



Proporcionalidade e Pensamento Algébrico – Como e Por que Integrar?

Lucia A. de A. **Tinoco**

Projeto Fundão – Instituto de Matemática da UFRJ

Brasil

ltinoco@skydome.com.br

Gilda Maria Quitete **Portela**

Projeto Fundão – Instituto de Matemática da UFRJ; Ed. do Brasil

Brasil

gilda@quiteteportela.com.br

Maria Palmira da Costa **Silva**

Projeto Fundão – Instituto de Matemática da UFRJ; SEE/RJ

Brasil

mariapalmira@globo.com

Tatiana Cardoso Maia

Projeto Fundão – Instituto de Matemática da UFRJ; SME-Rio

Brasil

tatianacmaia@ig.com.br

Resumo

Dificuldades observadas por professores e pesquisadores a respeito do ensino de álgebra e de proporcionalidade e a relação entre esses tópicos da matemática motivaram um grupo da equipe do Projeto Fundão da UFRJ a desenvolver trabalho do qual este é recorte. Nele são explicitadas tais dificuldades e propostos caminhos a serem explorados por meio de atividades elaboradas e testadas com esse fim. Serão abordados: a integração do ensino de razões e proporcionalidade direta e do de proporcionalidade direta e inversa, adequação desses tópicos para a construção significativa dos conceitos de variável e de função e para a familiarização com a linguagem algébrica. Serão também analisadas vantagens do uso das equações para resolver problemas envolvendo proporcionalidade, bem como a possibilidade de apresentá-las aos alunos por meio de tais problemas. Aspectos teóricos do ensino de álgebra como suas dimensões e seu papel na comunicação e criação de idéias matemáticas serão discutidos.

Palavras chave: ensino de álgebra, proporcionalidade, conceito de variável, linguagem algébrica, equações.

Introdução

Os autores deste trabalho fazem parte da equipe do Projeto Fundão, que desenvolve, no Instituto de Matemática da UFRJ, desde 1984, ações de pesquisa, ensino e extensão em educação matemática. Esses autores e outros colegas formam um grupo que vem há alguns anos se dedicando a estudos sobre ensino de álgebra, tendo publicado o livro *Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar...* (Tinoco, 2008) com os resultados de pesquisas, experiências e reflexões junto a alunos e professores da escola básica, nessa área. O mesmo grupo publicou anteriormente os livros *Razões e Proporções* (Tinoco, 1996) e *Construindo o Conceito de Função* (Tinoco, 1998), nos quais se encontra o embrião do presente trabalho.

Também como meio de divulgar, avaliar e trocar idéias, a respeito dos aspectos essenciais do ensino de álgebra explicitados por meio dos estudos e ações do grupo, foi realizado em 2010 um curso semipresencial, que apresentou um grande índice de aprovação pelos seus participantes.

Um dos frutos desse longo percurso é apresentado a seguir.

Relevância e Aspectos Essenciais

O início do estudo de álgebra no Ensino Fundamental, em geral, se dá no 7º ano, o mesmo ano escolar no qual são trabalhados tópicos de razão e proporção. No entanto, estes assuntos são abordados separadamente e, às vezes, por professores diferentes, sem que haja indícios de uma real aprendizagem de nenhum deles.

Educadores matemáticos, como Souza e Diniz (1994), Fiorentini, Miorim, e Miguel (1993), Coxford e Shulte (1994) e Arcavi (1995), observam que os alunos não encaram com tranquilidade o início do estudo de álgebra, que constitui para os mesmos uma forte ruptura no modo de pensar em matemática. Ao contrário, constata-se um grande desinteresse dos estudantes em relação a esse assunto, com consequências negativas no que se refere ao seu nível de aprendizagem e à motivação dos professores.

Por outro lado, estudos (Usiskin, 1994, e outros) e documentos oficiais, como os PCN (1998), destacam a riqueza do ensino de álgebra na Escola Básica, como meio de comunicação e produção de raciocínios matemáticos e como nova forma de abordar e resolver problemas, em que as equações têm relevante papel.

Face às dificuldades apontadas e à importância do ensino de proporcionalidade e de álgebra, o grupo propõe uma reflexão sobre a relação entre esses dois tópicos da matemática, bem como sobre a importância de cada um deles na Escola Básica, a partir das seguintes questões.

