O pensamento e o raciocínio algébrico no estudo de Função na Educação Básica

Karina de Oliveira **Castro**
Universidade Severino Sombra
Brasil
karinadeoliveiracastro@gmail.com
Chang Kuo **Rodrigues**
Universidade Severino Sombra/Colégio Cristo Redentor
Brasil
chang@powerline.com.br

Resumo

O presente estudo tem como objetivo investigar que tipo de raciocínio, qualitativo ou quantitativo, é mobilizado por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao serem trabalhadas ideias e conceitos básicos de função. A pesquisa realizada contou com a participação de 36 alunos de uma escola pública, de zona urbana, com aplicação de atividades por parte da pesquisadora. Trata-se de uma primeira fase de coleta de dados para dissertação de mestrado em Educação Matemática. Na análise dos resultados, nos foi possível constatar que os estudantes encontravam-se no estágio intuitivo, o que impediu o tratamento específico de função em sua linguagem simbólica. Percebemos ainda que alguns temas da Matemática utilizados na pesquisa, como o cálculo de área e perímetro, poderiam auxiliar os estudantes na construção do pensamento quantitativo caso já tivessem sido trabalhados, sugerindo importância do pensamento algébrico para o estudo das Funções.

Palavras chave: função, pensamento algébrico, raciocínio algébrico, ensino e aprendizagem da Matemática.

Introdução

O tema Função tem sido recorrente nas pesquisas atuais em Educação Matemática. É consenso entre autores e/ou professores que se trata de um conteúdo singular cuja importância ultrapassa até mesmo os limites da própria Matemática, uma vez que o encontramos em áreas como Biologia, Química, Economia, entre outras. É sabido também que os estudantes, de um modo geral, demonstram pouca compreensão e dificuldade na compreensão do conceito de

Função, como mostram vários estudos. O professor Marcos José Ardenghi, recentemente concluiu um trabalho que lhe permitiu mapear quarenta e seis pesquisas realizadas sobre Função, no período de 1970 a 2005, traçando um perfil do que foi produzido no Brasil sobre o assunto, entre dissertações, teses de doutorado e artigos. Ele constatou efetivamente que as dificuldades dos estudantes com o conceito de função ainda são muito grandes, como, por exemplo, confundir função com equação, domínio com contradomínio, dificuldades na conversão de registros gráficos para o algébrico, não dominar a simbologia de representação algébrica de função, entre outras. Vale ressaltar que os sujeitos das pesquisas de seu estudo são professores, estudantes universitários, do ensino médio ou do 9º ano do ensino fundamental (antiga 8ª série).

Ao considerarmos o caráter histórico do conceito não podemos ignorar que sua evolução deu-se de forma lenta e gradual, de modo que o instrumento matemático e a necessidade humana relacionaram-se mutuamente (Caraça, 2010). Assim, chama-nos a atenção os estudos que procuram levar em conta a própria história do conceito de Função, buscando valorizar suas ideias básicas com o objetivo de fazer com que o estudante perceba que o tema é amplo e complexo, não se esgotando em um ou dois anos de estudo.

Para Caraça (2010), o instrumento fundamental matemático é a correspondência entre dois conjuntos, além do conceito introduzido para a representação simbólica destes conjuntos que é a variável. Contudo, Tinoco (2009) considera como essenciais as seguintes ideias no campo das Funções: variável, dependência, regularidade e generalização. Nesse sentido, buscamos fazer com que o estudante construa o conceito de Função de maneira gradativa e sólida a partir de atividades que privilegiam as primeiras ideias e noções básicas sobre o tema.

Além disso, nosso estudo busca investigar como os alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental (11-12 anos) se comportam ao serem propostas atividades que contemplem ideias básicas de Função. Cabe explicar que este comportamento observado diz respeito ao tipo de raciocínio e às estratégias empregadas pela turma no contato com as atividades. Queremos analisar se este raciocínio tem cunho qualitativo, com predomínio de descrições puramente verbais, ou se os alunos já se encontram em estágio quantitativo, quando utilizariam a simbologia matemática na descrição de seus pensamentos.

