XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
2011 CIAEM 50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil

Álgebra com funções no Ensino Fundamental

Maria Alice **Gravina**
Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Brasil
gravina@mat.ufrgs.br

Newton Bohrer **Kern**
Escola de Pastor Dohms
Brasil
newton.kern@gmail.com

Resumo

Este artigo discute uma proposta didática implementada que trata da introdução ao pensamento algébrico através da dimensão funcional, na 6ª série do Ensino Fundamental. Na viabilização da proposta foi de grande importância a utilização do objeto de aprendizagem 'Máquinas Algébricas', pelas suas possibilidades de concretização de relações funcionais em interface adequada para alunos de 6ª série. A pesquisa realizada, dentro dos princípios da Engenharia Didática, documenta que os alunos trabalharam com o pensamento algébrico via o conceito de função, sabendo expressá-lo em tabela, gráfico e lei algébrica.

Palavras chave: ensino fundamental, álgebra, funções, objeto de aprendizagem.

Introdução

Boa parte dos conteúdos de Matemática trabalhados nas 5ª e 6ª séries (6º e 7º anos) do Ensino Fundamental tem aplicação direta no cotidiano, e assim os alunos se sentem naturalmente motivados para o seu estudo. Os alunos não costumam questionar a necessidade de aprender sobre números negativos, unidades de medidas, números decimais, porcentagens ou proporções. Mas quando se inicia o estudo da álgebra, surgem os questionamentos e as dificuldades.

Como deveria ser feita, na escola, a introdução ao pensamento algébrico? Existem diferentes idéias, diferentes enfoques. Charbonneau (1996) diz que a álgebra seria um caminho para manipular relações. Usiskin (1997) chama a atenção para as diferentes interpretações e concepções associadas à álgebra: aritmética generalizada; estudos de procedimentos para resolução de problemas; estudo de relações entre quantidades; e estudo de estruturas e propriedades.

Para o ensino da álgebra temos como recomendações gerais nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino da Matemática de 5ª a 8 ª séries: *O estudo da Álgebra constitui* *um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas* (p. 115).

Os PCNs destacam as diferentes dimensões a serem contempladas no estudo da álgebra escolar , sinalizando as características quanto ao uso das letras, bem como os diferentes conceitos e procedimentos que se apresentam em cada uma destas dimensões, sumarizados no diagrama da Figura 1.

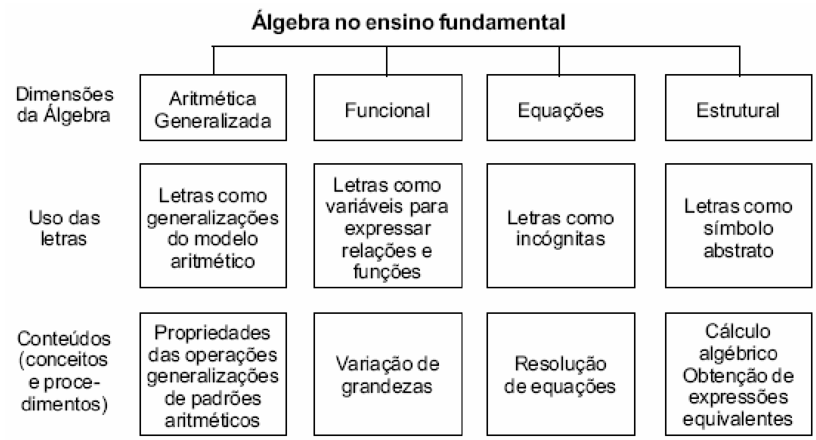


Figura 1. Dimensões para o ensino da álgebra.

Este documento também alerta para o fato de que os professores não trabalham na escola com todas estas dimensões, sendo que privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações. Desta forma perde-se a oportunidade de realizar um ensino que articula o desenvolvimento das diferentes competências que concorrem para o amadurecimento de raciocínios de natureza algébrica.

Em Kern (2008) tem-se uma análise de livros didáticos aprovados pelo MEC que aponta a forte presença da introdução ao pensamento algébrico através da resolução de problemas. A análise também mostra que muitos destes problemas podem ser resolvidos com raciocínios aritméticos, e é assim que os alunos procedem. Desta forma a necessidade de uso da linguagem algébrica não se apresenta de forma convincente, dado que os problemas motivadores não são os mais apropriados.