- A partir de que faixa escolar os alunos têm contato com o conceito de proporcionalidade?
- O ensino de proporções contribui para que os alunos resolvam problemas do seu cotidiano?
- A exploração adequada de problemas envolvendo proporcionalidade pode facilitar a construção do conceito de variável e o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico? Como?
- Reciprocamente, até que ponto, e como, a linguagem e o pensamento algébricos podem facilitar a resolução compreensiva de problemas chamados de “Regra de Três Simples ou Composta”?

Ao longo deste trabalho, teceremos considerações teóricas, proporemos reflexões e apresentaremos argumentos no sentido de subsidiar as respostas de cada uma dessas questões.

A noção de proporcionalidade, na verdade, entra em jogo desde que uma criança começa a raciocinar multiplicativamente, em problemas envolvendo preços, relação tempo-distância, etc., embora este aspecto não seja sempre explorado nas salas de aula.

Nos programas do Ensino Fundamental, os tópicos de “Razões e Proporções” aparecem explicitamente apenas nos 7º e 8º anos, sempre considerados integrantes da aritmética e com estreita relação com as operações elementares. Tais assuntos são em geral tratados como novos, conforme salienta Ávila (1985, 1986 e 1986), com nomenclatura, propriedades e métodos específicos, como os das regras de três simples, direta e inversa, e composta, o que os desvincula do contexto dos números racionais e dificulta a sua compreensão. Ressaltamos também o fato do seu isolamento em relação à álgebra, apesar de os problemas explorados envolverem quase sempre relações entre grandezas variáveis.

Salientamos a seguir quatro aspectos que justificam a importância da proporcionalidade na escola básica e a sua relação com a álgebra.

Primeiro, o fato de que é um dos tópicos mais presentes no cotidiano de todas as pessoas. O tratamento desse assunto em sala de aula, com ênfase em regras e nomes, torna a resolução dos problemas mais difícil para os alunos e encobre até mesmo a utilidade do seu ensino para a vida deles. Na verdade, o reconhecimento do significado, no contexto real, das razões ou igualdades que podem expressar as relações presentes em cada problema pode auxiliar em muito a resolução do mesmo.

Em segundo lugar, como salienta Sierpinska (1992), a função linear foi historicamente, e ainda é, a função considerada mais simples e a mais natural. Tal fato é muito utilizado por matemáticos que, para melhor analisar localmente uma função, consideram a sua aproximação linear. Do ponto de vista do ensino, pelo fato de a proporcionalidade reger muitos fenômenos da vida, a exploração dos problemas a ela relacionados, com foco nas relações entre grandezas variáveis, propicia a familiarização natural dos alunos com noções básicas da álgebra, como as de variável e de função (Tinoco, 1998).

O terceiro aspecto diz respeito ao fato de que um ensino significativo de proporções requer o uso de diversas representações, como: tabelas, gráficos, desenhos e símbolos, o que permite ao aluno reconhecer as relações entre as variações das grandezas envolvidas nos problemas, pensando qualitativamente e assim se familiarizando com noções de caráter algébrico.

O quarto aspecto é salientado por Post, Behr e Lesh (1994), em seu artigo “*A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções de pré-álgebra*” e inclui todos os outros, estendendo-os. Esses autores afirmam que o raciocínio com proporções envolve: um senso de co-variação, comparações múltiplas, predição, inferência e a capacidade de armazenar e processar mentalmente informações, que são raciocínios inerentes à utilização do pensamento algébrico e à construção do conceito de variável, que merece atenção especial.

De fato, o conceito de variável é a base para o pensar genericamente, e muito difícil de ser entendido por alunos iniciantes no estudo de álgebra. Por esse motivo sua construção não é concluída pelos mesmos até o final dos estudos da Escola Básica. Para possibilitar a construção desse conceito e a competência de pensar genericamente, muitos educadores matemáticos consideram essencial o trabalho com atividades específicas, durante longo período e em diversos contextos, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Ponte (2005) diz: “[...] uma das vias

privilegiadas para promover o pensamento algébrico é o estudo de padrões e regularidades” (p. 37). Destacam-se nesse processo a observação de fenômenos que envolvem ou não regularidade e a generalização dos que a envolvem, em diversas linguagens, como é sugerido por Tinoco (1998).

