LA TAREA PROFESIONAL DE DEFINIR DESDE EL MODELO MTSK

The professional task of defining from the MTSK model

Martín-Díaz, J. P., Codes, M., Pascual, M. I., Contreras, L. C. y Climent, N.

Universidad de Huelva

Resumen

La práctica matemática de definir resulta de especial complejidad para los estudiantes para maestro. Esta dificultad puede estar ligada, no solo a la falta de formación previa, sino también a las tareas y actividades que se les proponen en su etapa de formación como docentes. La presente investigación se centra en mostrar algunos elementos del conocimiento especializado que se pretenden que emerjan en una tarea sobre definir en formación inicial de maestros y los que se movilizan durante la puesta en práctica. Los resultados muestran cómo la tarea implementada provoca la movilización de los elementos pretendidos sobre la construcción del concepto de polígono. Sin embargo, algunos pretendidos sobre la práctica matemática de definir no son evidenciados, lo que muestra la complejidad de lo pretendido y la necesidad de modificar la tarea.

Palabras clave: *conocimiento del profesor, práctica matemática, definir, tareas profesionales, formación inicial*

Abstract

The mathematical practice of defining is particularly complex for Primary student teachers. This difficulty may be linked not only to the lack of previous training, but also to the tasks and activities proposed to them in teacher education. The present research focuses on showing some elements of the specialised knowledge that are intended to emerge in a task on defining in preservice teacher education and those that are mobilised during implementation. The results show how the implemented task provokes the mobilisation of the intended elements on the construction of the polygon concept. However, some of the intended elements on the mathematical practice of defining are not evidenced, which shows the complexity of the intended elements and the need to modify the task.

Keywords: *teacher knowledge, mathematical practice, defining, professional tasks, preservice teacher education.*

INTRODUCCIÓN

La investigación ha mostrado que los estudiantes para maestro (en adelante EPM) que participan en cursos de formación que incluyen conocimiento didáctico del contenido y conocimiento matemático, aumentan su seguridad y motivación en la enseñanza de las matemáticas al establecer mejores conexiones entre ambos conocimientos (Cardetti y Truxaw, 2014). El aprendizaje de estos contenidos potencia la capacidad reflexiva de los EPM sobre su propio aprendizaje y sobre su futura práctica en el aula. Pero este aprendizaje está condicionado por el tipo de tareas de formación que se les ofrece y por cómo se gestionan (Grevholm et al., 2009).

A partir de la triada de Jaworsky (1994) (*mathematical challenge, sensitivity to students and management of learning*), Biza et al. (2015) caracterizan las tareas para la formación del profesorado, poniendo el énfasis en situaciones de enseñanza que evidencien cuestiones matemáticas clave, como la formación de conceptos matemáticos, el uso de definiciones, la

Martín-Díaz, J. P., Codes, M., Pascual, M. I., Contreras, L. C. y Climent, N. (2023). La tarea profesional de definir desde el modelo MTSK. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 347–354). SEIEM.

visualización o la argumentación matemática, entre otras, sin olvidar otros aspectos esenciales, entre los que se incluye la gestión de esas cuestiones en el aula.

Por otra parte, la investigación ha mostrado que la construcción de conceptos geométricos básicos presenta dificultades para maestros en formación inicial (Carreño y Climent, 2009, 2019; Marches, 2012). En la construcción de un concepto matemático juega un papel fundamental tanto la definición como la imagen del concepto (Vinner y Hershkowitz, 1983). En esta investigación asumimos que abordar en el aula el proceso de definir, frente a enseñar o memorizar definiciones, permite una mejor construcción del concepto, así como desarrollar una actividad matemática de la misma importancia que resolver problemas, demostrar o probar (De Villiers, 1998).

El objetivo de esta investigación es analizar el alcance de una tarea profesional sobre definir, en términos del modelo MTSK, en la que se aúnan distintos elementos de conocimiento profesional.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Esta investigación se articula en torno a dos pilares: un modelo de conocimiento del profesor de matemáticas, que actuará como herramienta de análisis del conocimiento pretendido y movilizado de una tarea en formación inicial, y los propios fundamentos de la práctica matemática de definir.

