram dificuldade no geral, pois ocorreram poucos registros escritos das discussões e hipóteses levantadas pelo grupo. Os alunos se limitaram na escrita. Mesmo sendo incentivados, a colocarem no papel suas falas e discussões, apresentavam dificuldades, alegando que não sabiam como escrever determinada ideia. |

Fonte: Autores. 2014.

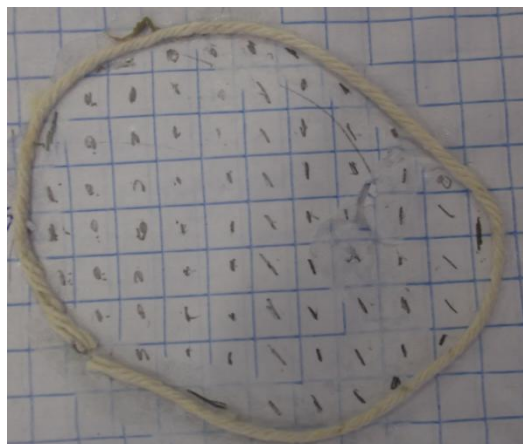


Figura 1. Exemplo de “círculo” confeccionado por alunos do 5º ano.

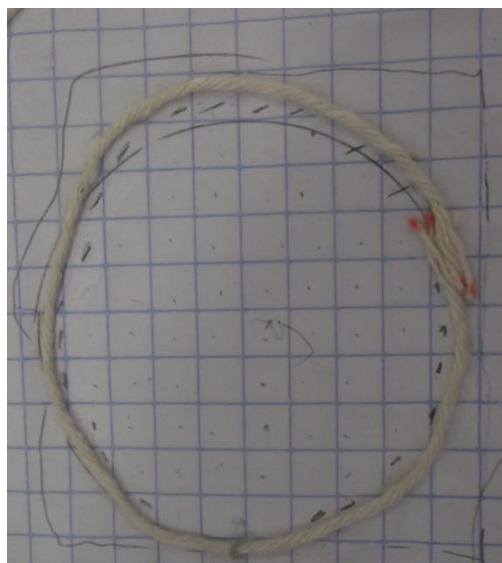


Figura 2. Círculo com barbante sobreposto.

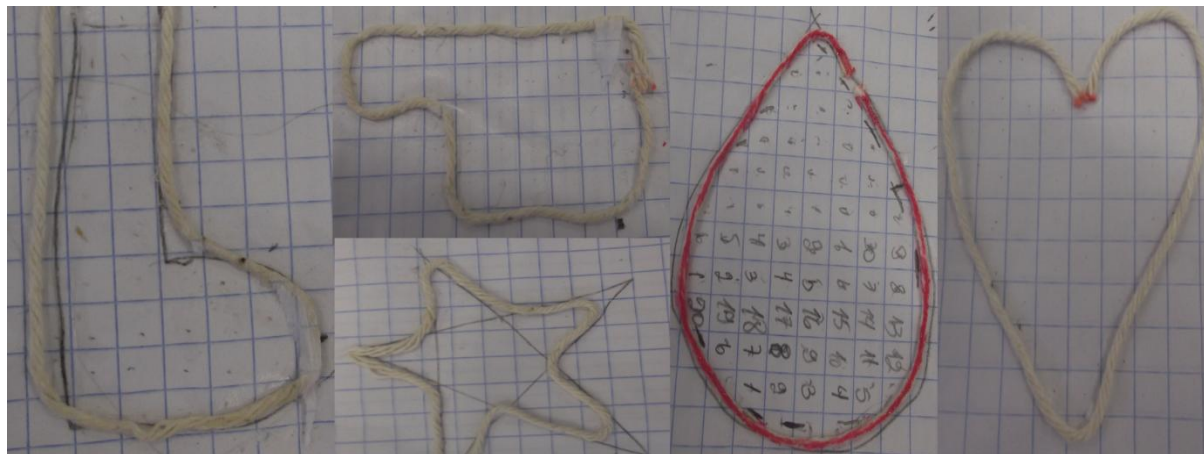


Figura 3. Exemplos de figuras qualquer, turmas de 5º ano e 9º ano.

A seguir são apresentadas algumas hipóteses dos alunos que surgiram durante as discussões no momento da correção da tarefa.

No 9º ano:

- Uma das observações realizadas pelos alunos diz respeito à área dos retângulos e a sua relação com o formato. Os alunos perceberam que quanto mais próximas forem as medidas dos lados de um retângulo, maior será a sua área. Esta colocação surgiu somente após colocarmos no quadro, todos os retângulos diferentes formados pelos grupos, bem como suas medidas e áreas.
- Os alunos chegaram à conclusão de que o círculo tinha a maior área, mas não encontraram uma explicação para isso. Limitaram-se a dizer que este fato ocorria devido a ele ser arredondado e não ter cantos.
- Em relação ao formato da base da casa, a maioria escolheu o quadrado ou o retângulo, justificando que as casas, normalmente, têm estes formatos. E, quando questionados do por que não fazer a base da casa no formato de um círculo, eles apenas responderam que as casas não são assim, e que seria estranho ter uma casa nesse formato.