Quanto aos procedimentos usados no estudo da proporcionalidade e sua relação com a álgebra observamos que, na maioria dos casos, os problemas que envolvem proporcionalidade podem ser representados por uma equação que, uma vez resolvida, fornece a solução dos mesmos. Sem tais ferramentas, o aluno é levado a utilizar métodos estereotipados, sem compreender o que faz. Assim, a capacidade de escrever expressões, equações, bem como resolvê-las e interpretar suas soluções, pode ajudar e muito a resolver problemas desse tipo.

Por outro lado, em geral, o início do ensino de álgebra na escola fundamental se dá com o estudo das equações, com o objetivo futuro de resolver problemas. A falta de significado de tais equações para os alunos é um dos fatores do seu desinteresse pela aprendizagem da álgebra. A análise de situações bem familiares aos alunos, em que as grandezas variam segundo uma proporcionalidade permite estabelecer relações por meio de raciocínios genéricos e representá-los por diversos meios e linguagens, o que pode ajudar a dar sentido a expressões e equações algébricas.

Objetivos

São objetivos da oficina:

- sensibilizar os participantes em relação à possibilidade e à importância de trabalhar noções básicas de álgebra ao ensinar proporções e de utilizar recursos algébricos na resolução de problemas envolvendo proporções;
- dar sugestões e trocar experiências que possibilitem o trabalho referido no objetivo anterior;
- refletir com os participantes a respeito do papel da álgebra no ensino básico;
- discutir exemplos de atividades que evidenciem o papel do trabalho com generalizações para possibilitar a construção da noção de variável por alunos iniciantes em álgebra;
- possibilitar aos participantes a experiência com atividades nas quais as equações apareçam de forma natural para responder questões relacionadas à vida real.

Aspectos do Ensino de Proporcionalidade

Como afirmamos anteriormente, o conceito de proporcionalidade é tratado naturalmente pelas crianças desde muito cedo. Ao comprar um pacote de 5 figurinhas por R\$ 2,00, uma criança sabe que, se quiser comprar 10 figurinhas, ela terá que pagar R\$ 4,00. Embora problemas desse tipo sejam frequentemente apresentados na escola a partir do 3º ou 4º ano, muitas vezes, o professor não tem consciência de que está trabalhando com uma proporção.

Em relação ao ensino formal de proporcionalidade, o primeiro aspecto que destacamos e sobre o qual não há um consenso, é que não é necessário ensinar razões antes de proporções. Na verdade, o ensino de razões desligado do de proporções fica muito árido, enquanto há muitas situações que permitem construir simultaneamente as noções de razão e de proporcionalidade direta de forma natural. Consideremos, por exemplo, o seguinte problema:

Se num supermercado uma caixa com 400 g de sabão custa R\$ 3,00 e outra caixa com 200 g do mesmo sabão custa R\$ 2,00, que tipo de caixa é mais vantajoso comprar?

O significado da situação é sempre motivo de interesse, o que pode propiciar a criação de várias questões desafiadoras pelo professor e pelos alunos. Deve-se destacar nessa discussão a comparação das razões entre os preços e os respectivos pesos das caixas, com debate sobre o significado real dessas razões no problema, o que pode permitir, não só a sua solução, como também a introdução das idéias de razão, de proporção e de proporcionalidade direta.

Também é usual trabalhar a proporcionalidade direta e a inversa, com seus respectivos problemas, separadamente. De fato, por questões didáticas, há que apresentar cada tipo de proporcionalidade com suas características específicas. No entanto, a exploração conjunta de problemas semelhantes quanto ao contexto da situação, um envolvendo proporcionalidade direta, e outro, inversa, ajuda ao aluno a pensar genericamente nas variações entre as grandezas e perceber as características mencionadas.

Finalmente enfatizamos que, na maioria dos problemas envolvendo proporcionalidade direta ou inversa, há duas situações nas quais duas ou mais grandezas têm medidas variáveis. A partir de raciocínio qualitativo e, muitas vezes, genérico, é possível estabelecer uma equação igualando duas razões ou dois produtos. Resolvendo essa equação, tem-se a solução do problema. Neste sentido, esse processo pode propiciar a familiarização dos alunos com as equações, se estes ainda não as estudaram, ou enriquecer os procedimentos de resolução, para os alunos que já as utilizam.