Conocimiento especializado

Consideramos el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2018), en adelante MTSK (de sus siglas en inglés), como un posible estructurador del conocimiento profesional a desarrollar en formación docente, pues nos ha permitido generar secuencias de enseñanza, en forma de tareas o unidades temáticas, sustentadas en distintos subdominios de conocimiento profesional (Montes et al., 2022). En línea con los fundamentos del modelo MTSK, el conocimiento profesional, aunque integrado y holístico, puede abordarse, con fines analíticos, desde la diferenciación entre conocimiento matemático, conocimiento didáctico del contenido y creencias sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje. Dentro de estos dominios, se han desarrollado distintos subdominios y categorías de conocimiento que constituyen herramientas de análisis en contextos de investigación sobre conocimiento especializado en distintos niveles educativos y han servido para dar forma a distintas tareas formativas (Giberti, 2022; Semanišinová, 2021).

La tarea formativa que analizamos en este trabajo ha sido diseñada para abordar distintos subdominios del modelo MTSK y el análisis que hacemos de su alcance se organiza en torno a estos. Sin embargo, para esta comunicación centraremos la mirada en dos subdominios con el fin de conocer qué elementos del Conocimiento de los Temas (KoT) (procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; y fenomenología y aplicaciones) y del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) (en relación con la práctica matemática de definir), previstos durante el diseño de una tarea de formación inicial, emergen durante su puesta en práctica.

En nuestro estudio, entenderemos por tarea un fragmento de clase, contexto o medio, que configura una unidad para desarrollar una idea o una práctica disciplinar (Stein et al., 2009), y nos referiremos a tarea profesional en tanto que tiene una orientación hacia la profesión de enseñar matemáticas. En el diseño de tareas de formación deben considerarse su función (o propósito), forma y foco (Grevholm et al., 2009). En la tarea que analizamos, su función viene marcada por la construcción del conocimiento especializado pretendido, la forma viene dada por la simulación de una tarea de un aula de Primaria y la reflexión sobre ella, y el foco se sitúa en la construcción de la definición de polígono, como ejemplo de la práctica matemática de definir.

Definir

Como hemos referido, en el proceso de construcción de conceptos hay una práctica matemática que tiene especial relevancia: definir. Según Vinner (1991), la construcción de una definición se apoya tanto en la imagen del concepto (que abarca las representaciones visuales mentales, impresiones y/o experiencias sobre el constructo), como en la definición del concepto (que se refiere a la definición en su formato verbal y que puede estar, o no, memorizada). El propio Vinner (op. citada) señala que los profesores en formación necesitan entrenarse para poder generar y utilizar definiciones a través del análisis de ejemplos y no ejemplos que puedan crear conflictos entre imagen y definición de un concepto matemático, para aprender a ver más allá de los prototípicos (ejemplos que, además de todas las características críticas del concepto, incluyen otras características; por exceso de exposición estos ejemplos forman parte de la imagen conceptual del aprendiz, considerando este que las características adicionales son propias del concepto matemático a definir) (Herskowitz et al., 1990). Por otro lado, la investigación ha mostrado que muchos profesores no son conscientes de que son posibles diferentes definiciones de un concepto, que serán equivalentes entre sí (Leikin y Winicki-Landman, 2001).

De la mano de la práctica de definir se encuentra otra que puede considerarse complementaria: clasificar (Muñoz-Catalán et al., 2013). Esta práctica requiere el reconocimiento de propiedades, agrupando cada elemento analizado, ya sean ejemplos o no ejemplos, en función de aquellas características que son comunes (Shir y Zaslavsky, 2001). No es un proceso de final definido. Sufre un refinamiento conforme nuevos elementos son analizados, llegando un momento en el que ya cada clase puede ser nombrada; es entonces cuando estamos ante el proceso de definir (Mariotti y Fischbein, 1997), considerado desde una perspectiva inductiva. Esta es la perspectiva que adoptamos en la tarea que analizamos para la formación de maestros. Estas dos prácticas pueden, por tanto, considerarse complementarias, ya que la definición de un concepto puede ser vista como el criterio para clasificar casos en ejemplos o no ejemplos del concepto (Haj-Yahya et al., 2022).

Entender la definición como proceso ha permitido diferenciar, matemáticamente, entre definiciones descriptivas y constructivas (de Villiers, 1998; Sinclair et al., 2016). Las definiciones descriptivas tienen como punto de partida la imagen del concepto que posibilita identificar un listado de propiedades que, al analizarse, permiten distinguir entre necesarias y suficientes de otras que podrían deducirse de las primeras. Las definiciones constructivas parten de una definición del concepto de la que se identifican propiedades para que, al variarlas (excluyendo, generalizando, especificando, reemplazando o añadiendo alguna), se construya una nueva definición. Mientras la definición constructiva tiene como función la producción de un nuevo conocimiento, la definición descriptiva busca la sistematización del conocimiento existente.