No que segue apresentamos uma proposta didática de introdução ao pensamento na 6ª série através da dimensão funcional, desenvolvida na dissertação de mestrado ‘Uma introdução ao pensamento algébrico na sexta série através de relações funcionais’ de Kern(2008). A proposta prevê o uso do objeto de aprendizagem ‘Máquinas Algébricas’, um recurso digital de fundamental importância pelas suas possibilidades de concretização de relações funcionais em interface adequada para alunos de 6ª série.

Uma proposta para a introdução ao pensamento algébrico

A construção da proposta aconteceu dentro dos princípios da Engenharia Didática, uma metodologia de pesquisa voltada para experiências em sala de aula que exige uma concepção acompanhada de análises a priori, a experimentação e sua análise a posteriori (Artigue, 1996).

Considerando que a dimensão "Funcional" da álgebra é pouco, ou quase nunca, trabalhada na 6ª série, e também que com ela podemos contemplar, em parte, as outras dimensões destacadas no Parâmetros Curriculares Nacionais, fizemos a nossa primeira escolha didática: tomar a perspectiva das relações funcionais, aqui incluindo a modelagem, como um caminho para a introdução ao pensamento algébrico.

Nossa segunda escolha didática apóia-se em princípios tomados da 'Educação Matemática Realista (EMR)', desenvolvida pelo Instituto Freudenthal da Universidade de Utretch - Holanda[1], nos meados da década de 70, como uma reação aos efeitos da matemática moderna, em particular quanto a ênfase que começou a ser dada às estruturas e formalismos no ensino da matemática escolar. Um dos princípios da EMR é que a matemática deve ser descoberta e reinventada pelos alunos, devendo ser vivida como uma atividade humana, para que se torne então um conhecimento pleno de significado (Verschaffel e Corte, 1997).

A aprendizagem, dentro deste princípio, pode ser especialmente contemplada quando se faz uso de *objetos de aprendizagem* – são pequenos softwares de natureza interativa, voltados para aprendizagem de conteúdos específicos. Estes objetos tem natureza *concreto-abstrata*: são concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem as elaborações e construções mentais, resultantes das manipulações.

O site do Instituto Freudhental abriga uma extensa coletânea de *objetos de aprendizagem* tratando de conteúdos de aritmética, álgebra, geometria, funções, matemática discreta, entre outros assuntos. Um deles é o objeto 'Máquinas Algébricas'[2], escolhido para ser usado em nossa proposta didática porque dispõe de uma estrutura que provoca, de forma natural, o pensamento algébrico no contexto das relações funcionais. Explicamos o funcionamento deste objeto: tem-se nele uma área de trabalho e uma área de signos consistindo de 'caixas brancas' para entrada e saída de dados e 'caixas laranja' indicando diferentes operações (soma, diferença, multiplicação, divisão, elevar ao quadrado, extrair a raiz quadrada, operar com potências). As operações são implementadas na área de trabalho (região branca) e o aluno pode utilizar livremente as 'caixas brancas e laranjas', arrastando-as para a área de trabalho e ligando-as com setas que estruturam a ordem das operações. Na Figura 2 temos duas máquinas: a primeira implementa a operação aritmética (2 . 3 + 5), nisso usando três 'caixas brancas' onde são colocados os números 2, 3 e 5; duas 'caixas laranjas' onde são colocadas as operações de multiplicação e soma; e finalmente uma caixa branca que, automaticamente, apresenta o resultado da operação. A segunda máquina implementa a operação algébrica (2 . x + 5) . Agora, em uma das 'caixas brancas' tem-se a variável 'x' e associado a esta operação também se pode obter, automaticamente, a tabela e o gráfico da função y= (2 . x + 5), os quais se atualizam de acordo com as alterações feitas nos coeficientes da função.

[1] O Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education tem como objetivo traçar diretrizes e produzir material visando a melhoria do ensino de matemática e de ciências. Site em http://www.fi.uu.nl/en/

[2] Este objeto foi desenvolvido no Instituto Freudenthal (http://www.fi.uu.nl). Uma versão em português está disponível no site EDUMATEC, em http://www.edumatec.mat.ufrgs.br, no link Atividades / Atividades Diversas de Funções e Gráficos

