



Ingeniería didáctica y aprendizaje lúdico

Elvira Guadalupe Rincón Flores
Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey
México
elvira.rincon@itesm.mx
Lorenza Illanes Díaz Rivera
Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey
México
lillanes@itesm.mx

Resumen

Esta investigación describe cómo a través de la ingeniería didáctica propuesta por Artigue se ideó una actividad lúdica y que fue evaluada través de las etapas del ciclo de modelación de Borromeo. Se muestran los antecedentes de la ingeniería didáctica, la lúdica en las Matemáticas y de la Modelación Matemática. Se desarrolla una combinación de estas corrientes para el aprendizaje de cómo calcular los volúmenes de diversos objetos mediante el estudio de volúmenes de revolución. La investigación prueba mediante diversos resultados estadísticos, las ventajas de utilizar la modelación del aprendizaje lúdico en un problema de volúmenes de revolución. También se establece una metodología aplicable en la resolución de otro tipo de problemas del Cálculo.

Palabras clave: ingeniería didáctica, modelación, aprendizaje lúdico

Abstract

This research describes how through didactic engineering given by Artigue a recreational activity was constructed and was evaluated through the stages of the Borromeo modeling cycle. Background from didactic engineering, gamification in Mathematics and Mathematical Modeling was stated. A combination of these currents to learn how to calculate the volumes of different objects by studying solids of revolution was developed. Research proves by various statistical results, advantages of using modeling gamification learning, in a problem of solids of revolution. An applicable methodology is also established in solving others problems from Calculus.

Key words: Didactic Engendering, Mathematical Modeling and Gamificación

Antecedentes

El juego ha estado presente en la historia de la humanidad y en muchos aspectos culturales, tales como el arte, el deporte y la ciencia, especialmente en las Matemáticas donde en disciplinas como la teoría de juegos, la teoría de probabilidades o la teoría combinatoria, por citar algunas, iniciaron por la mera recreación humana (Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004). Etimológicamente, la palabra lúdica proviene del *ludus* que significa juego, Chamoso, et al, (2004) definen al juego como una actividad humana lúdica y competitiva, que puede ser aplicada en el aula. Lopez-Morteo y López (2007) comentan que el uso de la lúdica en la enseñanza de las matemáticas está muy bien documentado, prueba de ello es el estudio de Kebritch, Hirumi y Bai (2010) quienes se dieron a la tarea de buscar estudios empíricos donde se utilizó el aprendizaje lúdico como estrategia de aprendizaje de las Matemáticas; encontraron al menos 16 investigaciones, del 2003 al 2007, de las cuales 11 tuvieron resultados positivos y 5 tuvieron tanto resultados positivos como negativos. Por ejemplo en el estudio de Lopez-Morteo y López (2007) encontraron que más del 70% de los estudiantes mostraron una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas, una vez terminado el estudio sobre los errores en aspectos críticos dentro del proceso de aprendizaje de las Matemáticas. Otros estudios como los de Torres, Rincón y Domínguez (2012), Rosas, Illanes, y Domínguez, (2012) y Martínez, Rincón, y Domínguez, (2011) encontraron que el ambiente de competencia que se vive en el aula lleva a que los estudiantes se concentren en la actividad gracias al deseo de ganar y que en el juego se dan las condiciones propicias para desarrollar habilidades como la expresión oral matemática, el pensamiento crítico, la creatividad y se fomentan valores como la responsabilidad, la solidaridad y el respeto. Chamoso, et al. (2004) advierten algunas ventajas de utilizar la lúdica en el aula, de las cuales se pueden destacar: despiertan la curiosidad, favorecen el desarrollo social, es un medio para lograr un objetivo didáctico, estimulan la imaginación y pueden ser generadores de aprendizajes duraderos. Farías y Rojas (2011) clasifican los en: juegos de agrupamiento, juegos reglados, juegos de estrategia y juegos de estructura adaptable. Corbalán (citado en Chamoso, et al., 2004) agrupa los tipos de juegos en tres: juegos de conocimiento, de estrategia y de azar; los de conocimiento son los comúnmente utilizados en el aprendizaje de las Matemáticas. En el estudio de Torres, et al. (2012) se aplicaron actividades lúdicas de tipo regladas, de estrategia y de estructura adaptable, un resultado destacable fue que el grupo experimental (con actividades lúdicas) tuvieron un desempeño mejor en el post-test que el grupo de control (sin actividades lúdicas). Es importante subrayar que una actividad lúdica educativa debe tener un propósito y una estructura, como señala Chamoso, et al. (2004), el objetivo de las actividades lúdicas es utilizar el juego como una herramienta para alcanzar un objetivo didáctico, para la presente investigación se hizo una actividad lúdica que motivó el aprendizaje por descubrimiento.

