



Concepções de licenciandos sobre o conceito de combinação linear

Mariany Layne de **Souza**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil

marianylayne@gmail.com

Angela Marta Pereira das Dores **Savioli**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil

angelamarta@uel.br

Marcelo Silva de **Jesus**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil

marcelosilvadejesus@hotmail.com

Resumo

Este artigo se propõe a identificar e discutir por meio da teoria APOS de Ed Dubinsky as concepções ação, processo e objeto evidenciadas por graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática a respeito do conceito de Combinação Linear, conceito esse estudado na disciplina de Álgebra Linear. Para isso, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com dois licenciandos de uma universidade pública paranaense. Percebe-se por meio da análise das entrevistas que dentre as concepções evidenciadas por esses graduandos estão as concepções ação e objeto.

Palavras-chave: Álgebra Linear, Concepções de Combinação Linear, Teoria APOS, Licenciandos, Entrevistas.

Introdução

A Álgebra Linear é extremamente importante para a Matemática como também para outros campos do conhecimento que fazem uso dela, como a Ciência da Computação. A ideia da relevância da Álgebra Linear pode ser confirmada em Dorier (1998), citado em Celestino (2000, p. 9-10) que diz:

“É fato que a Álgebra Linear constitui uma parte importante no conteúdo matemático que é ensinado no início da universidade, sendo vista como uma disciplina fundamental por quase todos os matemáticos e por muitos cientistas que a utilizam como ferramenta. Além disso, as dificuldades dos estudantes em Álgebra Linear parecem, tão importantes e visíveis quanto em análise”.

Mediante os dizeres de Dorier (1998) vê-se que, além da sua importância como conteúdo matemático, as dificuldades apresentadas nessa disciplina também são importantes, e assim perceber que concepções são evidenciadas pelos estudantes é relevante, uma vez que revelam como estes construíram o seu conhecimento matemático e que de certa forma transparece as dificuldades encontradas pelos mesmos.

A disciplina de Álgebra Linear é uma disciplina obrigatória em todos os cursos de licenciatura do Brasil (Bianchini & Machado, 2013), devido a sua importância já comentada. Sendo assim, este artigo busca responder à seguinte pergunta: que concepções são evidenciadas por licenciandos em Matemática a respeito do conceito de Combinação Linear? Já que o conceito de Combinação Linear é um conceito considerado elementar no estudo de Álgebra Linear, uma vez que auxilia na compreensão de outros, como Dependência Linear e Base.

Para atender ao objetivo desse trabalho, identificar e discutir as concepções ações, processo e objeto evidenciadas pela teoria APOS, buscou-se realizar entrevistas semiestruturadas com dois licenciandos em Matemática a respeito do conceito de Combinação Linear.

Abstração Reflexionante

Piaget diferencia três tipos de abstração: empírica, pseudo-empírica e reflexionante. Na abstração empírica o indivíduo tira propriedades dos objetos por meio da observação. Na pseudo-empírica, que é um tipo de abstração intermediária entre a empírica e a reflexionante, é constatado que as propriedades observadas nos objetos são introduzidas pelo indivíduo aos objetos (Elias, 2013; Becker, 1990).

A abstração reflexionante proposta por Piaget consiste em estruturas que permitem ao sujeito captar um determinado conteúdo por meio de suas atividades cognitivas a fim de extrair novos caracteres e utilizá-los para outras finalidades. Essa abstração possui dois sentidos que se complementam: reflexionamento e reflexão (Nogueira & Pavanello, 2008).

O reflexionamento corresponde à projeção do que foi retirado de um patamar inferior para um superior, como, por exemplo, a representação de uma ação. Já a reflexão é o “ato de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi transferido do interior” (Nogueira & Pavanello, 2008, p. 119).

De acordo com Prado (2010, p. 28), Piaget apresenta alguns tipos de abstração reflexionante, entretanto Dubinsky admite quatro, por considerá-las “[...] importantes no desenvolvimento do pensamento matemático avançado” e acrescenta uma quinta, que não foi considerada por Piaget. Esses tipos de abstração reflexionante são:

- Interiorização que ocorre quando o indivíduo usando símbolos consegue construir processos internos a fim de dar sentido aos fenômenos observados (Dubinsky, 2001).
- Encapsulação, que de acordo com Dubinsky (2001, p. 101), é a “[...] conversão de um processo (dinâmico) em um objeto (estático)”.