Aspectos do Ensino de Álgebra

Muito frequentemente, professores de matemática manifestam a sua insatisfação em relação à forma como é desenvolvido o ensino de álgebra e aos resultados obtidos por eles com alunos da escola básica. Este fato é objeto de muitos estudos de pesquisadores em educação matemática, entre os quais Souza e Diniz (1994), Fiorentini, Miorim, e Miguel (1993), Coxford e Shulte (1994) e Arcavi (1995), citados na Introdução.

Neste texto, destacamos aspectos do ensino de álgebra, que são recortes dos resultados da reflexão do grupo do Projeto Fundação ao longo de todo o trabalho, tendo sido abordados no livro *Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar,...* e durante o curso promovido pelos seus autores. Entre esses aspectos há uma estreita relação e não há hierarquia.

Em primeiro lugar, a partir da análise de pesquisas e documentos, foi possível explicitar claramente razões para ensinar álgebra na escola básica, com base nas quatro concepções propostas por Usiskin (1995) e outras e incorporadas nos PCN (1998): aritmética generalizada, álgebra das equações, álgebra funcional e álgebra estrutural. Essas concepções da álgebra – referidas como dimensões, nos PCN - se distinguem essencialmente pelo papel que as letras desempenham em cada uma delas, embora sejam fortemente interligadas.

Consideramos que a proposta de distingui-las tem o objetivo de mostrar uma grande gama de habilidades e competências que o ensino de álgebra possibilita a alunos desse nível, se as quatro concepções forem valorizadas e integradas em atividades desafiadoras e significativas para os mesmos. Particularmente, a desvalorização da concepção da álgebra como expressão da variação de grandezas e o adiamento do seu estudo para o 9º ano do Ensino Fundamental, aliados ao tratamento mecanizado das demais concepções, podem ser causas das dificuldades apontadas.

A principal delas se refere à construção do conceito de variável, que é, a nosso ver, o conceito central da álgebra.

Não menos importantes são os aspectos da álgebra herdados da aritmética. Entre eles se destaca a noção de igualdade, como uma equivalência (Walle, 2009). Em geral, a experiência dos alunos iniciantes em álgebra com a igualdade os leva a construir uma imagem conceitual limitada dessa relação. Segundo ela, o sinal de igual tem sempre o papel de ligar um problema (do lado esquerdo) a seu resultado (em geral, um único número), do lado direito. A falta de familiaridade com igualdades, por exemplo, do tipo $7 \times 3 = 1 + 20$, ou com aquelas que representam as propriedades da aritmética prejudica a construção da idéia completa de equivalência, com sérias conseqüências na aprendizagem de álgebra.

Entre os tipos de igualdade com os quais se trabalha em álgebra estão as equações, sejam elas as que representam uma relação funcional entre variáveis ou aquelas “equações propriamente ditas”, cujas soluções são os valores da variável que as tornam verdadeiras. O tratamento compreensivo de tais tipos de igualdade, como representações algébricas de resultados e relações, permite aos alunos construírem o conceito de variável, em todos os seus aspectos e não somente como incógnita.

De grande importância no estudo de álgebra em nível básico é o tratamento significativo de expressões e igualdades algébricas para deduzir e comunicar idéias. Neste sentido Arcavi (1995) enfatiza a habilidade de “ler significativamente” uma expressão ou equação, que possibilita aos alunos desenvolverem sua capacidade de raciocinar genericamente e inferir resultados.

As experiências do grupo nesses últimos anos ratificam a necessidade de que estes aspectos sejam valorizados, como meio de atribuir sentido ao ensino de álgebra no nível básico. Nessa direção, enfatizamos a importância de relacionar a álgebra com a aritmética e com a geometria, em cujo processo são essenciais as funções, particularmente, as proporções.

Enfim, como em qualquer trabalho com ensino-aprendizagem de matemática, são indispensáveis as justificativas, por parte dos estudantes e do professor, permitindo a discussão dos significados produzidos por eles na realização de procedimentos algébricos, o que poderá minimizar as dificuldades de aprendizagem apontadas inicialmente.