Segundo Caraça (2010), as Funções, como instrumento matemático, só assumiram a forma que adotamos hoje depois que a Ciência abandonou o caráter qualitativo e assumiu postura quantitativa, ou seja, a partir do momento em que não se ocupou apenas de *descrever*, mas de *explicar*. Percebeu-se, assim, uma evolução no conceito de Função que passou, primeiro, por estágios qualitativos, atingindo paulatinamente níveis de abstração e formalização à medida que a própria cultura e o pensamento matemático desenvolviam-se. Costa (2004 apud Roratto, 2009) afirma que no período de vinte séculos antes de Cristo até o século XIV, observava-se que as relações funcionais restringiam-se às abordagens verbais ou então, como instintos funcionais, que eram expressas por meio de relações numéricas em tabelas. Oliveira (1997, apud RORATTO, 2009) analisa que, mesmo com a presença de relações funcionais nessas tabelas, os Babilônios não tinham procedimentos para resolver problemas semelhantes, assim, cada situação nova exigia, também, uma análise nova. Segundo Roratto (2009), esta situação mostra que os procedimentos matemáticos formalizados não surgiram de uma hora para outra.

O caráter simbólico próprio da Matemática também sofreu em sua gênese passos lentos para sua consolidação. No entanto, muitas vezes imaginamos que os estudantes já conhecem determinadas ideias acerca de função e criamos expectativa de que eles compreendem o que efetivamente tentamos ensinar. Daí, a importância do papel do professor quando se interessa em investigar o tipo de raciocínio que predomina em sua turma para, posteriormente, fazer as intervenções necessárias. Dessa forma, o presente trabalho corresponde à primeira fase de uma pesquisa para dissertação de mestrado. As atividades foram aplicadas pela pesquisadora, com a anuência da professora regente. As questões e a discussão de alguns resultados serão apresentadas mais adiante, logo após o referencial teórico que fundamenta a nossa investigação.

Fundamentação teórica e metodológica

Este trabalho está ancorado na linha francesa da Didática da Matemática, pois utilizamos os estudos de Guy Brousseau, principalmente no tocante à noção de Contrato Didático e ao Obstáculo Epistemológico.

Segundo o autor, uma noção matemática é considerada particular e organizada, constituindo o que ele chama de concepção. Passar de uma concepção para outra é mais difícil do que a passagem de um conhecimento para outro, dentro de uma mesma concepção. A aprendizagem de novas concepções exige uma reorganização de conhecimentos anteriores, o que ocasiona rupturas, provoca erros, resiste em relação ao novo, isto é, torna-se “obstáculo”. Brousseau (2008) diz que é inútil ignorar o obstáculo e que este é um constitutivo do saber. Além disso, nem sempre são “falsos”. Como exemplo, ele cita o fato de o estudante precisar entender que o resultado de uma multiplicação é sempre maior que cada um de seus fatores e de repente percebe que tal não ocorre no produto de dois decimais. Neste caso, o obstáculo é inevitável e legítimo.

Brousseau aponta que os obstáculos são epistemológicos quando são constitutivos do próprio conhecimento, ou seja, dizem respeito à evolução do conceito e foram vivenciados pelos matemáticos no decorrer da história. Dessa forma, não podem e nem devem ser evitados, pois fazem parte da própria construção do conhecimento. Os obstáculos didáticos dizem respeito ao sistema educativo e o professor está ligado a ele a partir do momento em que pode interferir na construção de conceitos por parte do estudante.

Em nossa investigação, analisamos que tipos de obstáculos relativos ao conceito de função, historicamente vivenciados pela humanidade, estarão presentes na realização das tarefas propostas e de que forma os estudantes elaborarão suas estratégias. Além disso, pretendemos atentar com mais afinco àqueles obstáculos de origem didática, os quais apontarão pistas de como se constituem os procedimentos que direcionam o processo de ensino com as ideias básicas de Função.

Quanto ao Contrato Didático, Brousseau (1996) ressalta que a relação professor-estudante é permeada por ações e atitudes que um espera do outro e pelo o que ambos imaginam ser o desejo do outro. Dessa forma, o professor espera determinado comportamento do estudante e este imagina o que o professor gostaria de ouvir. Nessa direção, estes comportamentos criam possibilidades de intervenção. Destacamos dois efeitos que, segundo o mesmo autor, são produzidos pelo Contrato Didático: Efeito *Topaze* e Efeito *Jourdain*.

O efeito *Topaze* ocorre quando o professor se encarrega de uma parte substancial da aprendizagem que seria de competência do estudante. Ou seja, o professor dá pistas do resultado esperado ou, ainda, faz perguntas extremamente simples, levando o estudante a conclusões que não seriam tão simples caso o professor não interviesse, desfavorecendo a construção do conhecimento.

O efeito *Jourdain* é uma forma de efeito *Topaze*. Neste caso, o professor se encarrega de concluir para o estudante determinado conhecimento tomando por base respostas simples dado pelo próprio estudante. Dessa forma, o professor busca perceber indícios, ainda que muito rudimentares, de um conhecimento sábio do estudante. É como se o professor "forçasse" a aprendizagem. Queremos analisar, em nosso trabalho, de que forma o Contrato Didático estará presente na aula observada e que tipo de efeito será produzido.