- Generalização, que segundo Dubinsky (1991, p. 101), acontece quando o indivíduo “[...] aplica um esquema existente para uma ou para uma vasta coleção de fenômenos”.
- Coordenação, que de acordo com Dubinsky (1991, p. 101) é “a composição ou coordenação de dois ou mais processos para construir um novo”.
- Reversibilidade, que para Dubinsky (1991) é um novo processo que consiste em reverter o processo original.

Esses tipos de abstrações propostos por Piaget possibilitam a construção de objetos mentais, e desse modo Dubinsky os considerou no contexto do pensamento matemático avançado, mostrando que novos objetos podem ser construídos a partir de objetos já existentes.

Em relação à construção do conhecimento matemático, Asiala *et al.* (1996, p. 6) considera que passa primeiro pela manipulação de objetos mentais ou físicos para formar a ação; as ações são interiorizadas formando processos que são encapsulados para formar objetos. Os objetos por sua vez podem ser desencapsulados para voltar aos processos que os formaram inicialmente. Por fim, ação, processo e objetos podem ser organizados em esquemas. A figura a seguir retrata essa situação:

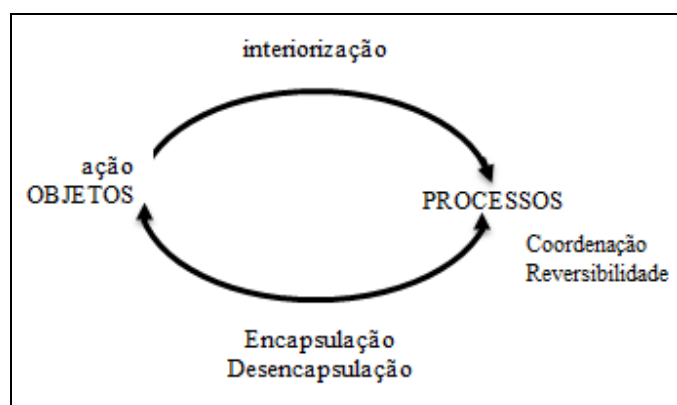


Figura 1. Construção do conhecimento matemático.

Fonte: Asiala, *et al.*, 1996, p. 6.

Mediante a figura 1, é possível perceber a construção do conhecimento matemático por meio da teoria APOS (Action, Process, Object, Schema) passando pelas etapas: ação, processo, objeto e esquema, não necessariamente nessa ordem. E nessa teoria, para se passar de uma etapa para outra usa-se a abstração reflexionante. A seguir será abordada brevemente a Teoria APOS.

A Teoria APOS

A Teoria APOS foi desenvolvida pelo grupo de pesquisa *Research in Undergraduate Mathematics Education Community* (RUMEC) com o intuito de “compreender o mecanismo da *abstração reflexionante* proposto por Piaget para descrever o desenvolvimento do pensamento lógico nas crianças, estendendo a ideia para conceitos da matemática avançada” (Dubinsky & Mcdonald, 2001, p. 4).

Essa teoria se baseia na hipótese de que o conhecimento matemático “consiste em uma tendência individual para lidar com percepções matemáticas de situações-problema por meio da

construção mental ação, processo, e objeto organizando-os em um esquema para dar sentido às situações e resolver problemas” (Dubinsky & McDonald, 2001, p. 2).

A Teoria APOS, como visto no tópico anterior, compreende as etapas ação, processo, objeto e esquema para explicar a construção de um conhecimento matemático. A seguir, será descrito cada uma das etapas dessa Teoria, baseando-se em Dubinsky e McDonald (2001) e Asiala *et al.* (1996). Essas etapas serão utilizadas na análise das entrevistas com os licenciandos.

A ação na APOS corresponde a uma transformação que o indivíduo realiza sobre um objeto matemático, sendo essa transformação externa ao indivíduo, ou seja, acontece mediante a reação a indicações que fornece os passos a serem seguidos. Para obter essas indicações, às vezes, o indivíduo recorre a sua memória sem ter controle consciente do que está fazendo.