Atividades a Serem Vivenciadas

Na oficina serão vivenciadas oito atividades que podem contribuir para destacar os aspectos relativos ao ensino de cada um desses assuntos e para indicar formas de concretizar a mencionada integração entre eles. A exploração e o enriquecimento dessas e outras atividades serão realizadas a partir da troca de experiências dos participantes da oficina.

O trabalho será feito em grupos de no máximo seis pessoas cada, que discutirão a solução ou soluções possíveis para cada atividade, antes da sistematização das soluções e comentários dos dinamizadores. Fazem parte de tais comentários os aspectos teóricos envolvidos na atividade, bem como maneiras de resolvê-la e dificuldades apresentadas pelos alunos nas experiências feitas pelo grupo autor da proposta. Isto porque todas as atividades propostas foram testadas em sala de aula de escolas de nível básico, com os resultados analisados pelo grupo antes da sua divulgação.

As cinco primeiras atividades envolvem os aspectos destacados em relação ao ensino da proporcionalidade: o tratamento simultâneo das razões e da proporcionalidade direta, situações

nas quais as grandezas variam no mesmo sentido e não são proporcionais e problemas simples de proporcionalidade direta e inversa que permitem a caracterização desses tipos de relação e propiciam a integração com a álgebra.

As três últimas se referem mais a aspectos relevantes do ensino de álgebra, sempre integrados a noções de proporcionalidade. Nelas se exploram: a representação analítica e gráfica de função em contexto ligado à realidade, o tratamento algébrico de fenômeno geométrico descrito por meio de uma função (linear ou afim) e sua representação por meio de gráfico, e a possibilidade de trabalho natural com as equações a partir de relações funcionais simples.

Todas as idéias e atividades a serem exploradas na oficina foram elaboradas e ou adaptadas em trabalho colaborativo dos autores desta proposta com os professores Ana Lucia B. Rego, João Rodrigo Statzner, Letícia Rangel, Marcos Antonio C. de Souza e os alunos Anderson L. Barbosa, Karen de A. Waltz, Kelly R Motta e Leonardo Andrade da Silva. A eles o nosso agradecimento.

Referências Bibliográficas

- Arcavi, Abraham (1995). O Sentido do Símbolo, Atribuindo um Sentido Informal à Matemática Formal. *Série Reflexões em Educação Matemática – Álgebra, História, Representação*, MEM/USU, 38-72, Rio de Janeiro.
- Ávila, Geraldo (1985). Eudoxo, Dedekind, Números Reais e o Ensino da Matemática. *Revista do Professor de Matemática*, 7, 5-10, SBM, São Paulo.
- Ávila, Geraldo (1986). Razões, Proporções e Regra de Três. *Revista do Professor de Matemática*, 8, 1-8, SBM, São Paulo.
- Ávila, Geraldo (1986). Ainda Sobre Regra de Três. *Revista do Professor de Matemática*, 9, 1-4, SBM, São Paulo.
- Brasil, MEC/SEF (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática, 5ª à 8ª Série, MEC/SEF, Brasília.
- Coxford, Arthur F. e Schulte, Albert P. (org.) (1994). As Idéias da Álgebra. Atual Ed., São Paulo.
- Post, Tomas R., Beher, Merlyn J. e Lesh, Richard (1994). A Proporcionalidade o Desenvolvimento de Noções Pré-Álgebra. Coxford, Arthur F. e Schulte, Albert P. (org.). *As Idéias da Álgebra*, 89-103, Atual Ed., São Paulo.
- Ponte, João P. da (2005). Álgebra no Currículo Escolar. *Revista Educação e Matemática*, 85, 36-41, AMP, Lisboa, nov-dez.
- Sierpinska, Ana (1992). On Understanding the Notion of Function. Dubinsky E. S. e Harel G. (ed), *The Concept of Function Aspects of Epistemology and Pedagogy*, MAA Notes, 25–58, Londres.
- Tinoco, Lucia A. de A. (coord) (1993). Razões e Proporções. Instituto de Matemática, UFRJ, Projeto Fundão, Rio de Janeiro.
- Tinoco, Lucia A. de A. (coord) (1996). Construindo o Conceito de Função. Instituto de Matemática, UFRJ, Projeto Fundão, Rio de Janeiro.
- Tinoco, Lucia A. de A. (coord) (2008). Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar,... Projeto Fundão – Ed. IM/UFRJ, Rio de Janeiro.