Los antecedentes básicos que respaldan la visión sobre la modelación matemática están fundamentados en los trabajos de Blum y Niss (1991) y Niss, Blum y Galbraith (2007) quienes postulan en un primer momento a la modelación como la relación entre las matemáticas y la “realidad”. Por otro lado, autores como Henry (2001) dividen aún más esta primera acepción sobre modelación mostrando más etapas y particularmente enfatizan la importancia de las transiciones entre las etapas. Además, a diferencia de los estudios anglosajones que lo denomina “*real model*” (modelo real en español), Henry (2001) acuña el término “modelo pseudo-concreto” para referirse básicamente a la etapa intermedia entre la realidad o situación real y el modelo matemático. Finalmente y posterior a un estudio más detallado de otros autores que proponen visualizar la modelación matemática desde otro punto de vista, se decide continuar en

este estudio adoptando la descripción de Borromeo y Blum, (2009) de este proceso en término de 7 etapas (veáse Figura 1)

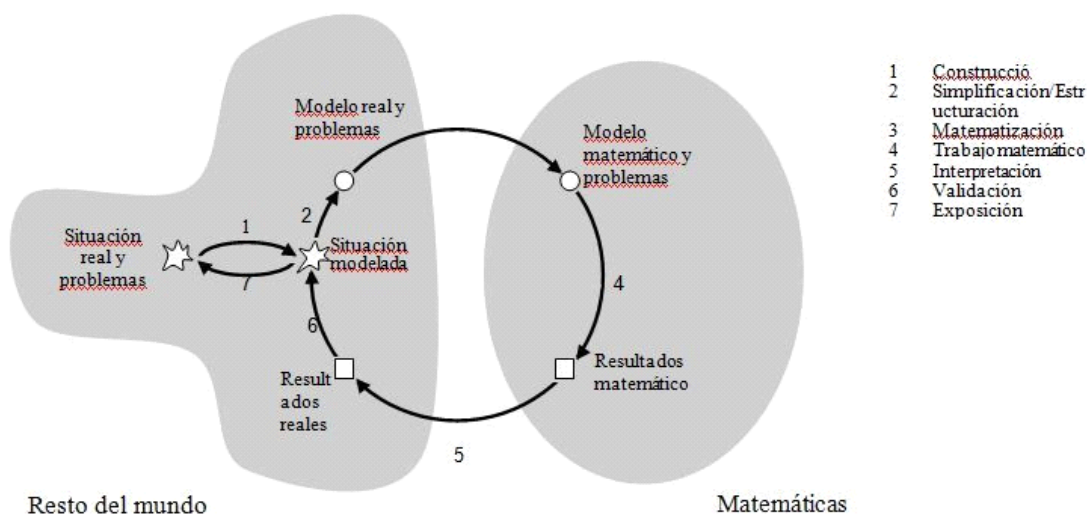


Figura 1. Etapas del ciclo de modelación de Borromeo y Blum (2009).