As atividades propostas aos alunos foram elaboradas de modo que o pensamento e o raciocínio algébrico da turma pudesse ser acompanhado sem nenhum tipo de intervenção direta da pesquisadora, fazendo com que os resultados não sofressem nenhuma influência. Em um de seus trabalhos, Brousseau (1996) discorre sobre os perigos da posição epistemológica do professor que, apoiado em pressupostos ideológicos que privilegiam excessivamente a utilidade, o concreto, força a teoria a se revestir de uma realidade manipulada propositalmente e, por isso, nos chama atenção quanto ao cuidado na elaboração das atividades.

Outra questão diz respeito à desatenção do professor em relação ao pensamento "natural" das crianças. Brousseau chama de 'ingênua' a didática que busca apenas a proposição de exercícios lógicos a respeito de conteúdos escolhidos pelo docente, de maneira quase que mecânica, como se o estudante não utilizasse representações próprias e diferentes daquilo que queremos ensinar-lhe. Procuramos levar em conta estas posições em nosso trabalho. As atividades apresentadas aos estudantes buscaram privilegiar o modo de pensar de cada um deles, tendo em vista que não tínhamos pretensão de obter, a qualquer custo, uma concretude existente e útil apenas naquela aula.

O método que utilizamos foi a descrição qualitativa das atividades aplicadas. Tal como explicamos anteriormente, essa investigação faz parte da primeira fase de um projeto maior, que contempla uma dissertação de mestrado. Os dados coletados servirão de base para uma análise mais criteriosa a respeito das possibilidades e desafios subjacentes ao trabalho com as noções básicas de função já no Ensino Fundamental. As atividades propostas envolvem ideias de dependência, regularidade e generalização. Cabe explicar que as ideias de variável, também elencadas como base para o conceito de função, não foram abordadas na pesquisa. Como reitera Tinoco (2009), "este é um dos conceitos mais difíceis para o aluno" e, sob o nosso ponto de vista, pertence a um nível mais elaborado de formalização do conceito.

Neste artigo, optamos por um recorte na descrição dos resultados obtidos e, por isso, focamos apenas na análise de duas das três questões aplicadas, privilegiando as atividades sobre regularidade e generalização. Apenas a título de curiosidade, constatamos que as noções de dependência foram muito bem aceitas pelos alunos, de modo a sinalizar a possibilidade e, também, a pertinência desse trabalho no 6º ano do Ensino Fundamental.

No entanto, ressaltamos que o nosso principal objetivo é observar os procedimentos realizados pelos estudantes quando buscavam descobrir regularidades e generalizar padrões pictóricos. Os resultados sinalizaram a viabilidade do trabalho com estes conceitos, mas apontaram também alguns desafios para nós, educadores matemáticos, os quais serão detalhadamente descritos na próxima seção.

A pesquisa e discussão de alguns resultados

Tinoco (2009) defende que a compreensão do conceito de Função pode ser analisada a partir de quatro níveis: da compreensão intuitiva, da matematização inicial, da abstração e da formalização. Estes níveis podem ser distribuídos de acordo com a escolarização básica, conforme descrita na figura 1. As ideias de regularidade e generalização encontram-se, assim, no segundo e terceiro nível, respectivamente.

Utilizamos este quadro de forma a nos orientar na elaboração das atividades e como parâmetro para a análise do desempenho dos alunos.

	NÍVEIS			
	COMPREENSÃO INTUITIVA	MATEMATIZAÇÃO INICIAL	ABSTRAÇÃO	FORMALIZAÇÃO
CARACTERÍSTICAS	♦Utilização do conhecimento informal da vida. ♦Pensamento com base na percepção visual. ♦Ações espontâneas.	♦Organização e quantificação das primeiras noções intuitivas. ♦O conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção.	♦O conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria. ♦Generalização	♦Uso da linguagem simbólica ♦Descontextualização ♦Justificação lógica das operações.
PARA FUNÇÕES	♦Reconhecimento de dependência(não quantificada). ♦Estabelecimento de leis de formação simples e visuais. ♦Construção e interpretação de tabelas e gráficos de colunas e setor.	♦Quantificação das leis. ♦Reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. ♦Interpretação de gráficos cartesianos. ♦Construção de gráficos cartesianos simples. ♦Reconhecimento do domínio (analisado no contexto).	♦Escrita de expressões analíticas. ♦Distinção entre equações e funções. ♦Construção e interpretação de gráficos convencionais e não-convencionais. ♦Caracterização de relações funcionais.	♦Notação: f:AB y = f(x) ♦Domínio, imagem. ♦Classificação. ♦Operações com funções.
1° Segmento				
5° e 6° ano				
7° e 8° ano				
Ens. médio				

Figura 1: Níveis na compreensão do conceito de função.
Fonte: TINOCO, 2009, p. 7

Assim, a questão que continha a ideia de regularidade buscava compreender se os alunos já dispunham de uma matematização inicial que os habilitassem a quantificar a lei observada. Ela mostrava uma sequência de triângulos e os alunos deveriam quantificar a lei de formação apresentada, tal como apresentada na figura 2.