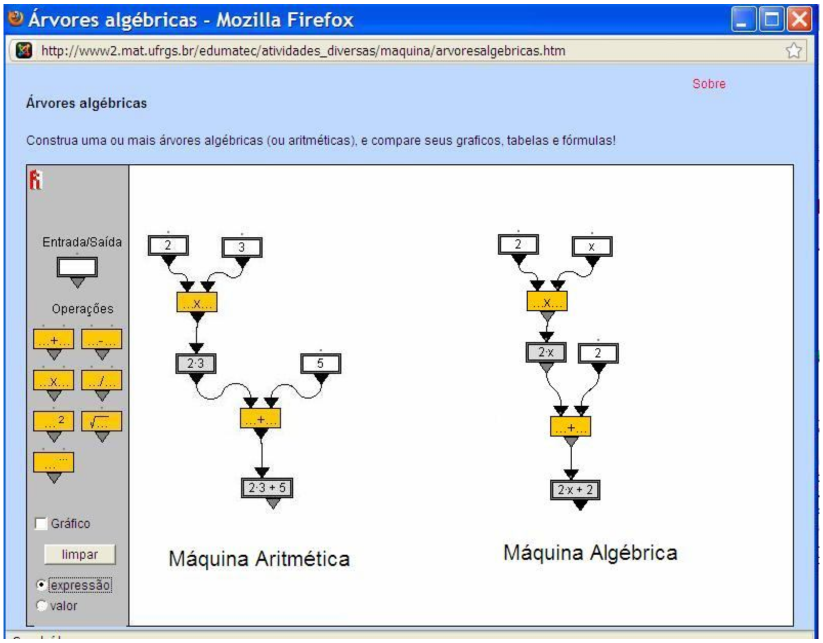


Figura 2. Interface do objeto “Máquinas Algébricas”.

O objeto “Máquinas Algébricas” muito pode contribuir para o aprendizado do significado das “letras” na álgebra. O aluno, diante de um determinado problema, esquematiza o seu processo de resolução e usa a ‘caixa branca’ como espaço a ser ocupado por números que correspondem a situações particulares do problema a ser resolvido, e tem-se nesse procedimento o uso da idéia de variável, ainda sem maiores formalismos. Com a máquina, o aluno não precisa se preocupar em efetuar cálculos, sendo apenas necessário que identifique as etapas de resolução do problema. A habilidade do aluno para representar as etapas do problema através de uma ‘máquina’ pode ser identificada como o início da explicitação do pensamento algébrico.

A seqüência didática foi projetada para provocar, de forma intencional, procedimentos aritméticos repetitivos e para que assim se criassem as condições para os primeiros raciocínios generalizadores que dão sentido ao uso da “letra como variável”. O reconhecimento, por parte do aluno, de que a substituição de um certo valor numérico, colocado em ‘caixa-branca’ da máquina, por outro valor numérico não provoca alteração na estrutura do problema é um passo crucial na construção da idéia de variável e de expressão algébrica.

Uma atividade de modelagem matemática fez parte da proposta didática: os alunos realizam uma experiência prática, fazendo medições, coletando informações, construindo tabelas e gráficos, representando a modelagem do problema de diferentes formas, formulando hipóteses e respondendo a determinados questionamentos. Essa atividade de modelagem também tratou de relações entre variáveis.

A seqüência de atividades concebida visou um processo de aprendizagem com crescente exigência quanto ao uso da linguagem algébrica. De início criou-se à necessidade da generalização, ainda que de forma intuitiva; depois veio a exigência de expressar as relações funcionais através da linguagem algébrica, nisso usando-se diferentes representações – tabelas, gráficos e expressões algébricas.

A experiência e os resultados

A experiência de ensino foi realizada com uma turma de 6ª série de uma escola privada de Porto Alegre. A turma tinha um total de 30 alunos, com idades variando entre 11 e 13 anos. A dinâmica de trabalho com os alunos, em um total de seis encontros (três encontros de 55 minutos e três encontros de 110 minutos) - foi a seguinte:

- cinco dos encontros aconteceram no laboratório de informática e os alunos, na sua grande maioria, trabalharam em duplas; um encontro foi reservado para a atividade de modelagem matemática e, dada a sua natureza, aconteceu com os alunos dispostos em grupos de quatro, em torno da mesa onde foi feita a experiência de medição, coleta de dados, construção de tabela, construção do modelo matemático;
- em todas as atividades os alunos receberam uma "folha guia da atividade", com os problemas a serem explorados e com espaços em branco para escreverem suas respostas, muitas delas transcrições das 'máquinas' por eles construídas;
- ao final de cada encontro o professor[3] conduziu momentos de discussão coletiva, de forma a sistematizar o conhecimento produzido pelos alunos.