Walle, John A. V. de (2009). Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Tradução Artmed, Porto Alegre.

Guias de Trabalho

1) Um pacote de sabão em pó de 1 kg custa R\$ 5,60. O pacote de 600 g do mesmo sabão está sendo vendido a R\$ 3,60. Qual é a embalagem mais econômica? Como foi possível concluir a resposta?

- É possível saber quanto custará 100 g desse sabão?

2) Uma escola fará uma excursão a Petrópolis, que fica a 90 km do Rio de Janeiro.

A companhia de ônibus contratada cobrará R\$ 500,00 pelo aluguel do ônibus e mais R\$10,00 por aluno. Se 30 alunos participarem da excursão, quanto será pago à companhia? E se forem 40 alunos? E 60 alunos?

- Se o número de alunos crescer, o valor a ser pago aumentará?

- O número de alunos e o valor a ser pago são proporcionais? Por quê?

- Escreva uma igualdade que represente o valor a ser pago em função do número de alunos.

3) Na tabela temos a quantidade de ovos e o preço a pagar. Complete-a.

Copie da tabela uma expressão que permite determinar o valor do preço a pagar por uma quantidade qualquer de ovos.

Quantidade de ovos (dúzias)	Preço a pagar (R\$)
1	1,90
2	3,80
3	
	7,60
d	
	1,90y

4) Numa semana, 8 acertadores da Mega Sena receberam R\$ 3 600 000,00 cada um.

Se nesta semana o número de acertadores fossem 12, quanto receberia cada um?

- Qual a quantia a ser rateada pela loteria nesta semana?

- Como você calculou?

- A quantia a ser rateada se modifica quando muda o número de acertadores?

- Que grandezas podem variar nesta situação?

- Essas grandezas são proporcionais?

- Escreva uma igualdade que relacione a quantia que cada acertador receberá com o número de acertadores.

- Verifique se esta igualdade vale para os valores encontrados na primeira pergunta do problema.

5) A turma 701 resolveu fazer uma “vaquinha” para dar um presente à D. Roselena. Todos os alunos vão colaborar. Se o presente custar R\$ 200,00, cada aluno vai participar com R\$ 8,00.

Se a turma escolher um presente de R\$ 350,00, com quanto deverá contribuir cada aluno?

a) Tendo ou não encontrado a resposta do problema, complete a tabela ao lado e responda às perguntas:

- Que grandezas variam no problema?
- Elas são diretamente proporcionais? Por quê?
- Observe a tabela. Qual é o quociente entre os números de cada linha? Ele é constante?
- O que esse quociente representa?

200	8
100	
50	
350	

b) Resolva o problema seguinte.

A turma 702 resolveu fazer uma “vaquinha” para dar um presente à D, Roselena. Se a turma toda cooperar, cada aluno deverá contribuir com R\$ 8,00.

Se apenas metade da turma participar da “vaquinha”, e o presente for o mesmo, a quantia que caberá a cada aluno será menor ou maior? De quanto será essa quantia?

Sabendo-se que a turma tem 24 alunos, quanto deverá dar cada aluno, se apenas 20 deles participarem da “vaquinha”?

c) Tendo ou não encontrado a resposta do problema, complete a tabela ao lado e responda às perguntas:

- Que grandezas variam no problema?
- Elas são diretamente proporcionais? Por quê?
- O que se mantém constante em todas as linhas?
- O que esse produto representa?

8	24
	12
	8
	20

6) Pedro foi a uma loja de material de construção comprar tinta que custava 20 reais a lata, sendo que, por esse preço, a loja entregava a mercadoria. Se o freguês comprasse pelo menos 5 latas e levasse a compra em transporte próprio, a loja daria um desconto de 15 reais no total. Pedro só tinha 125 reais para gastar, mas podia transportar a mercadoria.

a) Por que a loja exigia um mínimo de unidades para dar o desconto?

b) Escreva uma igualdade que indique o preço a ser pago por um freguês, caso ele use o frete da loja.