En estudios más recientes, se ha incorporado entre otros, el papel de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas (Beichner, Saul, Abbott, Morse, Deardorff, Allain, Bonham, Dancy, y Risley, 2007; Ferreira, 2009), la importancia del aprendizaje colaborativo (Beichner, et al., 2007; Collazos y Mendoza, 2009) y el desarrollo de competencias de modelación (Maab, 2006) de acuerdo a niveles específicos (Henning y Keune, 2007).

En este trabajo se presenta un estudio que se llevó a cabo en el curso de Cálculo Integral para el tema de Volúmenes de Revolución. El estudio se lleva a cabo en un grupo a nivel profesional de los estudiantes de Ingeniería en el curso de Cálculo I y en los cuales además de lo anterior, se promueve el aprendizaje colaborativo (Woods y Chen, 2010), la autonomía del estudiante (Schunk, 1996; Omrod, 2005; Pape y Smit, 2002; Dresel y Huagwitz, 2008) y como parte del proceso de la modelación es importante que el estudiante aplique lo aprendido en una temática de la vida real.

El diseño y la organización de situaciones didácticas (Brousseau, 1986) es el objeto de lo que se denomina Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). Su nombre evoca la necesidad de controlar herramientas profesionales para producir secuencias de aprendizaje con ciertas garantías de éxito. La Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) permite construir el camino más rápido y seguro para que el alumno construya con sentido un concepto matemático, evitando los retrocesos y patrones que históricamente hayan podido producirse, y reordenando los procesos de construcción de ese saber de acuerdo con pautas didácticas, haciendo su transposición didáctica de la manera más rigurosa posible, desde un punto de vista epistemológico (Chamorro, 2006, pp. 50-52).

Según Douady (1986), una Ingeniería Didáctica es un conjunto de secuencias de clase diseñadas, organizadas y articuladas coherentemente por un “profesor-ingeniero”, para lograr el aprendizaje de cierto conocimiento en un grupo de estudiantes específico. Son cuatro las fases fundamentales que se distinguen en la elaboración de una Ingeniería Didáctica, estas son:

- Análisis preliminar.

- Diseño de la situación didáctica y su análisis a priori.
- Experimentación.
- Análisis a posteriori y validación.

En el análisis preliminar se analizan y determinan, desde una aproximación sistémica, todos y cada uno de los actores del sistema didáctico y de las relaciones entre los mismos: componente epistemológica, la componente cognitiva y la componente didáctica.

En el Análisis a priori se eligen las variables didácticas que se controlarán y se define la forma en que las mismas serán gestionadas. Se establecen las hipótesis de trabajo y expectativas del investigador. Es una fase tanto prescriptiva como predictiva.

En la experimentación se implementa en condiciones controladas estrictamente por el investigador.

El análisis a posteriori consiste en una exhaustiva revisión de los sucesos durante la puesta en escena de la situación diseñada.

Metodología de Investigación.

Es una investigación mixta, ya que se estudian la presencia de las 7 etapas (Borromeo y Blum, 2009) a lo largo de cada actividad y se estudian las frecuencias de logro utilizando la Estadística Descriptiva para expresar el análisis de resultados. La muestra está representada por un grupo de 30 estudiantes de Cálculo Integral de las carreras de Ingeniería, que se agruparon en equipos de 4 estudiantes. Esta investigación se llevó a cabo a lo largo del semestre de Enero a Mayo de 2014 en 4 etapas principales:

- 1ª Etapa: Se trabajó conjuntamente con los estudiantes una situación problema cuyo tema fue el de Sólidos de Revolución a través de la Modelación Lúdica en el salón de clases. El objetivo de la actividad consistió en usar plastilina para modelar la parte superior de una copa, cortar un diferencial de volumen y plantearlo para luego determinar la integral que proporcione el volumen de cualquier sólido generado cuando una gráfica rota en torno al eje x . (véase Figura 2)
- 2ª Etapa: El alumno trabajó una situación problema del tema Sólidos de Revolución para reafirmar el aprendizaje en el salón de clases.
- 3ª Etapa: Resolución individual de una situación problema del tema Sólidos de Revolución dentro de un Examen Parcial para confirmar el aprendizaje a mediano plazo.
- 4ª Etapa: Resolución individual de una situación problema del tema Sólidos de Revolución para confirmar el aprendizaje a largo plazo, dentro del Examen Final.