Lo habitual es que los estudiantes para maestro no hayan construido conceptos geométricos desde una perspectiva inductiva. Así, han sido expuestos a definiciones y ejemplos estandarizados, pero no al proceso de definir. En la formación de maestros nos parece especialmente relevante abordar la práctica matemática de definir. El objetivo de la investigación se centra en comparar elementos del conocimiento especializado pretendido en una tarea formativa, pertenecientes a los subdominios del KoT y el KPM, con el que se moviliza posteriormente en la tarea, en la que se trabaja la práctica de definir.

METODOLOGÍA

Este estudio se sitúa en una investigación de diseño (Cobb et al., 2003). Sobre la base del análisis de una actividad real de un aula de Primaria, con la mirada puesta en qué conocimiento permite movilizar en la formación inicial de maestros, diseñamos una tarea para la formación inicial de maestras y maestros de Primaria. En esta comunicación nos centramos en el análisis de la transcripción de la grabación de lo que ocurre en el aula del cuarto curso del Grado en Educación Primaria (formada por aproximadamente setenta estudiantes que han recibido formación didáctico-matemática durante sus cuatro años de formación) cuando se implementa la tarea formativa.

El formador del aula donde se implementa la tarea, uno de los autores de este trabajo, tenía más de 35 años de experiencia en el momento de la implementación. A la transcripción de las videograbaciones se les realiza un análisis de contenido atendiendo al Conocimiento de los Temas

(KoT) y el Conocimiento de la Práctica de la Matemática (KPM) movilizado, que se compara con el conocimiento pretendido (Tabla 1).

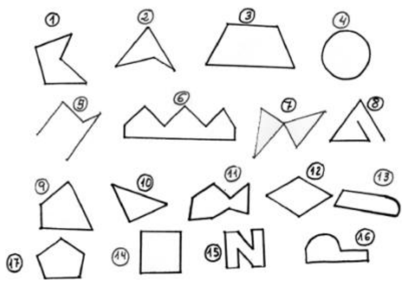
Tabla 1. Elementos del conocimiento pretendidos en la tarea.

MTSK pretendido	
KoT	KPM
KoT1 Propiedades de polígono y sus relaciones, características críticas de polígono. KoT2 Definiciones de polígono, posibles equivalencias, diferencias y consecuencias. KoT3 Ejemplos y no ejemplos de polígono.	KPM1 Práctica matemática de *definir*: qué es definir. Relaciones entre definir y clasificar. KPM2 Características de una definición. KPM3 La definición como convenio, unicidad o no de la definición de un concepto matemático. KPM4 Definiciones descriptivas

Para su presentación en el análisis se mostrarán algunos fragmentos extraídos de las grabaciones de vídeo y se relacionarán con los elementos de los subdominios del KoT y el KPM que se han reflejado en la Tabla 1. Estas relaciones se harán explícitas en el texto haciendo alusiones a los números con los que hemos identificado los elementos del conocimiento en la Tabla 1.

La tarea para los EPM contiene una breve descripción de lo que ocurre en una clase real de 5º curso de Educación Primaria y tres actividades. En esta investigación analizaremos la primera de ellas, que consistió en presentarles a los EPM la misma ficha utilizada por la maestra con idénticas indicaciones a las dada por aquella a sus estudiantes (Figura 1). A la acción de señalar cuáles de las 17 figuras planas es polígono y cuáles no, con su argumentación correspondiente, se acompañó una indicación sobre lo que queremos que reflexionen: ¿Con qué argumentos acordamos incluir o no a determinadas figuras como polígonos? ¿Cuáles son las razones que hemos manejado? ¿Por qué puede interesar incluir o no determinadas características en el concepto de polígono? ¿Hay una definición única de polígono? ¿Qué podrían aprender los alumnos de primaria con una actividad como esta? ¿Qué interés tiene frente a haberles dado una definición? ¿Es la definición un descubrimiento o una construcción? Esta actividad ha de concluir con una definición de polígono.

Figura 1. Figuras presentadas por la maestra en el aula



RESULTADOS

A continuación, se muestran algunos de los resultados. La primera figura en la que no hay acuerdo por parte de los EPM es la 4 (círculo). Algunos EPM lo incluyen en su imagen de polígono, probablemente por lo común que resulta en el estudio de formas planas. La estudiante que lo incluye tiene sus dudas e intenta respaldarse en una definición establecida de polígono (Unidad 1).