É a partir da análise da produção dos alunos, em algumas das atividades propostas, e de observações feitas no momento da experiência que vamos apresentar o processo de aprendizagem por eles vivenciado. O primeiro problema proposto foi o 'Parque de Diversões':

> *Um parque de diversões cobra R$5,00 pelo ingresso e R$3,00 por brinquedo.*
> *a) Quanto Carla gastará se andar em 7 brinquedos? E se andar em 12?*
> *b) Se Vitor gastou R$ 56,00, em quantos brinquedos andou? E se Daniela tinha R$ 40,00, em quantos brinquedos andou?*

Para resolver o item (1), os alunos construíram inicialmente a máquina que calcula o gasto com 7 brinquedos e depois construíram uma nova máquina para responder a pergunta relativa a 12 brinquedos, sem que houvesse maior atenção à similaridade da estrutura algébrica que responde as duas perguntas.

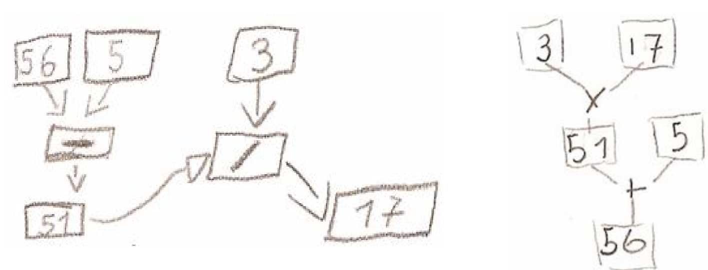


Figura 3. Primeiras máquinas produzidas pelos alunos

Para o item (2), alguns alunos construíram máquinas com as operações inversas; outros utilizaram a máquina construída para o item (1) e através de tentativas com diferentes valores numéricos determinaram o número de brinquedos correspondentes, por exemplo, a R$56,00. As

[3] O professor é um dos autores deste artigo.

máquinas produzidas pelos alunos estão ilustradas na Figura 3.

Neste primeiro encontro a grande maioria dos alunos respondeu as perguntas dos dois problemas propostos (e similares) construindo, de forma repetitiva, muitas máquinas aritméticas– todas elas com a mesma estrutura. No segundo encontro, os alunos trabalharam com o problema ‘Impressoras’:

> *O laboratório de informática da escola tem duas impressoras: uma tipo “ jato de tinta” e outra tipo “ laser”. A “jato de tinta” imprime 12 páginas por minuto e a “laser” imprime 18 páginas por minuto.*
> *(1) Quantas páginas a “jato de tinta” imprime em 2 minutos? E em 5 minutos? E em 13 minutos*?
> (2) *E quantas páginas a “laser” imprime em 3 minutos? E em 7 minutos? E em 12 minutos*?
> *(3) As duas impressoras juntas imprimirão quantas páginas em 6 minutos? E em 9 minutos*?

Neste encontro observamos que os alunos começaram a utilizar uma mesma máquina para responder questões similares, apenas trocando o valor numérico da caixa-branca correspondente a variável ‘minutos’. Diferentes soluções foram apresentadas para o item (3): alguns alunos calcularam a quantidade de ‘folhas impressas’ em cada impressora, e depois somaram os resultados; outros alunos somaram as taxas de produção das duas impressoras, concluindo que juntas imprimiam 30 páginas por minuto e então multiplicaram esta taxa de produção pelo tempo. Nos seus itens (4) e (5) problema foi estruturado com foco nas funções inversas:

> *(4) Quanto tempo a “jato de tinta” leva para imprimir 900 páginas*? Q*uanto tempo a “laser” leva para imprimir 900 páginas*?
> (5) Q*uanto tempo as duas juntas levam para imprimir 900 páginas*? *E quantas páginas imprime cada uma das impressoras?*

Para responder o item (4), os alunos construíram a máquina que divide a quantidade de páginas pela taxa de produção da impressora, usando uma caixa branca como variável “taxa”. Mas alguns alunos também resolveram o item utilizando a máquina construída para resolver os itens (1) e (2) do problema e através de tentativas em valores para tempo encontraram o valor que corresponde às 900 cópias. Nestes dois procedimentos observamos diferentes habilidades, conforme ilustra a Figura 4: no primeiro procedimento os alunos estão trabalhando com o conceito de função; já no segundo procedimento, os alunos trabalham com a idéia de incógnita t de uma equação e através de tentativas determinam o valor de t que resolve $12 . t = 900$.