Figura 2. Imagen de alumnos trabajando en actividad lúdica. (Imagen recabada por las autoras).

Debido a que el objetivo fue investigar si la Modelación (Borromeo y Blum, 2009) y la Lúdica (Chamoso, et al., 2004) había contribuido a un aprendizaje significativo, es decir, que pudieron recuperar el conocimiento a mediano y largo plazo, se utilizaron las fases del ciclo de Modelación de Borromeo y Blum (2009): 1) Construcción, 2) Simplificación y estructuración, 3) Matematización, 4) Trabajo matemático 5) Interpretación, 6) Validación y 7) Exposición. En la etapa 1 y 2 de la modelación se incluyó la Lúdica de una manera más explícita aunque sus efectos se pueden ver a lo largo de las etapas de modelación de una manera implícita.

Se describen cinco grandes secciones: a) Espacio Físico de la experimentación; b) Descripción de la muestra de estudiantes y tipo de estudio visualizado; c) Antecedentes del diseño experimental; d) El diseño e implementación de la actividad: justificación de las características de la actividad y su evolución mediante las 7 fases previamente descritas para profundizar en la modelación y e) Análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados obtenidos.

En la investigación se diseñaron actividades basadas en la modelación matemática (Borromeo y Blum, 2009) sobre el problema de volúmenes de revolución que fueron trabajadas por 6 grupos de alumnos dentro de una clase de Cálculo II. Las actividades se analizaron cualitativamente, lo que permitió la identificación de categorías de análisis, que permitieron ver las diferencias en el aprendizaje entre los 6 grupos por cada etapa del ciclo de la modelación. Se establece una metodología de análisis que actualmente se está estudiando en otro tipo de problemas de Cálculo.

Análisis de resultados

El análisis de resultados se hizo de dos maneras, cuantitativamente y cualitativamente, utilizando las 7 fases del ciclo de Modelación de Borromeo y Blum (2009) detallada en la sección de Metodología. Para el análisis cuantitativo inicialmente se compararon los resultados de 30 estudiantes de Ingeniería. Se establecieron frecuencias para cada una de las etapas del ciclo de Modelación establecido inicialmente en una actividad colaborativa de una situación problema del volumen de revolución de una copa, y posteriormente en una situación problema de una chapa para fortalecer los aprendizajes. A mediano y largo plazo se analizó una situación problema en un examen parcial y un examen final respectivamente en donde se solucionó una situación problema que fue evaluada a la luz del ciclo de modelación de Borromeo y Blum (2009).

Tabla 1

Frecuencias, media, varianza y la desviación estándar de la primera y segunda situación problema.

	Volumen de Revolución de la Copa				Volumen de Revolución de la Perilla			
	Suma	Media	Desviación Estándar	Varianza	Suma	Media	Desviación Estándar	Varianza
Construcción	28	1	0	0	28	1	0	0
Simplificación								
Estructuración	28	1	0	0	28	1	0	0
Matematización	24	0.86	0.36	0.13	28	1	0	0
Trabajo Matemático	28	1	0	0	23	0.82	0.39	0.15
Interpretación	28	1	0	0	22	0.79	0.42	0.17
Validación	24	0.86	0.36	0.13	23	0.82	0.39	0.15
Exposición	28	1	0	0	22	0.79	0.42	0.17

Se presentan (veáse Tabla 1) las frecuencias, media, varianza y la desviación de respuestas correctas de actividades en cada una de las situaciones problema para obtener el volumen de revolución por cada una de las etapas de modelación y también se describen (veáse Tabla 2) las mismas estadísticas de respuestas correctas sobre volumen de revolución también con modelación del examen parcial y el examen final.