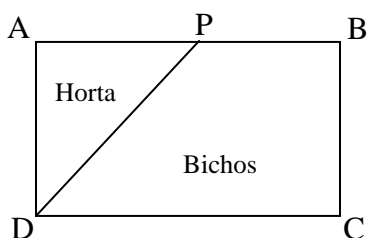
O mesmo, para o caso de o freguês não usar o frete da loja.

c) Qual o menor número de latas que Pedro poderia comprar para ter o desconto? E quanto ele iria pagar por essa compra?

d) Qual o maior número de latas que Pedro poderia comprar? E quanto ele iria pagar por essa compra?

7) O dono de um sítio, de forma retangular de dimensões 4 e 8 metros, quis dividir seu terreno de modo a poder criar bichos e fazer horta.

Para isso, amarrou uma ponta de um rolo de tela num canto do terreno (D) e fixou o resto do rolo num ponto qualquer (P) do lado oposto AB do mesmo. Conforme a sua necessidade, ia variando o ponto P, sempre sobre AB.



a) Desenhe a região da horta, para o caso em que **P** está a 0,5 m de **A**. Pinte esta região. Qual a área dela?

b) Represente a distância de **A** a **P** pela letra **d** e execute as instruções acima para **d** = 1,2 ; **d** = 3; **d** = 5,5; **d** = 7,8 e responda:

- Existem hortas **ADP** para os seguintes valores de **d**?

$$\mathbf{d} = 0,1 \quad * \quad \mathbf{d} = 0 \quad * \quad \mathbf{d} = 8 \quad * \quad \mathbf{d} = \sqrt{2}$$

- Quais os valores inteiros que **d** pode assumir?

- Que valores **d** pode assumir?

- A área da região da horta depende do valor de **d**?

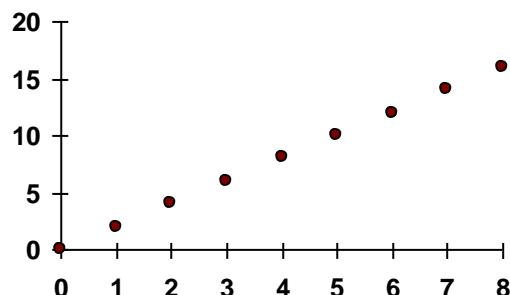
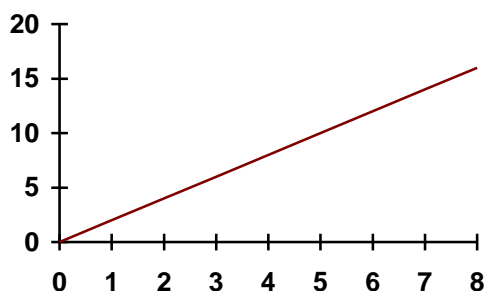
- Qual o valor de **d** correspondente à horta de maior área?

c) Dê uma expressão para a área da horta em função de **d**.

d) Qual a posição do ponto **P** para que a área da horta seja 5? E 7,4?