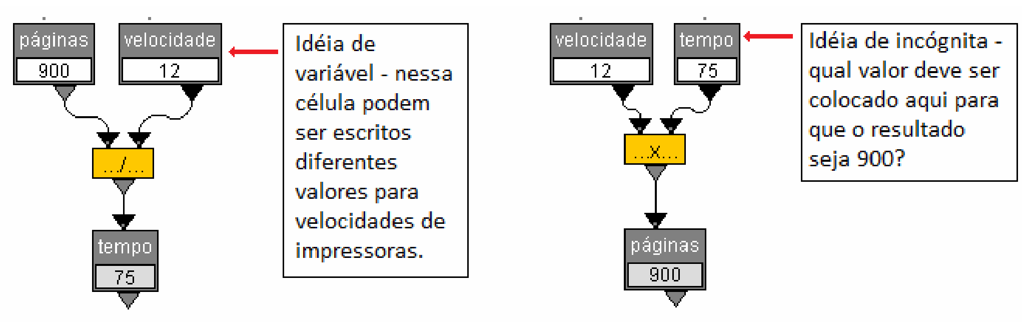


Figura 4. As máquinas e o conceito de função e equação.

Já a máquina que responde o item (5) tem estrutura semelhante ao clássico problema das “duas torneiras”[4]. É um item cuja resolução exige maiores habilidades. Se para resolver o item (3) basta somar as taxas de produção das impressoras e então multiplicar pelo tempo de funcionamento, em (5) tem-se um total de cópias produzidas pelas duas impressoras, com taxas de produção distintas, e um tempo de funcionamento ser determinado. Esta é uma pergunta para a qual os alunos ainda não construíram uma máquina que possa ser utilizada em procedimento tipo ‘tentativas’, e aqui temos uma situação em que a linguagem da álgebra é fundamental para a estruturação do raciocínio que resolve o problema.

Julgamos que este item (5) é bastante complexo para alunos de 6ª série e é interessante observar que, fazendo uso das Máquinas Algébricas, muitos dos alunos apresentaram solução correta: somaram as taxas de produção das duas impressoras e concluíram que ‘*juntas elas imprimem 30 páginas por minuto*’ e então dividiram 900 páginas pela taxa ‘30 páginas por minuto’ para assim determinar o tempo de 30 minutos (Figura 5).

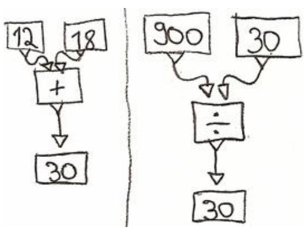


Figura 5. O problema das ‘Impressoras’

Neste segundo encontro a grande maioria dos alunos mostrou bastante desenvoltura na construção de máquinas generalizadoras (ou seja, de natureza algébrica), tanto para expressar o número de cópias produzidas pela impressora em função do tempo, quanto para expressar a relação inversa em que o tempo é função do número de cópias.

Foi no terceiro encontro que os alunos trabalharam com a atividade de modelagem. O material para a atividade, distribuído para os grupos formados por quatro alunos, consistia de: garrafa plástica de 2 litros contendo uma certa quantidade de água e com marcações espaçadas por 1 cm, a partir do nível d´água, e 100 bolinhas de vidro; folha “guia de atividade” e folha quadriculada com sistema de coordenadas.

Os alunos seguiram a orientação da folha “guia da atividade”, que dizia:

> *(1) Na garrafa, adicione bolinhas de vidro, uma a uma, até que o nível da água suba exatamente 1 cm. Marque essas informações na tabela.*
> *(2) Quantas bolinhas precisamos para que o nível da água suba: 1 cm? 3 cm? 7 cm?*

Bolinhas	cm

Um dos objetivos da atividade foi levar os alunos à situação de observar, de forma experimental, a relação entre duas variáveis - no caso, a quantidade de bolinhas e a altura do

---

[4] Dada a vazão de água de duas torneiras, pede-se o tempo necessário para encher um determinado tanque , tendo-se as duas torneiras abertas.

nível da água. Inicialmente todos os grupos, colocando bolinha após bolinha, contaram quantas eram necessárias para fazer subir o nível d´água em 1 cm. Já para fazer subir o nível d´água em 2 cm , as atitudes foram diversificadas: alguns dos grupos, continuaram colocando as bolinhas de vidro na garrafa e fazendo a contagem, enquanto que em outros grupos houve a manifestação de que *"se já sei quantas bolinhas deslocam a água em 1 cm, para saber as outras respostas basta multiplicar"*.