-Observe a sequência de triângulos. Imagine que eles foram feitos com palitos de fósforo.

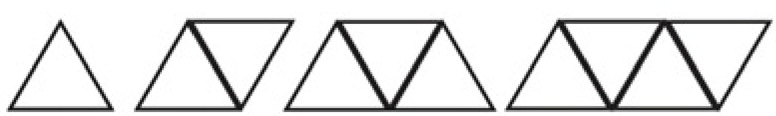


Figura 2: Sequência de triângulos feitas a partir de palitos de fósforo.
Fonte: Dados da pesquisa

A questão continha três perguntas, conforme a figura 3.

a) Quantos palitos foram necessários para construir 1 triângulo? _____ E 2 triângulos?
________ E 3 triângulos?___________

b) Quantos palitos são necessários para construir 5 triângulos?______________

c) É possível calcular qualquer valor?
Como?____

Figura 3: Perguntas da questão sobre sequencia de triângulos.
Fonte: Dados da pesquisa

A primeira das perguntas (letra *a*) era apenas descritiva e tinha como objetivo apresentar o tema *sequência* aos alunos. A pesquisadora leu junto aos alunos e eles responderam sem muita dificuldade.

A segunda pergunta (letra *b*) procurava investigar se os alunos reconheceriam a lei de formação da sequência e determinariam a quantidade de palitos necessária para a construção de cinco triângulos. Apenas cinco alunos obtiveram sucesso na questão, conforme descrito no gráfico 1. Dezenove deles afirmaram que nove palitos seria a resposta. Interpretamos que este padrão deve-se à sequência de respostas da pergunta anterior: 3, 5, 7. Os alunos podem ter tido desatenção na leitura do enunciado.

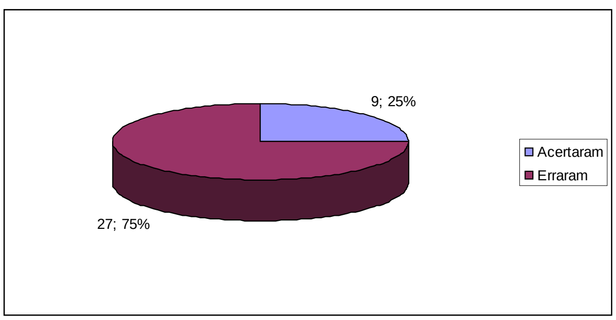


Gráfico 1: Quantos palitos são necessários para construir 5 triângulos?
Fonte: Dados da pesquisa

A última pergunta, letra *c*, estava diretamente ligada à quantificação da lei observada. Foi questionado se é possível calcular qualquer valor e como fazer isso. A maioria da turma, gráfico 2, explicou que havia possibilidade e, para isso, deveriam somar, desenhar ou contar os triângulos. Nesse momento, identificamos que os alunos reconheceram a dependência, mas de forma não quantificada, o que os posiciona no primeiro estágio de compreensão do conceito de função e não no terceiro como mostra o quadro adotado por Tinoco (2009). A própria autora, na obra "Construindo o conceito de função", analisa essa mesma atividade, indicando que os alunos se encontram no estágio da compreensão intuitiva, pois "observam a sequência, construída com palitos ou desenhada, e contam os palitos necessários". (Tinoco, 2009, p.8)

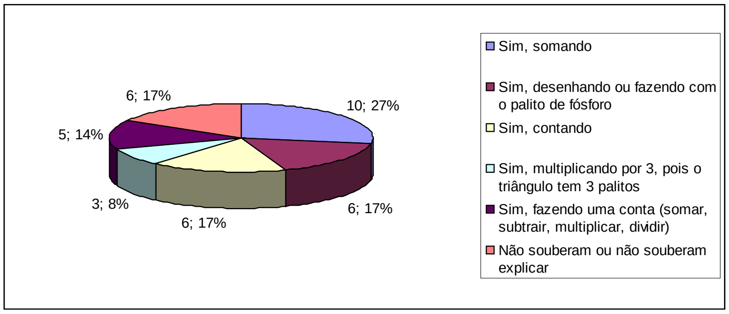
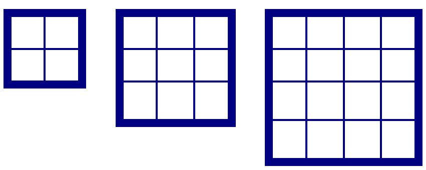


Gráfico 2: É possível calcular qualquer valor? Como?
Fonte: Dados da pesquisa.