Um exemplo de ação é quando o estudante tenta verificar se um conjunto de vetores é linearmente dependente pela possibilidade de escrever um vetor como combinação linear dos outros, assim este executa a ação de verificar se é possível escrever ou não como combinação linear (Prado, 2010).

Quando o estudante se limita a apenas “[...] operar com ações, sem outras etapas do processo de construção do conhecimento, tratando os conceitos de forma algorítmica, apenas reproduzindo os passos para verificar [...], consideraremos que está na *concepção ação*” (Elias, 2013, p. 54).

O processo ocorre quando o indivíduo reflete sobre o que está realizando, quando interioriza a ação transformando-a em um processo. É uma construção interna ao indivíduo, em que o mesmo realiza uma ação, sem ser necessariamente conduzida por estímulos externos, isto é, ele passa a realizar uma transformação consciente no objeto, conseguindo descrever os passos envolvidos sem explicitá-los, além de poder inverter os passos quando for necessário.

Como exemplo de processo, é possível pensar no estudante que consegue refletir que um vetor do \mathbb{R}^3 pode ser combinação linear de mais de três vetores (Bianchini & Machado, 2013)

Se ao resolver problemas o estudante der indícios de utilizar transformações do tipo processo, diz-se que possui uma *concepção processo* do conceito matemático em estudo.

O objeto refere-se a uma reflexão sobre o processo, realizando transformações sobre o mesmo por meio de ações ou de outros processos. Quando o indivíduo consegue realizar essas transformações de forma consciente é dito que o indivíduo “[...] encapsulou os processos envolvidos em um objeto” (Prado, 2010, p. 36).

Para exemplificar a concepção objeto imagina-se um estudante que encapsulou, por exemplo, a noção de base, “[...] como sendo um conjunto gerador de vetores linearmente independentes” (Prado, 2010, p. 113).

Um esquema de um conceito matemático é um conjunto estruturado de ações, processos e objetos que um indivíduo possui em sua mente.

Procedimentos metodológicos

Para identificar e interpretar as concepções apresentadas por licenciandos a respeito do conceito de Combinação Linear optou-se por realizar uma pesquisa de natureza qualitativa.

A pesquisa contou com a participação de dois licenciandos em Matemática de uma universidade pública paranaense. Para selecioná-los foi realizado um convite em uma turma que já havia cursado a disciplina de Álgebra Linear no ano de 2013 e conseqüentemente já haviam estudado o conceito de Combinação Linear. Dois dos estudantes da turma se prontificaram a participar da pesquisa e em seguida foi marcado o dia, o horário e o local para realizar a mesma.

Como instrumento de coleta de informações optou-se pela entrevista semiestruturada, uma vez que ela “[...] se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações” (Lüdke & André, 2012, p. 34). Dessa forma, esse tipo de entrevista apresenta certa maleabilidade permitindo inserir ou alterar a ordem das questões presentes no roteiro elaborado para realizar a entrevista, de acordo com as respostas dadas pelos participantes da pesquisa a fim de contribuir com a identificação das concepções a respeito do conceito de Combinação Linear.

No decorrer das entrevistas, que foram áudio-gravadas, foram fornecidas folhas em branco para que os licenciandos registrassem tudo o que achassem necessário. Assim, apresenta-se nas análises trechos transcritos e escritos.

O roteiro elaborado é composto por três questões, sendo uma retirada e adaptada de um questionário apresentado na pesquisa de Elias (2013) e as outras duas elaboradas pela primeira autora deste artigo.

A análise das entrevistas foi realizada mediante a leitura dos protocolos obtidos, bem como da leitura das transcrições das entrevistas, com a finalidade de encontrar indícios que permitissem identificar as concepções evidenciadas por meio da Teoria APOS, como a concepção ação, processo e objeto, dos licenciandos participantes da pesquisa.

A seguir serão apresentadas as análises das entrevistas realizadas.

Análise das entrevistas

Para preservar a identidade dos participantes da pesquisa foram adotados códigos para identificá-los. O código escolhido foi a letra E precedida de um número, o primeiro estudante entrevistado foi denominado de E1 e o segundo de E2.