No 5º ano:

- Alguns alunos do 5º ano tiveram dificuldades em desenhar o círculo e por isso este nem sempre foi considerado à figura com maior área.
- Quando questionados sobre o formato da base da casa os alunos do 5º ano tiveram respostas iguais aos do 9º ano. Apenas ocorreram diferenças na resposta do questionamento quanto a uma casa com base redonda. Neste momento expressaram várias respostas diferentes. Alguns disseram que não poderíamos construir uma casa com a base em formato de círculo, pois os móveis que encontramos nas lojas não basicamente em formatos retos. Uma aluna chegou a comentar que não poderia limpar a casa com o rodo sendo que este é reto e não alcançaria as paredes. Alegaram também que “a casa vai sair rolando”, pois alguns tinham a ideia de que uma casa redonda seria semelhante a uma bola e não que apenas a base da casa seria redonda.

Conclusões e considerações

Nesta atividade foi possível perceber, assim como Abrantes (1999), que ao utilizar a intuição e à visualização, manipulando materiais, a geometria é propícia para a realização de

descobertas. Estas atividades investigativas, envolvendo área e perímetro, podem ser desenvolvidas sem a necessidade de pré-requisitos já construídos. E, assim “evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios-tipo” (Abrantes, 1999, p.156).

Percebeu-se que os alunos do 9º ano, mesmo que já haviam estudado as fórmulas de área, nem sempre as utilizaram. Entretanto, resolveram as atividades com êxito e encontraram conclusões desejadas. Esta situação corrobora com a visão de Ponte *et al.* (2009, p. 83), quando expressam sobre “a importância de estudar conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo” sem necessariamente, ligá-los a fórmulas e a memorização das mesmas. Segundo Brunheira e Fonseca (1995, p. 17) “ao analisar várias situações, ao construir estratégias e ao descobrir soluções, o aluno poderá melhorar a capacidade de resolver problemas quer na matemática, quer na vida real.” Estes autores também salientam o trabalho em grupo ao colocarem que

As atividades de investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos **trabalharem em grupo**. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos. (Brunheira & Fonseca, 1995, p. 17, grifo do autor)

Durante a realização desta intervenção pedagógica, isto também foi um dos pontos positivos encontrados, em ambas os anos de escolaridade. O trabalho em grupo ocorreu de forma eficaz, sendo que os alunos colaboraram uns com os outros, auxiliando os que tiveram maiores dificuldades. Um dos momentos interessantes foi a discussão em pequenos grupos, pois os alunos apresentavam suas hipóteses para os colegas do grupo, tentando exemplificar suas conjecturas. Estes usaram diversos argumentos com o intuito de que os colegas concordassem ou não com as conjecturas propostas.

Em contra partida um dos maiores desafios encontrados pelos alunos foi escrever suas conjecturas e conclusões. Eles expressavam suas ideias oralmente, mas no momento de colocar no papel, de forma escrita, apenas apareciam alguns dizeres de forma sintética, sem maiores explicações e com o uso de linguagem coloquial. Segundo Altrichter *et al.* (citado por Freitas, 2006, p. 44) é difícil colocar nossas ideias no papel mesmo quando essas sejam coerentes na fala e no pensamento. Para os autores

Existem lacunas em nossos argumentos e achamos que alguns conceitos são muito vagos, quando novas conexões e implicações surgem na mente. Essas dificuldades aparecem pelo fato que a escrita não é apenas sobre a comunicação de um resultado definitivo de uma análise, mas é propriamente uma forma de análise. Ela é a continuação de um processo de análise sobre uma restrição mais estreita, porque nossos pensamentos interiores têm que receber aparência e forma.

Apesar desta dificuldade, esta atividade foi o primeiro contato que os alunos tiveram com esta metodologia e, portanto, não lhes é comum terem que escrever nas aulas de Matemática. Neste contexto, nas atividades seguintes procurou-se incentivar os alunos para que escrevessem com maior destreza.

Esta primeira atividade serviu como base para as demais que ocorrerem nos encontros subsequentes e a partir desta percebeu-se o potencial das atividades de Investigação Matemática, bem como o envolvimento dos alunos. Como professores há a necessidade de se estar em constante movimento, procurando sempre por atividades novas e diferenciadas, que proporcionam tornar as aulas mais produtivas e interessantes.

Referências e bibliografia

- Abrantes, P. (1999). Investigações em geometria na sala de aula. In P. Abrantes (Org.). *Investigações matemáticas na sala e no currículo*. Lisboa: APM. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2013.
- Brunheira, L., & Fonseca, H. (1995). Investigar na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 35, 16-18.
- Fonseca, H., & Abrantes, P. (1999). *Investigações em geometria realizadas pelos alunos*. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto5.PDF>>. Acesso em: 04 ago. 2014.
- Freitas, M. T. M. (2006). *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática* (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Grando, R. C., Nacarato, A. M. & Gonçalves, L. M. G. (2008, jan/abr). Compartilhando saberes em Geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. *Caderno Cedes*, 28(74), 39-56. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: 25 de jul. 2013.
- Pavanello, P. M. (2004). Por que ensinar/aprender Geometria? *Anais do Encontro Paulista de Educação Matemática*, São Paulo, SP, Brasil, 7.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2009). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Schmitt, F. E., Maccali, L., Quartieri, M. T., Giongo, I. M., & Rehfeldt, M. J. H. (2013). Livros didáticos do 5º ano do Ensino Fundamental: análise a partir de temas geradores da prova Brasil. *Anais do Congresso Internacional de Ensino de Matemática*, Canoas, RS, Brasil, 6.
- Yin, R. K. (2010). *Estudo de caso: Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.
- Zaslavsk, C. (1989). *Pessoas que vivem em casas redondas*. Arithmetic teacher.