Esta última pergunta evidencia um número maior com o mesmo padrão das respostas. Assim, constatamos que eles desenvolveram o raciocínio qualitativo. Generalizaram a lei a partir do que eles mesmos fizeram para encontrar os valores anteriores, ou seja, contando e somando. Sentiram-se muito à vontade durante essa atividade e mantiveram-se bastante concentrados. Como nosso foco são as ideias básicas de função e, nesse caso, o conceito de regularidade, verificamos que a turma compreendeu o conceito a partir da observação e, inclusive, alguns deles chegaram a dizer que bastava colocar dois palitos. Contudo, não conseguiram registrar a lei de formação utilizando símbolos matemáticos. Conforme afirma Brousseau (2008), estamos diante de um obstáculo epistemológico na formação do conceito de função, isto é, a dificuldade na generalização em termos matemáticos não sinaliza um erro, uma incapacidade, mas uma forma de pensar baseado naquilo que o aluno utilizou até este momento: pensamentos matemáticos que não tinham caráter de simbolização ou, até mesmo, de abstração de ideias.

Vamos agora analisar a questão sobre ideias de generalização, tal como mostra na figura 4.

-Utilize o papel quadriculado para esta atividade. Continue a seqüência abaixo e responda às questões propostas.



3.1) Continue a sequência desenhando mais três figuras.
3.2) Calcule o perímetro de cada uma das figuras.
3.3) O perímetro depende do tamanho do lado? Por quê?
3.4) É possível calcular o perímetro de qualquer quadrado, como os que você desenhou?
3.5) Você acha possível escrever uma fórmula para calcular o perímetro de qualquer quadrado? Como?

Figura 4: Questão sobre Generalização.
Fonte: Dados da pesquisa

Na primeira pergunta (3.1), os alunos desenharam as figuras em papel quadriculado. Apesar de não se tratar de uma atividade de alto grau de dificuldade, três estudantes não conseguiram observar o padrão nos seus desenhos (Gráfico 3). Este resultado nos faz reforçar a importância dessa atividade já nos primeiros anos de escolaridade, utilizando outros meios, inclusive concretos e manipuláveis, pois os permitem ter contato com pequenos padrões de repetição. Brousseau (2008) indica que, numa situação como esta, o obstáculo pode ser de origem didática. Se o conceito de função for inserido nos anos iniciais da Educação Básica como, por exemplo, no 6º ano, a partir de suas ideias básicas, este tipo de atividade pode contribuir para o desenvolvimento de noções de regularidade. Como já afirmamos, o obstáculo didático faz com que o sistema educativo interfira na construção de conceitos por parte do aluno.

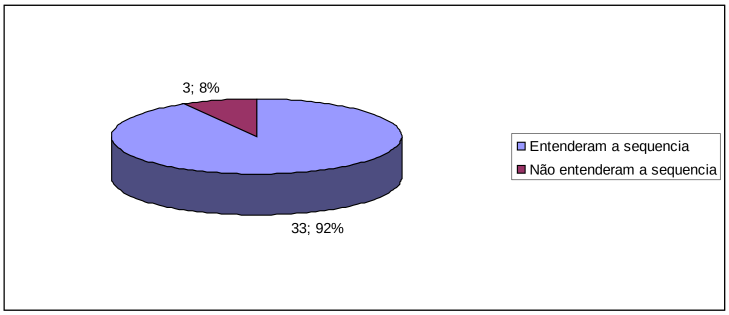


Gráfico 3: Continue a sequência desenhando mais três figuras.
Fonte: Dados da pesquisa.

A próxima atividade, questão (3.2), era sobre perímetro de figuras planas. Os estudantes não haviam ainda estudado este tema. A pesquisadora fez intervenção de modo que auxiliasse a construção do conhecimento, com a permissão da professora regente, e a maioria da turma respondeu corretamente a questão (Gráfico 4). Neste caso, houve uma pequena influência da professora regente. Como a turma ainda não havia tido contato com o conteúdo, a professora fez algumas perguntas, bem simples, querendo fazer com que os estudantes se apropriassem do tema de forma eficiente. Assim, neste caso, podemos associar uma situação em que o *Contrato Didático* fez com que os estudantes esperassem pela explicação da professora e não da pesquisadora, isto é, interferindo no processo que deveria ser construído por eles.