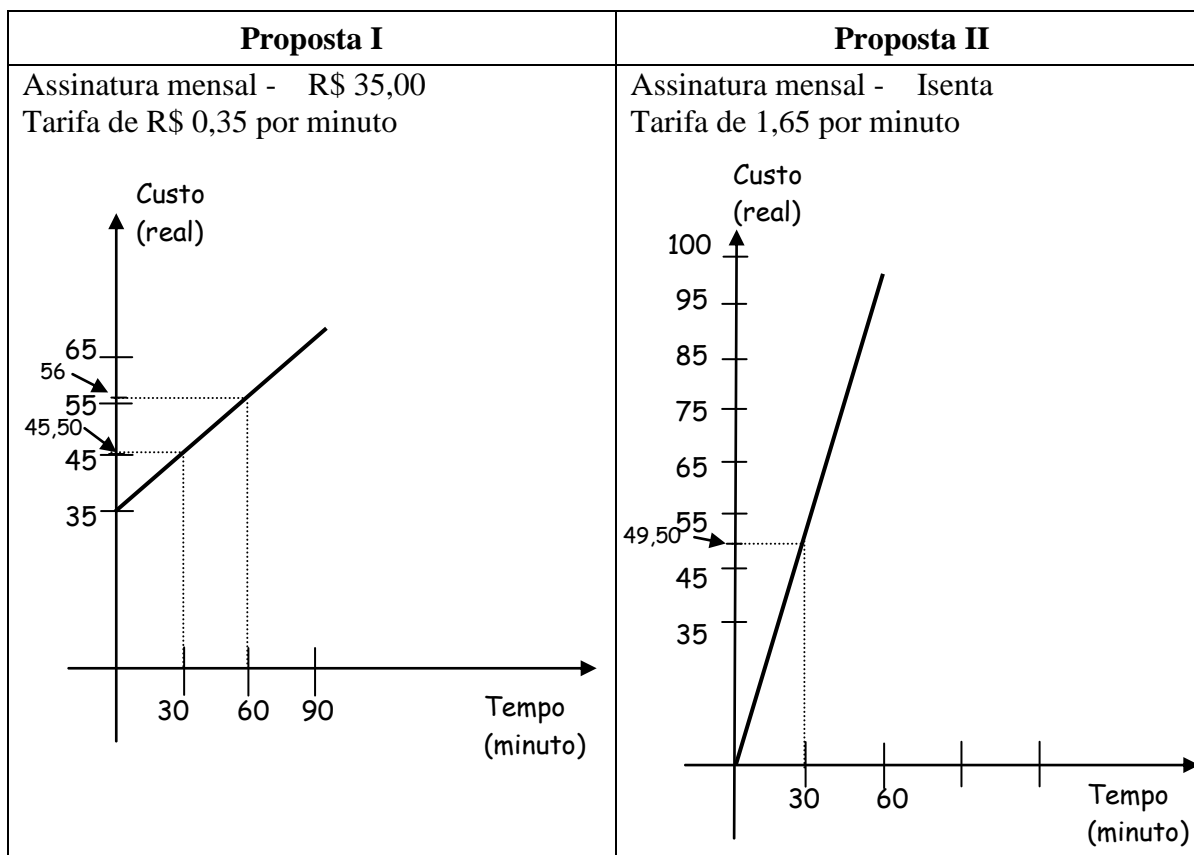
e) A área da horta aumenta ou diminui quando o ponto **P** se aproxima do canto **B** do terreno?

f) Observe os gráficos abaixo. Qual deles representa a situação descrita pelo problema?



g) Que função o gráfico representa?

8) Uma companhia de telefone celular oferece dois tipos de contrato, conforme as duas propostas a seguir.



Analisando essas propostas, responda às perguntas, justificando as suas respostas.

- Quanto uma pessoa que optar pela Proposta I terá que pagar no fim do mês, se fizer ligações num total de 30 minutos? E 60 minutos?
- E se a pessoa optar pela Proposta II, qual será a sua conta mensal pelos 30 minutos? E pelos 60 minutos?
- Em qual das duas propostas o preço a pagar no fim do mês é proporcional ao tempo usado nas ligações?
- Podemos afirmar que, nas duas propostas, a quantia a pagar mensalmente é função do tempo utilizado nas ligações?
- Escreva as fórmulas que representam essas funções.
- Se a pessoa não usar o telefone para fazer ligações, mas apenas para receber, em qual das duas propostas ela não terá que pagar nada no fim do mês?
- Qual das propostas você acha mais vantajosa?

Informação geral	
Título da oficina - Proporcionalidade e Pensamento Algébrico – Como e Por que Integrar?	
Nome dos autores – Lucia A. de A. Tinoco, Gilda Maria Quitete Portela, Maria Palmira da Costa Silva e Tatiana Cardoso Maia	
Instituições dos autores – Projeto Fundão, IM/UFRJ	
País ou países dos autores - Brasil	
Número de horas mais convenientes (2)	2
Nível de escolarização para o qual será dirigido (Educação Infantil, Anos iniciais do Ensino, Anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior, ou geral.	Anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio
Número máximo de pessoas.	40
Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários (Projektor multimídia, TV grande, laboratório de informática, conexão à internet)	Projektor multimídia com computador