EPM1[1]: Es que yo lo del círculo, no lo sabía. Entonces, lo busqué en internet.

F: Si no es que sepas o que no sepas. [...] Yo no voy a definir todavía. Yo quiero que lo definamos entre todos. […] ¿Por qué puede ser interesante incluir o excluir la circunferencia [lapsus del formador] dentro de los polígonos? Eso va a ser una de las cosas que vamos a ver

1 Indicaremos por EPMi cada EPM por su orden (i) de intervención y F se refiere al formador.

hoy. Si para nosotros es polígono, ¿qué consecuencias tiene que lo sea? (Unidad 1, 89-104[2])

En este extracto el formador hace explícito que el interés no es partir de una definición conocida, como pretende la EPM, sino construir conjuntamente una definición (esto es, desarrollar la práctica de definir en lugar de tomar una definición dada -KPM1) y describe la definición como resultado de un convenio, por la conveniencia de considerar determinadas propiedades (KPM3).

La EPM1 que interviene en la unidad 1 muestra resistencia a lo largo de la sesión a que se pueda realizar el proceso de definir que el formador pretende. Así, cuando continúan discutiendo la inclusión o no del círculo (figura 4), declara:

EPM1: Yo, por lo menos, entiendo que, si no lo podemos comparar con nada, si no tenemos claro lo que es polígono, ¿cómo vamos a decir si es polígono o no?

F: [...] Bueno, pues yo pongo en duda tu afirmación porque lo que tú estás diciendo es que la única manera de definir es de lo general a lo particular. […] Yo quiero saber si es posible de diversas situaciones particulares, intentar construir un concepto general. (Unidad 2, 179-185)

Muchos de los EPM, sin embargo, se involucran en el análisis de características para consensuar cuáles van a considerar críticas a partir del estudio de las consecuencias (KoT1). En las razones para considerar características críticas se incluye que se puedan clasificar por número de lados (Unidad 3), que se puedan triangular y que se pueda calcular su área (Unidad 4) y que tengan el mismo número de lados, de ángulos y de vértices (Unidad 5).

F: Ventajas o inconvenientes de que consideremos a cuatro como polígono.

EPM2: No se podría clasificar, por ejemplo, ¿no?

F: [...] Dime cuál sería la ventaja o el inconveniente y por qué.

EPM2: A ver, el inconveniente sería que no se podría situar en una de [...] las clases de polígonos que hay, porque los hay, por ejemplo, con dos lados, hay decaedro… ¿sabes? (Unidad 3, 199-209)

EPM3: [En referencia a por qué no es polígono la figura 5] Porque está abierto, no es… […]

F: […] ¿Alguna ventaja o algún inconveniente?

EPM4: Una desventaja sería que no puede hacer los triangulitos esos.

F: Inconveniente: que no puedo triangularizar, ¿no? ¿No puedo triangularizar?

EPM4: No, te faltarían…[...]

EPM5: Tampoco se podría sacar, por ejemplo, el área, ¿no? (Unidad 4, 249-271)

EPM6: [referido a la figura 7] El inconveniente sería que, si lo consideramos polígono, no tendríamos en cuenta que el polígono tiene los mismos lados que vértices. (Unidad 5, 298-321)

En la discusión anterior los EPM están considerando propiedades que asocian a su idea de polígono, que forman parte de su definición del concepto y posibles relaciones entre distintas propiedades (KoT1). De alguna manera, los EPM están considerando posibles variaciones en la definición de polígono y la posibilidad de que la definición no sea única (KPM3). Así, otro estudiante se plantea qué figuras serían polígonos si se acepta el círculo como polígono (Unidad 6).

EPM6: Hombre, si considero el cuatro un polígono, todas las figuras que tengan alguna línea curva son también polígonos, porque en sí el círculo es una figura curva entera. (Unidad 6, 210-220)

Durante toda la sesión los EPM están valorando ejemplos y no ejemplos de polígonos (KoT3), pues es la base de la actividad. Como también era de esperar, la figura 7 es de las que resulta más controvertida. Mientras que, de entrada, algunos EPM no la consideran polígono sino dos polígonos

[2] Indicamos las unidades por su orden de aparición en la comunicación y las líneas de la transcripción de la sesión.

unidos, lo descartan porque “desde el vértice que une los dos triángulos no sale ninguna diagonal”. Eso los lleva a proponer añadir como característica crítica "tener diagonales" (Unidad 7) (KoT1).