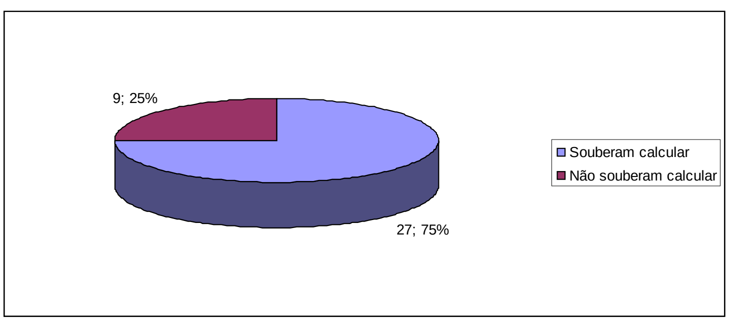


Gráfico 4: Calcule o perímetro de cada uma das figuras.
Fonte: Dados da pesquisa.

A terceira pergunta (3.3) era sobre a dependência entre o perímetro e o lado do quadrado. A maioria demonstrou compreensão do tema, gráfico 5, apesar de terem confundido algumas palavras.

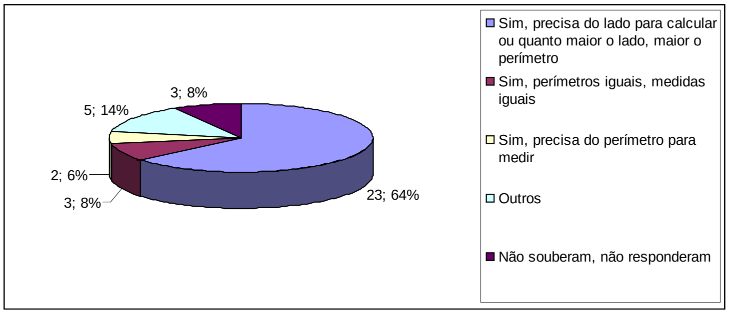


Gráfico 5: O perímetro depende do tamanho do lado? Por que?
Fonte: Dados da pesquisa

Aqui também houve interferência da professora regente, quando tornou a fazer questionamentos com o objetivo de induzir a conclusão dos alunos. Conforme Brousseau (2008), estamos diante do *efeito Topaze*, pois a professora se encarregou de partes substanciais que seriam de competência da turma.

A análise do desempenho dos alunos nesta questão nos leva, mais uma vez, a concluir que a turma fez uso do raciocínio qualitativo. O modo como eles utilizaram as palavras e trocaram denominações básicas em suas explicações mostra a importância deste tipo de raciocínio como base para consolidação dos símbolos matemáticos, do quantitativo, ou seja, é de se esperar que os estudantes passem, primeiro, pelas justificativas estritamente verbais para, em seguida, fazerem uso da simbologia de representação matemática. A utilização do vocabulário matemático também é muito importante e o professor não pode perder de vista que essas denominações próprias do conteúdo não fazem parte do vocabulário usual dos alunos. Eles ainda não conheciam a palavra *perímetro*, assim, é aceitável que houvesse confusão ao registrar ou expressar suas justificativas. Mas, com relação à ideia de dependência, a turma demonstrou compreensão, ainda que de forma qualitativa. As próximas questões vão se aproximando da ideia de generalização, que é o que buscamos analisar.

Na questão seguinte (3.4), o estudante deveria responder se é possível calcular o perímetro de qualquer quadrado, generalizando assim, a lei de formação observada. A maioria da turma afirmou que é possível e, para isso, bastaria ir somando os lados. Apenas dois deles explicaram que bastaria multiplicar a medida dos lados do quadrado por 4. No gráfico 6, eles foram computados com a maioria das respostas verificadas.

Essa questão nos remete à terceira da atividade anterior (sobre triângulos). Mais uma vez, os estudantes demonstraram compreensão com relação à lei de formação. Chama a atenção o fato de muitos estudantes ter utilizado a *soma* como estratégia, o que evidencia que o professor deve dar muita importância ao trabalho com a *multiplicação*, pois ela é, também, uma generalização da soma com parcelas iguais.