No momento da entrevista foi explicado novamente o objetivo da mesma, uma vez que esse foi exposto no momento do convite, e da autorização entregue aos participantes, sendo solicitada também autorização para áudio-gravar as entrevistas. Após isso, eles assinaram o termo de consentimento e assim iniciou-se a entrevista que teve uma duração de aproximadamente vinte minutos.

A seguir serão apresentadas as análises e as discussões de cada questão que fez parte do roteiro de entrevista.

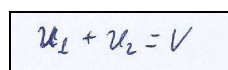
Questão 1: O que você entende por combinação linear? (Adaptada de Elias, 2013)

Nessa primeira questão o estudante E1 comenta que uma Combinação Linear “*É a combinação de dois vetores com um terceiro, por meio da adição desses vetores igualando com o terceiro, contendo variáveis diferentes de zero que multiplica os vetores combinados*”. Por meio dessa resposta vê-se que o estudante está acostumado a trabalhar com tarefas do tipo escreva o vetor w como combinação linear dos vetores u e v .

Todavia, quando questionado a respeito das “variáveis”, que correspondem aos escalares, se essas não podem ser iguais à zero, o estudante comenta que “... *pode ter um zero, mas para ter combinação linear...*” Para por um momento e após “... *porque anula o vetor*”. Com isso, pode-se perceber que ele compreende que se todos os escalares forem nulos não é possível escrever uma Combinação Linear.

Mediante as falas de E1, mesmo essas não apresentando uma linguagem adequada, é possível inferir que este licenciando possui concepção objeto sobre Combinação Linear, já que compreende a Combinação Linear como sendo um objeto matemático com características próprias.

Ao realizar essa mesma questão ao E2, este comenta “... *lembro que tem assim... no caso tem um vetor... né? E alguma coisa que combine assim... tem o valor do vetor v e o valor de outro vetor, há uma combinação de dois vetores para dá um terceiro...*” Nesse momento, o E2 faz uma representação do que está falando em uma folha que foi dada pela primeira autora, conforme a figura abaixo:



$$u_1 + u_2 = v$$

Figura 2. Representação Combinação Linear E2.

Ao terminar a representação, a primeira autora o questiona sobre essa representação e E2 comenta “*tem alguma coisa errada aí...*” Mesmo sabendo que faltava algo E2 não consegue se lembrar do que falta.

Mediante as falas de E2 é possível inferir que o mesmo possui concepção ação sobre Combinação Linear, já que tenta recorrer à memória para lembrar o que é esse objeto matemático, além de que possui ainda um entendimento equivocado da Combinação Linear.

Questão 2: Em cada caso escreva, se possível, o vetor w como combinação linear dos vetores u e v . Explique por que pode ou não ser uma combinação linear.

Para essa questão foram apresentados os seguintes vetores:

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) $w = (2, 2)$, $u = (1, 3)$ e $v = (0, -2)$</p> <p>b) $w = (3, -1, -2)$, $u = (1, 1, 1)$ e $v = (0, -4, -1)$</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

O E1 pegou a folha fornecida pela primeira autora e começou a fazer as verificações dizendo que o primeiro era possível escrever w como combinação linear de u e v . Quando questionado sobre o porquê de sua afirmação comenta “*Porque quando tenho dois vetores aqui (aponta para o papel) u e v e tendo as incógnitas a_1 e a_2 , quando colocadas num sistema você tem uma resposta real e quando multiplicada por esses vetores como resposta dá o w* ”.

$$w = a_1 \cdot u + a_2 \cdot v$$

$$(2, 2) = a_1(1, 3) + a_2(0, -2) \rightarrow (2, 2) = 2(1, 3) + 2(0, -2)$$

$$(2, 2) = (a_1, 3a_1) + (0, -2a_2)$$

$$\begin{cases} a_1 + 0 = 2 \\ 3a_1 - 2a_2 = 2 \\ a_2 = -4/2 \\ a_2 = 2 \end{cases}$$

Figura 3. Resolução Questão 2 item a) E1.

Pode-se inferir que E1 reconhece e sabe valer-se do que é uma combinação linear para mostrar a possibilidade de se escrever um vetor dado como combinação linear de outros. Um fato interessante é que após encontrar os valores dos escalares e escrever a combinação linear E1 realizou a verificação, para ter certeza de que com esses valores era realmente possível escrever o vetor w como combinação de u e v .