F: Bueno, para que no sea polígono, ¿qué le hemos añadido?

EPM7: Las diagonales.

F: Sin entrar en eso.

EPM8: Que no tenga vértices…

F: Sin entrar en eso. Algo más sencillo, más intuitivo. Es verdad, pero es más intuitivo. ¿Cuántos interiores tienen los polígonos, los candidatos uno, dos y tres? (Unidad 7, 397-418)

En la unidad 7 se observa la diferencia de perspectiva del formador, que considera como característica crítica un único interior y las que enuncian los alumnos como derivadas, y la visión de los EPM, para los que es más importante incluir características sobre los vértices o las diagonales (KoT1).

Acaban concluyendo que las características críticas son: línea poligonal, cerrada, con un único interior (Unidad 8). De las figuras 8 en adelante están todos de acuerdo, según las características consensuadas. Aunque se proponen otras definiciones no se analizan características de las definiciones, como minimalidad (KPM 2) (Unidad 8).

F: [...] Con estos ejemplos, hemos sido capaces de llegar a una definición de polígono consensuada, que es una poligonal cerrada con un único interior.

EPM9: Yo he puesto también: “Formada por una única secuencia concatenada de segmentos que cambian de dirección”.

F: Secuencia concatenada de segmentos que cambian de dirección, es poligonal.

EPM9: Ah, bueno.

Lucas: Todo eso se resume en poligonal. Si tú lo quieres expresar por su expresión amplia, estás en tu derecho.

Para cerrar la sesión el formador propone un ejemplo extremo (Figura 2) a lo que los EPM acuerdan, sin que se observe desacuerdo, que es polígono y el espacio central forma parte del exterior del polígono (KoT3).

Figura 2. Ejemplo extremo final

CONCLUSIONES

Durante toda la sesión los EPM se involucran en la práctica matemática de definir, entendida como considerar características necesarias y suficientes para acotar lo que es de lo que no es (Haj-Yahya et al., 2022). Este proceso de definir se realiza sobre la base del proceso de clasificar, de modo que conforme van clasificando cada figura dada en polígono o no polígono, van extrayendo de su inclusión o exclusión posibles características críticas.

Las resistencias observadas a la práctica de definir y la tendencia en estos casos a evocar una definición aprendida, muestran la complejidad de la construcción de conocimiento de esta práctica matemática en formación inicial de maestros. Es posible que esto se vea influido tanto por la ausencia de esta práctica en su experiencia escolar previa (De Villiers, 1998), como por la profundidad de análisis matemático que requiere (Haj-Yahya et al., 2022).

En el desarrollo de la tarea, los EPM contrastan su imagen de polígono y parecen darse en general un enriquecimiento en ese sentido, visible en el acuerdo sobre la figura extrema final. Este enriquecimiento se da tanto en ejemplos como en no ejemplos de polígono. Asimismo, la tarea los lleva a considerar distintas propiedades de polígonos y sus posibles relaciones. Esto parece promover una profundización en el concepto (Edwards y Ward, 2008).

Sin embargo, la implementación de la tarea no ha producido evidencias de algunos elementos de KPM pretendidos. Así, aunque la propia práctica desarrollada en el aula consideró aspectos relacionados con la definición, como convenio y univocidad (se avanzó hacia una definición convenida en el grupo y se planteó que pudieran darse otras), no hay manifestaciones de los EPM que nos indiquen qué aprendieron de ello. Del mismo modo, si bien la definición que se aborda en el aula es de tipo descriptiva (de Villiers, 1998), este hecho no es explícito para los EPM. Finalmente, aunque era uno de los aspectos del conocimiento especializado pretendido (KPM2), no se aborda en el aula las características de una definición matemática.

Lo anterior nos lleva a plantear la necesidad de rediseñar la actividad de modo que las orientaciones hacia los EPM, en relación con aspectos de la práctica matemática, sean más precisas. Por otro lado, la dificultad constatada con las de investigaciones previas en la construcción de conceptos geométricos básicos (Carreño y Climent, 2009, 2019; Marches, 2012), como es el caso de polígono, supuso un obstáculo a la hora de pretender abordar en una misma tarea tanto la construcción del concepto como el análisis del proceso de definir.