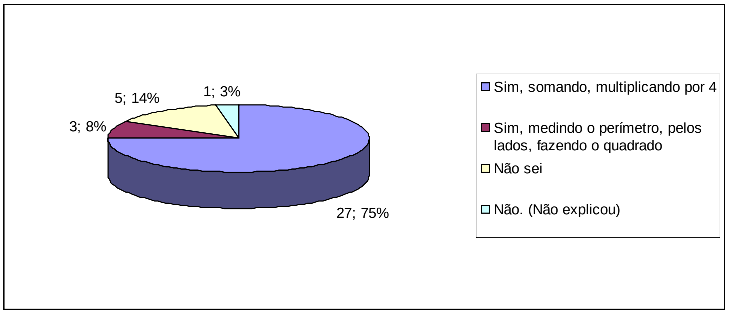


Gráfico 6: É possível calcular o perímetro de qualquer quadrado, como os que você desenhou?
Fonte: Dados da pesquisa

A última pergunta da pesquisa (3.5) pretendeu observar o nível de abstração dos estudantes. Como já afirmamos anteriormente, a turma utilizou o raciocínio qualitativo na justificativa de suas estratégias, o que nos permitiu constatar a falta de maturidade em generalizar, quando passa a exigir mais o raciocínio abstrato em termos estritamente simbólicos. A atividade tinha como objetivo estimular o estudante a criar uma fórmula para calcular o perímetro de qualquer quadrado, sem recorrer ao uso dos quadriculados. A maioria afirmou que acreditava ser possível, mas não sabia como. Apenas cinco deles generalizaram a lei de formação da sequência, mas de forma verbal e não quantificada. No entanto, dez estudantes não souberam responder, conforme observamos no gráfico 7.

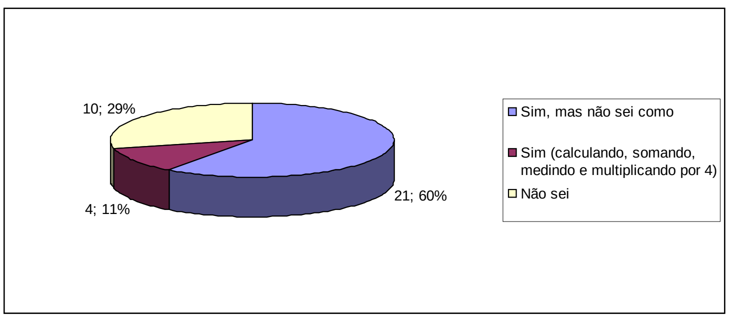


Gráfico 7: Você acha possível escrever uma fórmula para calcular o perímetro de qualquer quadrado? Como?
Fonte: Dados da pesquisa

Mais uma vez observamos o caráter qualitativo no raciocínio dos estudantes. Como nosso objetivo é analisar o raciocínio dos alunos do 6º ano no trabalho com conceitos básicos de função, concluímos que as ideias de dependência, regularidade e generalização foram bem compreendidas. O desafio que encontramos está no nível de comunicação dessas ideias. Já afirmamos que as atividades que contemplaram o caráter de dependência entre as variáveis não são objeto de estudo deste artigo, mas apenas a título de complementação, afirmamos que os estudantes também utilizaram justificativas que evidenciaram predomínio de raciocínio qualitativo.

Portanto, estamos diante de uma situação, no mínimo, interessante. Reforçamos a importância do estudo de funções e sabemos que o nível de formalização, o qual não foi alvo de nosso trabalho, está presente, geralmente, a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Ora, se nos propusemos a trabalhar com as ideias básicas do conceito de função já no 6º ano, verificamos que alguns conteúdos, como o perímetro das figuras planas, poderiam auxiliar os estudantes generalizar e reconhecer a dependência entre as variáveis, caso já tivessem sido estudados. Contudo, a turma ainda não havia tido contato com o tema, nos perguntamos: uma vez trabalhado, o conteúdo pode auxiliar os alunos nas ideias básicas de função?

Chegamos, então, a outro ponto: a álgebra. A Matemática também se expressa por símbolos e, nesse caso, a álgebra tem seu destaque. A linguagem simbólica generaliza situações e possibilita a utilização da mesma estratégia em situações diferentes. Blanton e Kaput (2005 apud ALVARENGA; VALE, 2007) afirmam que:

> [...] o raciocínio algébrico é um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir da observação de um conjunto de evidências, estabelecendo essas generalizações através de argumentações, expressando-as de modos cada vez mais formais de acordo com a idade. Assim, a álgebra é vista como uma ferramenta para expressar tais generalizações.

Ainda com relação às dificuldades dos alunos em relação ao conceito de Função, a maioria das pesquisas aponta a questão da simbologia própria do tema como fator de desmotivação e fracasso. Já afirmamos que o conceito de variável foi introduzido como representação simbólica para os conjuntos cuja correspondência é a base do pensamento ligado à função. Ou seja, a ideia de variável é a base deste instrumento matemático. Em contrapartida, é também um dos mais difíceis de serem compreendidos (Tinoco, 2009). Portanto, há que se dar muita atenção a esse nível de formalização simbólica no conceito de Função.