No próximo item dessa questão E1 começa a fazer a verificação e chega a conclusão que não é uma combinação linear. Quando questionado sobre o porquê disso, responde: “... porque, ..., por exemplo, quando você coloca aqui o x (referindo-se a primeira equação do sistema) é igual é a 3...” Mostra para a folha e volta a comentar os valores obtidos “...o 3 e o - 2, as incógnitas, dão a combinação linear, mas quando você compara com o y (referindo-se a segunda equação do sistema) ele não dá, ele dá respostas diferentes, então não é combinação linear”

$$w = a_1 \cdot u + a_2 \cdot v$$

$$(3, -1, 2) = a_1(1, 1, 1) + a_2(0, -4, -1)$$

$$(3, -1, 2) = (a_1, a_1, a_1) + (0, -4a_2, -a_2)$$

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_1 - 4a_2 = -1 \rightarrow 3 - 4a_2 = -1 \\ a_1 - a_2 = -2 \\ 3 - a_2 = -2 \\ -a_2 = -5 \\ a_2 = 5 \end{cases}$$

Figura 4. Resolução Questão 2 item b) E1.

Novamente, é possível perceber a preocupação em realizar a verificação, uma vez que E1 retorna em uma das equações não utilizadas no sistema para ver se os resultados encontrados satisfariam essa equação, e ao perceber que isso não era possível constata que não se pode escrever a combinação linear solicitada.

Esses itens apresentados mostram que o estudante reconhece o processo de resolução e a necessidade de utilizá-lo para escrever um vetor como Combinação Linear de outros, reforçando a inferência que E1 possui uma concepção objeto sobre o conceito, foco de estudo deste artigo.

Em relação ao entrevistado E2, esse tenta fazer a verificação na folha cedida pela primeira autora, entretanto E2 equivoca-se e não representa a Combinação Linear solicitada, como é possível ver em seu registro escrito:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 0x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$y = -1$$

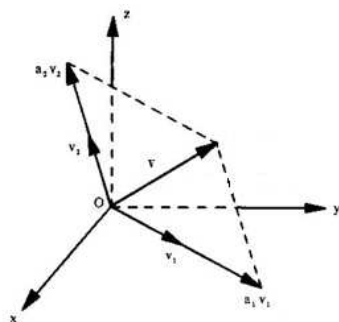
$$x = -1$$

Figura 5. Resolução Questão 2 item a) E2.

Depois de um tempo, E2 fala “... *há outro jeito de fazer isso*”. O estudante E2 tenta recordar, mas só lembra que pode utilizar sistema para chegar à resolução, tanto que comenta: “... *eu usava sistema para resolver...*”.

Como E2 não conseguiu recordar o que tem que fazer para poder escrever uma Combinação Linear, não resolveu o outro item da questão. Entretanto, a afirmação de E2 revela que o mesmo decorou o que tinha que fazer para se encontrar escalares que fossem possíveis para escrever uma Combinação Linear, nesse caso esse estudante mostra ter uma concepção ação desse conceito matemático, uma vez que tenta fazer manipulações sobre objetos matemáticos recorrendo a fatos que estão na memória, sem refletir sobre a razão de fazer isso.

Questão 3: A seguinte interpretação geométrica corresponde a uma combinação linear? Se sim, escreva a combinação linear que o gráfico representa.



Fonte: Steinbruch & Winterle, 2009, p. 43

A respeito dessa questão E1 comenta “*acho que sim... porque o v tem que ser a soma desses dois (apontando para a figura, mostrando a_1v_1 e a_2v_2), eu acho que é, porque quando você representa aqui, esse é igual a esse (mostrando novamente para a figura)*”. Conclui dizendo “... *é uma combinação linear*”. Por meio do gráfico E1 diz que a interpretação corresponde a “ $v = a_1v_1 + a_2v_2$ ”

Com essa sua última resposta à entrevista fez com que se reforçasse ainda mais a inferência que o estudante E1 possui a concepção objeto sobre o conceito de Combinação Linear, visto que o mesmo possui a percepção de reconhecer uma Combinação Linear pelo seu gráfico, conseguindo descrevê-la em linguagem algébrica.