El modelo MTSK nos ha servido como herramienta tanto para diseñar la tarea como para evaluar los resultados de su implementación. En este sentido, puede ser un instrumento que permite al formador sistematizar su aproximación a la formación del profesorado.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto PID2021-122180OB-I00 del Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, del centro de investigación COIDESO y del grupo de Investigación DESYM (HUM-168) de la Universidad de Huelva, y de la Red MTSK, auspiciada por la AUIP.

Referencias

Biza, I., Nardi, E., y Joel, G. (2015). Balancing classroom management with mathematical learning: Using practice-based task design in mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development, 17*(2), 182–198.

Cardetti, F., y Truxaw, M. P. (2014). Toward improving the mathematics preparation of elementary preservice teachers. *School Science and Mathematics, 114*, 1–9. https://doi.org/10.1111/ssm.12047

Carreño, E., y Climent, N. (2019). Conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas de secundaria. Un estudio en torno a definiciones de cuadriláteros. *PNA 14*(1), 23–53. https://doi.org/10.30827/pna.v14i1.9265

Carreño, E., y Climent, N. (2009). Polígonos: conocimiento especializado del contenido de estudiantes para profesor de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 187–196). SEIEM.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M, y Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalan, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Cobb, P., Confrey, J. diSessa, A, Lehrer, R., y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational researcher*, *32*(1), 9–13. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? En A. Oliver y K. Newstead (Ed.), *Proceedings of the 22th PME Conference, 2* (pp. 248–255). University of Stellenbosch.

Edwards, B., y Ward, M. (2008). The Role of Mathematical Definitions in Mathematics and in Undergraduate Mathematics Courses. En M. Carlson y C. Rasmussen (Eds.), *Making the Connection: Research and Teaching in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 223–232). Mathematical Association of America. https://doi.org/10.5948/UPO9780883859759.018

Giberti, Ch. (2022). A teacher training project to promote mathematics laboratory during the COVID-19 health crisis in Italy. *European Journal of Science and Mathematics Education, 10*(3), 256–268. https://doi.org/10.30935/scimath/11837

Grevholm, B., Millman, R., y Clarke, B. (2009). Function, form and focus: the role of tasks in elementary mathematics teacher education. En B. Clarke, B. Grevholm, y R. Millman (Eds.). *Task in Primary Mathematics Teacher Education* (pp. 1–5). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09669-8_1

Haj-Yahya, A., Hershkowitz, R., y Dreyfus, T. (2022). Investigating students' geometrical proofs through the lens of students' definitions. *Mathematics Education Research Journal*. https://doi.org/10.1007/s13394-021-00406-6

Hershkowitz, R., Ben–Chaim, D., Hoyles, C., Lappan, G., Mitchelmore, M., y Vinner, S. (1990). Psychological aspects of learning of Geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition* (pp. 70–95). Cambridge University Press.

Jaworski, B. (1994*). Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. The Falmer Press.

Leikin, R., y Winicki-Landman, G. (2001). Defining as a vehicle for professional development of secondary school mathematics teachers. *Mathematics Teacher Education and Development, 3*, 62–73.

Marches, I. (2012). Preservice primary school teachers' elementary geometry knowledge. *Acta Didactica Napocensia, 5*(2), 33–40.

Mariotti, M., y Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics, 34*, 219–248.

Montes, M. A., Climent, N., y Contreras, L. C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría, en formación inicial de maestros, a través de un experimento de enseñanza. *Aula Abierta, 51*(1), 27–36. https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36

Muñoz-Catalán, M. C., Montes, M. A., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Aguilar, A. (2013). *La Clasificación de las Figuras Planas en Primaria: Una Visión de Progresión entre Etapas y Ciclo*s. Universidad de Huelva Publicaciones.

Semanišinová, I. (2021). Multiple-Solution Tasks in Pre-Service Teachers Course on Combinatorics. *Mathematics, 9*, 2286. https://doi.org/10.3390/ math9182286

Shir, K., y Zaslavsky, O. (2001). What constitutes a (good) definition? The case of square. M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME Conference* (pp. 161–168). Utrecht University.

Sinclair, N., Bartolini Bussi, M., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., y Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. *ZDM: International Journal on Mathematics Education, 48*(5), 691–719. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., y Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65–81). Kluwer Academic Publishers.

Vinner, S., y Hershkowitz, R. (1983). On concept formation in geometry. *ZDM: International Journal on Mathematics Education, 15*, 20–25.