Se observa en las estadísticas (veáse Tabla 1) que en la actividad de la copa y de la perilla las soluciones correctas en cada etapa del ciclo de modelación tienen una media arriba del 70%, sin embargo en la situación problema del examen parcial (veáse Tabla 2) las etapas del ciclo de modelación de trabajo matemático, interpretación, validación y exposición la media esta abajo del 63 %; y en las tres primeras etapas: construcción, simplificación-estructuración y matematización estuvieron arriba del 76%.

En el examen final la media de las primeras tres etapas, construcción, simplificación-estructuración y matematización, fueron del 65%; y en las últimas cuatro etapas, trabajo matemático, interpretación, validación y exposición, la media esta abajo del 55 %.

Tabla 2

Frecuencias, medias, varianzas y desviaciones estándares de totales de aciertos en cada situación problema para cada una de las etapas del ciclo de modelación.

	Volumen de Revolución				Estadística		
	Copa	Perilla	Examen Parcial	Examen Final	Suma	Media	Desviación Estándar
Construcción	28	28	24	19	99	24.75	4.27
Simplificación							
Estructuración	28	28	24	19	99	24.75	4.27
Matematización	24	28	23	19	94	23.5	3.69
Trabajo Matemático	28	23	17	16	84	21	5.59
Interpretación	28	22	19	15	84	21	5.47
Validación	24	23	17	14	78	19.5	4.79
Exposición	28	22	17	15	82	20.5	5.80

A pesar de que hay una disminución de las frecuencias en los exámenes en las últimas cuatro etapas de modelación, las medias indican que en el promedio semestral 20 de los 30 estudiantes contestan correctamente. Lo cual se puede observar en las gráficas de las frecuencias y medias (veáse Figura 3) de cada una de las situaciones problema. Se puede ver también como la etapa de matematización y validación disminuyen en los exámenes parciales y finales y se recuperan un poco con la última etapa de Borromeo y Blum (2009) de exposición.

Conclusión

Se ve claramente en este estudio, que la combinación de la Lúdica con la Modelación Matemática favorece el aprendizaje, en este caso, al de los volúmenes de revolución, especialmente en las primeras etapas del ciclo de modelación de Borromeo y Blum (2009), construcción, simplificación y matematización; quizás habría que hacer igual de explícita la lúdica en las cuatro siguientes etapas del ciclo y medir su impacto.

Por otro lado, se comprueba que el aprendizaje colaborativo favorece la construcción del aprendizaje y fortalece actitudes y valores tales como el respeto, tolerancia, comunicación y liderazgo (Martínez, Rincón, y Domínguez, 2011), la actitud positiva hacia las matemáticas se fortalece y sin duda se pudo corroborar que la investigación colegiada ayuda a la mejora continua del trabajo docente.

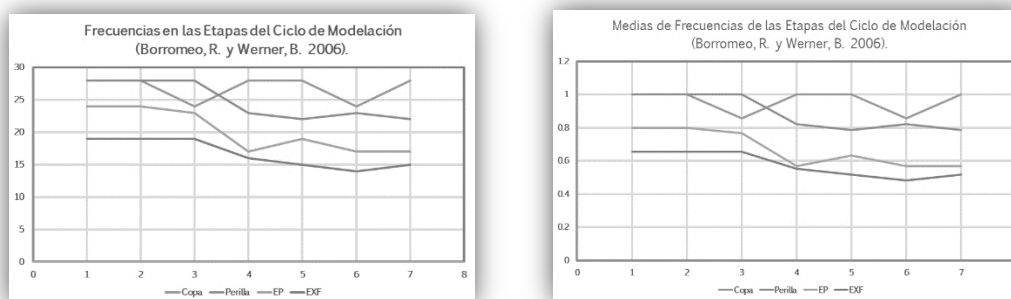


Figura 3. Frecuencias y medias de cada una de las situaciones problema.