Para determinar a quantidade de bolinhas necessárias para que o nível de água subisse 7 cm, esta uma questão com intenção de provocar raciocínio generalizador, os grupos apresentaram diferentes, e interessantes, comportamentos:

- um dos grupos coletou as bolinhas que estavam sobrando nos demais grupos para que pudesse realizar, concretamente, a experiência de '*ver a água subir*", e assim se colocou na exaustiva atitude de contar as bolinhas enquanto observava o nível d´água subir 7 cm ;
- outro grupo, obteve o resultado $37 + 37 + 56 = 130$ bolinhas , considerando o número de bolinhas correspondentes a deslocamentos do nível d´água de 2 cm e 3 cm, que já haviam sido calculados;
- um grupo fez raciocínio com média aritmética: observou que para o deslocamento do primeiro cm foram usadas 17 bolinhas e que para do segundo foram 21 bolinhas, e fazendo então a média aritmética $(17 + 21) \div 2 = 19$ determinaram o número de bolinhas correspondente a variação de 1 cm no nível d´água. E finalmente fizeram a multiplicação $19 \cdot 7 = 133$ bolinhas;
- também registramos grupos que aplicaram de imediato o raciocínio generalizador, fazendo uso da idéia de função e em particular do conceito de proporcionalidade – *se com 17 bolinhas a água sobe 1cm , então para subir 7 cm é so multiplicar 7 . 17 = 119 .*

Bolinhas	centimetros
17	1
0	0
37	2
56	3
75	4

Bolinhas	centimetros
15	1
34	2
51	3
70	4
89	5

Bolinhas	centimetros
17	1cm
0	0
38	2 cm
77	4 cm
95	5 cm

Bolinhas	centimetros
18	1
92	5
37	2
56	3
76	4

Bolinhas	centimetros
14	1
35	2
54	3
75	4
96	5
0	0

Bolinhas	centimetros
15	1
35	2
54	3
74	4
93	5
0	0

Figura 7. Dados coletados pelos alunos na atividade de modelagem

A diversidade de valores obtidos na coleta de dados feita pelos alunos, registrada na Figura 7 (por exemplo os valores 70, 74, 75, 76 e 77 correspondentes a variação de 4 cm) produziu uma interessante discussão em sala da aula, com a formulação de várias hipóteses para os diferentes dados numéricos. Disseram os alunos que: as bolinhas de vidro poderiam ter tamanhos diferentes; as marcações nas garrafas não eram muito precisas; a falta de cuidado no uso da régua.

A atividade prosseguiu com outras formas de representar os dados coletados, agora na direção de construção de função que modela o fenômeno sob estudo, via gráfico e máquina algébrica:

> *(4) Marque todos os pontos obtidos a partir da tabela na folha quadriculada.*
> *(5) Os pontos que você marcou estão alinhados?*
> *(6) Há um ponto que podemos marcar no gráfico que não depende de medição. Qual é este ponto?*
> *(7) Trace uma reta que passe o mais próximo possível de todos os pontos.*
> *(8) Observe o gráfico e responda: quantas bolinhas são necessárias para que o nível da água suba: 1 cm? 4 cm? 0,5 cm?*
> *(9) Como seria uma "máquina" algébrica que resolve os três itens acima?*

Ao construir os pontos na folha quadriculada, os alunos logo perceberam um certo alinhamento. Para fazer o traçado da reta, o professor precisou chamar atenção para um ponto que pode ser marcado na grade e que não depende de medição e os alunos logo concluíram que se tratava do ponto (0,0). Usando o ponto (0,0), eles traçaram a reta solicitada no item (7), conforme registro feito na Figura 8.

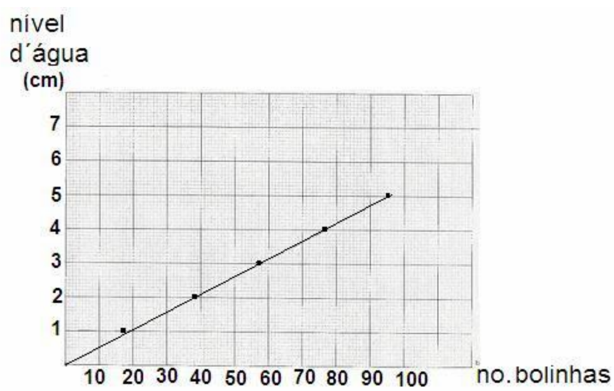


Figura 8. Gráfico do nível d´água em função da quantidade de bolinhas.