Há autores que defendem a importância do trabalho com relações funcionais de modo que favoreceriam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Kaput (1999 apud Matos; Ponte, 2008) aponta o estudo das funções e relações com uma das cinco fases do pensamento algébrico. Matos, Silvestre, Branco e Ponte (2008) afirmam que o trabalho com relações funcionais faz com que a linguagem algébrica adquira significado para os alunos e possibilita uma concepção mais ampla de sua utilização. O pensamento algébrico aparece, portanto, como fator que não deve ser ignorado. Daí a importância do pensamento e raciocínio algébrico na Educação Básica.

Conclusões

Essa investigação partiu de uma proposta que contemplasse o trabalho com as ideias básicas do conceito de Função numa turma de 6º ano do Ensino Fundamental. Para verificar essa possibilidade, nos propusemos a analisar o raciocínio da turma no tocante a suas características qualitativas e/ou quantitativas. Verificamos que houve aceitação por parte da turma, indicando possibilidade de trabalho já na série em questão. As limitações encontraram-se no aspecto algébrico. A turma ainda não havia tido contato com algumas atividades propostas, como por exemplo, o conceito de perímetro. Mas demonstraram intuição na comunicação de suas ideias, cujas justificativas foram estritamente verbais, ou seja, não registraram por escrito, símbolos matemáticos nas generalizações.

Os resultados mostram que a turma utilizou pensamento qualitativo no estudo das ideias básicas de função. Como já afirmamos anteriormente, este tema ainda causa muitas restrições aos estudantes, principalmente quando se refere ao nível de formalização, ou seja, ao tratar-se de variáveis. No entanto, é inevitável o tratamento simbólico na matemática e, particularmente, ao tratar-se do conceito de função. Dessa forma, queremos afirmar que o trabalho com suas ideias básicas é pertinente e possível, levando-se em conta o nível de raciocínio dos estudantes. Mas também é importante frisar o cuidado que o professor deve ter na transição dos níveis apresentados. Isso indica que o raciocínio algébrico tem papel preponderante. Chegamos, ao que nos parece, a uma zona de confluência de ideias: o pensamento funcional, em suas bases mais primárias, auxiliando o desenvolvimento do raciocínio algébrico (Matos et al, 2008) e a própria álgebra incumbindo-se de formalizar o pensamento funcional contribuindo assim para a abstração do conceito de Função.

Não conseguimos apontar, contudo, devido às limitações do objetivo deste estudo, em que medida o pensamento funcional avança em relação ao pensamento algébrico, ou seja, se há momentos em que um depende diretamente do outro, se há fases de distanciamento entre eles, de forma que um dos pensamentos precise estar primeiro sedimentado para haver o desenvolvimento do outro, e se há algum tipo de hierarquia entre eles. Fica aí nosso questionamento para trabalhos futuros.

Finalmente, cabe destacar o papel do Contrato Didático (Brousseau, 2008) entre professor e aluno, mesmo sendo as atividades aplicadas pela pesquisadora. A presença da professora regente na sala de aula, por si só, parece ter sido suficiente para a manutenção das relações intrínsecas existentes entre ela e os alunos. No que diz respeito aos obstáculos epistemológicos, estes estiveram presentes indicando que o conceito de função está no estágio qualitativo das relações funcionais. Os obstáculos didáticos mostram que atividades relacionadas à regularidade e à generalização parecem contribuir na formação do conceito de função e podem ser trabalhadas com afinco desde as séries iniciais.

Referências bibliográficas

Alvarenga, D. e Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, XV, 1, 27-55

Ardenghi, M. J. (2008). *Ensino aprendizagem do conceito de função – pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. 182f. Tese (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) PUC – São Paulo, SP.

Brousseau, G. (1996). Os diferentes papeis do professor. In Parra, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs). *Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas* (48-72). Porto Alegre, RS: Artes Médicas

Caraça, B. J. (2010). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva.

Matos, A., & Ponte, J. P. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *RELIME, 11*(2), 195-231.

Matos, A., Silvestre, A. I., Branco, N., & Ponte, J. P. (2008). Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L. B. Nieto (Eds.). *Investigación en educación matemática XII* (pp. 505-516). Badajoz: SEIEM.

Roratto, C. (2009). *A história da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função.* Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, PR.

Tinoco, L. A. A. (Coord.).(2001). *Construindo o Conceito de Função*. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Matemática / UFRJ.