Como área de oportunidad, se considera necesario incorporar una tarea entre la actividad y los exámenes para que se fortalezca el aprendizaje aún más. También se ve la necesidad de hacer un análisis de ganancia (Hake, 1998) en cada etapa para valorar con mayor claridad la ganancia en aprendizaje o bien, hacer un estudio con grupo de control y grupo experimental. Sería importante en las actividades, las tareas y los exámenes hacer más explícitas las etapas del ciclo de Borromeo y Blum (2009), pues estuvieron planteadas implícitamente.

Referencias

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Iberoamérica, 33-59.
- Beichner, R., Saul, J., Abbott, D., Morse, J., Deardorff, D., Allain, R., Bonham, S. Dancy, M. and Risley, J. (2007). Student-Centered Activities for Large Enrollment Undergraduate Programs (SCALE-UP) project. In *Research-Based Reform of University Physics* (Vol. 1). Retrieved from <http://www.per-central.org/document/ServeFile.cfm?ID=4517>.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (1), 37-68.
- Borromeo, R. y Blum, W. (2009). Mathematical Modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Brousseau, G. (1986). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Collazos, C. A. y Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el "aprendizaje colaborativo" en el aula. *Educación y Educadores*, 9(2) 61-76.
- Chamoso, J., Durán, J., García, J., Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas, *SUMA*, (47), 47-58.
- Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las matemáticas*. México: Prentice Hall.

- Dresel, M., y Haugwitz, M. (2008). A Computer-Based Approach to Fostering Motivation and Self-Regulated Learning. *The Journal of Experimental Education*, 77(1), 13-18.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 (2), 5-31.
- Farías, D. y Rojas, F. (2011). Estrategias lúdicas para la enseñanza de la Matemática para estudiantes que inician estudios superiores. *Revista Informe de Investigaciones Educativas*, 25, 51-64. ISSN: 1316-0648.
- Hake, R. (1998) Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics *Am. J. Phys.* 66 (1).
- Henning, H. y Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. In Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W. y Niss, M. (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, (pp. 225-232). New York: International Commission on Mathematical Instruction ICMI.
- Henry, M. (2001). Notion de modèle et modélisation dans l'enseignement. En Henry, M. (Ed.), *Autour de la modélisation en probabilités* (149-159). Besançon : Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités.
- Lopez-morteo, G. and Lopez, G. (2007). Computer support for learning mathematics: A learning environment based on recreational learning objects. *Computers and Education*, 48(4), 618-641.
- Maab, K. (2006). What are modeling competencies?. *ZDM*, 38 (2). pp. 113-142. Niss, M., Blum, W. y Galbraith P. (2007). Introduction. *ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education*. New York: Springer, 3-32.
- Martínez, L., Rincón, E. y Domínguez, A. (2011). El juego y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24, 397-405.
- Niss, M., Blum, W., y Galbraith, P. (2007). Introduction. *Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th ICMI Study*, 10(1), 3-32.
- Omrod, J. (2005). *Aprendizaje Humano (4a ed.)*. Madrid: Pearson Educación, S.A.
- Pape, S. y Smith, C. (2002). Self-Regulating Mathematics Skills. *Theory into Practice*, 41(2), 93-101.
- Rosas, O. Illanes, L. y Domínguez, A. (2012). Uso de las Matemáticas Recreativas en la resolución de Ecuaciones Algebraicas. *Escuela de Invierno de Matemática Educativa EIME*. CINVESTAV. Distrito Federal, México.
- Schunk, D. (1996). *Self-evaluation and Self-Regulated Learning*. (ERIC, Technical Report No. 403233). New York: Graduate School and University Center.
- Woods, D. M. and Chen, K. (2010). Evaluation Techniques for Cooperative Learning. *International Journal of Management and Information Systems*, 14(1), 1-5.