Vale aqui observar que no fenômeno modelado, o procedimento de colocar bolinhas na garrafa, uma a uma, corresponde a processo de modelagem discreta. Ao utilizar o sistema de coordenadas para marcar os pontos correspondentes as medidas feitas, os alunos identificaram um conjunto de pontos aproximadamente alinhados. Foi a partir destes dados, que foram solicitados a traçar uma reta que "*ficasse muito próxima dos pontos marcados*". Neste momento estava sendo iniciada a transição do modelo discreto para o modelo contínuo. Fazendo uso da reta,

Foi observando a reta gráfico da função que os alunos determinaram a quantidade de bolinhas necessárias para que o nível da água subisse 1 cm e 0,5 cm (item (8) do problema, e entenderam a importância da representação gráfica para obter estas respostas (lembramos que a coleta de dados foi em contexto discreto, sem a possibilidades de particionar uma bolinha). E quanto a quantidade de bolinhas para uma variação de 4cm , através do gráfico identificaram o valor correspondente e puderam comparam com o valor obtido na coleta de dadas, e isto foi também foi ilustrativo no que diz respeito ao processo de modelagem.

Por fim, os grupos construíram a máquina que relaciona as variáveis 'nível d'água' e 'número de bolinhas', tendo o cuidado de manter a caixa branca vazia para receber a variável independente. No geral, os alunos produziram as máquinas algébricas; mas ainda observamos alguns casos de procedimentos repetitivos de construção de máquinas aritméticas para responder sobre o 'número de bolinhas' quando nível sobe 1cm, 4 cm ou 0,5 cm. A Figura 9 ilustra os diferentes tipos de máquinas que foram produzidas pelos alunos.

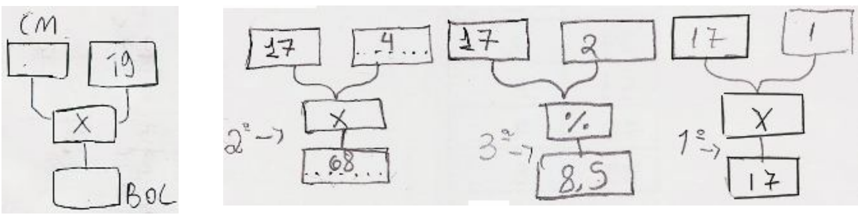


Figura 9 . Máquinas algébrica e aritmética produzidas pelos alunos

Ao final da atividade de modelagem foram retomadas as diferentes formas de representação do fenômeno modelado – tabela, gráfico e máquina. E a partir da máquina algébrica que modela o fenômeno, e em discussão com o grande grupo , foi introduzida a letra "x" para representar a "caixa branca" vazia e assim juntos escrevemos a lei da função em línguagem algébrica : número de bolinhas = 19 . x , onde x é a variação do nível da água em cm.

No quarto encontro voltamos à experiência das "Bolinhas na água", e usando a "folha guia de atividades" os alunos trataram de observar a variação do nível da água em diferentes tipos de recipientes cilíndricos, para então estabelecer as correspondentes relações funcionais, utilizando os diferentes tipos de representação - tabela, gráfico e máquina:

A experiência da medição do nível de água na garrafa, com bolinhas, foi realizada com os recipientes abaixo. Os dados foram registrados em três tabelas diferentes, uma para cada recipiente.

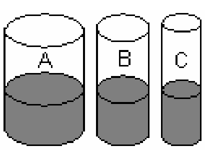
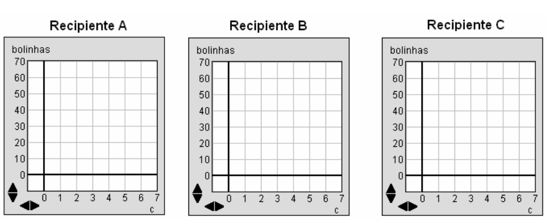


Tabela 1	
bolinhas	cm
30	3
60	6
90	9

Tabela 2	
bolinhas	cm
30	2
60	4
90	6

Tabela 3	
bolinhas	cm
12	1
36	3
60	5

a) *Usando os dados das tabelas, identifique o correspondente recipiente e faça o gráfico correspondente a cada um dele..*



b) Construa as máquinas que relacionam a variação no nível d´água com o número de bolinha.

No sistema de coordenadas com grade quadriculada os alunos marcaram os pontos informados nas três tabelas, traçaram a reta correspondente aos gráficos e, sem maiores dificuldades, estabeleceram as correspondências entre recipientes, tabelas e gráficos. Os alunos também construíram as máquinas correspondentes a cada um dos três recipientes (Figura 10), e escreveram as leis das funções que relacionam o número de bolinhas com a variação do nível d´água.