Em relação a essa última questão da entrevista o E2 diz “*eu lembro do gráfico, mas se é ou não é, não lembro*”. Por meio de seus dizeres vê-se que E2 teve contato com representações gráficas, entretanto como faz um tempo que viu tal conteúdo não afirma se tal interpretação geométrica é ou não uma Combinação Linear.

Discussão dos resultados

Por meio da análise dos protocolos e das transcrições das entrevistas foi possível responder à questão “que concepções são evidenciadas por licenciandos em Matemática a respeito do conceito de Combinação Linear?” delimitada no início deste trabalho.

Como resultado observou-se que um estudante, E1, apresentava concepção objeto do conceito de Combinação Linear, no sentido da teoria APOS, pois o mesmo consegue perceber tal conceito como um objeto matemático que possui propriedades que o caracterizam.

Já o estudante E2 apresentou a concepção ação a respeito da Combinação Linear, segundo a Teoria APOS, uma vez que se recorda dos procedimentos que utilizava, restringindo a sua compreensão a realizar ações.

Considerações finais

Neste artigo foi apresentado o resultado de uma pesquisa, cujo objetivo era identificar e discutir as concepções a respeito de Combinação Linear de graduandos que já cursaram a disciplina de Álgebra Linear no curso de licenciatura em Matemática.

Para atingir o objetivo proposto no artigo realizou-se uma entrevista semiestruturada com dois licenciandos que concluíram a disciplina de Álgebra Linear, a fim de verificar como eles construíram o seu conhecimento sobre Combinação Linear, utilizando para tanto a Teoria APOS.

Como resultado obteve-se que o estudante E1 apresentou ter concepção objeto a respeito da Combinação Linear, enquanto o E2 apresentou concepção ação sobre esse conceito.

Mediante a análise realizada foi possível perceber que os dois licenciandos possuem certa dificuldade com a notação e nomenclatura algébrica, o que corrobora com pesquisas, como a de Dorier (2002), que mostram que uma das dificuldades dos estudantes é de se apropriarem da linguagem utilizada em Álgebra Linear.

De modo geral, espera-se que esse artigo possibilite uma reflexão por partes dos docentes a respeito de como os estudantes entendem e constroem seus conhecimentos acerca de algum conceito matemático, bem como, a realização de pesquisas futuras a fim de identificar concepções, segundo a teoria APOS, a respeito de outros conceitos matemáticos.

Referências e bibliografia

- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education II, cbms issues in mathematics education* (pp. 1-23). Estados Unidos: American Mathematical Society.
- Becker, F. (1990). Saber ou ignorância: Piaget e a questão do conhecimento na escola pública. *Psicol. USP*, São Paulo, 1(1), 77-87. Recuperado em 12 julho, 2014, de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S167851771990000100009&lng=pt&nrm=iso.
- Bianchini, B. L., & Machado, S. D. A. (2013). Concepção de base de um espaço vetorial rela propiciada por um curso de Álgebra Linear em EAD. In M. C. R. Frota, B. L. Bianchini, & A. M. F. T. Carvalho (Orgs.), *Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior* (pp. 143-163). Campinas: PAPIRUS.

- Celestino, M. R. (2010). *Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear: as pesquisas brasileiras na década de 90*. (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.
- Dorier, J. L. (2002). Teaching Linear Algebra at University. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, 3, 875-884, Pekim.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-123). Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: a constructivist theory of learning in undergrad mathematics education research. In D. Holton et al. (Eds.), *The teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study*, Kluwer Academic Publishers. Recuperado em 08 junho 2014, de <http://www.math.kent.edu/~edd/publications.html>.
- Elias, H. R., & Savioli, A. M. P. D. (2013). Dificuldades de graduandos em matemática na compreensão de conceitos que envolvem o estudo da estrutura algébrica grupo. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 15(1), 51-82.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (2012). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.
- Nogueira, C. M. I. & Pavanello, R. M. (2008). A Abstração Reflexionante e a Produção de Conhecimento Matemático. *Bolema*, 21(50), 111-130. Rio Claro.
- Prado, E. A. (2010). *Alunos que contemplaram um curso de extensão em álgebra linear e suas concepções sobre base de um espaço vetorial* (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Steinbruch, A., & Winterle, P. (2009). *Álgebra Linear*. São Paulo: Pearson Makron Books.