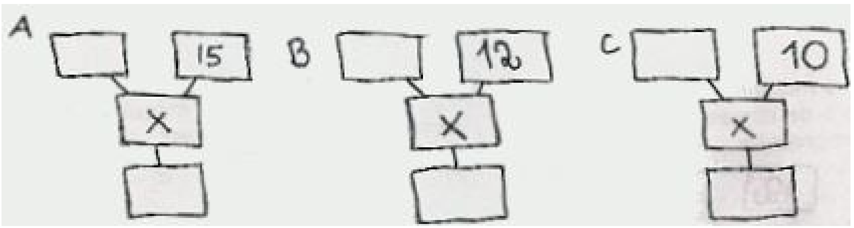


Figura 10. Máquinas dos três recipientes construídas pelos alunos

Sendo este um problema com muitas informações e considerando que estávamos trabalhando com alunos de 6ª série , grande foi a nossa satisfação ao observar as pertinentes resoluções apresentadas por um número significativo de grupos.

Além dos quatro encontros aqui analisados, foram realizados mais dois encontros como parte de nossa experiência de ensino. Nestes encontros os alunos trabalharam, essencialmente, com máquinas mais elaboradas quanto ao número de variáveis envolvidas no problema. Por exemplo, uma das máquinas que construíram resolvia o problema de calcular o "gasto do freguês" em uma pizzaria, onde havia o consumo de pizza, refrigerante e sorvete. Alguns grupos produziram "máquinas" mais elaboradas ao incluírem também o dinheiro para pagamento e o correspondente troco a ser dado ao freguês. Em Kern (2008) tem-se uma análise detalhada do desenrolar das demais atividades realizadas com os alunos indicando dificuldades e progressos, e é um material que também pode ajudar os professores interessados em realizar novas experiências de ensino no contexto da álgebra.

Conclusões

Ao longo da realização da experiência observamos uma evolução no desempenho dos alunos, sendo-nos possível identificar um crescimento na compreensão da linguagem algébrica. Nisso foi muito importante a utilização do objeto *concreto-abstrato* "Máquinas Algébricas", pois com ele , de inicio os alunos construíram, para cada caso particular do problema, uma nova máquina, ainda indicando um forte raciocínio de natureza aritmética. Depois os alunos avançaram com a construção das máquinas genéricas que resolviam um mesmo problema em muitas situações particulares, então já indicando um raciocínio de natureza algébrica.

Intencionalmente a seqüência de atividades proposta aos alunos se restringiu à situações que tratavam de proporcionalidade, pois nosso objetivo maior foi propor uma introdução ao pensamento algébrico via trabalho com funções, e para isto julgamos pertinente uma experiência se desenvolvesse dentro da simplicidade do modelo linear.

O ensino de um conteúdo de um modo diferente exige, do professor , um processo de reflexão, de experimentação e analise. Vivemos este processo e como resultado constatamos que ao desenvolver nos alunos de 6ª série a habilidade de expressar relações entre variáveis propiciamos uma introdução ao pensamento algébrico de forma tal que o "uso das letras" se tornou bastante natural. A resolução de problemas usando o aplicativo "Máquinas Algébricas" possibilitou, aos alunos, a transição do raciocínio de natureza aritmética àquele de natureza algébrica, sem que houvesse a necessidade de apresentação formal da noção de variável e função. Além da idéia de variabilidade e de dependência entre variáveis, os alunos indicaram ter compreendido as diferentes formas de representação de uma situação que envolve uma relação funcional – tabelas, gráficos, expressão algébrica.

Bibliografia e referências

Artigue, M., (1996). Didática das Matemáticas. Em Brun, J. (org). *Didática das Matemáticas* Lisboa, Instituto Piaget, 193-217.

Charbornneau, L., (1996). From Euclid to Descartes: Algebra and its Relation to Geometry. Em N. Bednarz et al. (eds.), *Approaches to Algebra*. Kluwer Academic Publishers, 15-37.

Janvier,C . , (1996). Modeling And The Initiation Into Algebra. Em N. Bednarz et al. (eds.), *Approaches to Algebra*, Kluwer Academic Publishers, 225-236

Kern , N. B. , (2008). Uma introdução ao pensamento algébrico na sexta série através de relações funcionais. Dissertação de Mestrado no PPGENSIMAT, UFRGS, em http://www.ufrgs.br

Ministério da Educação(1998). Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática , Ensino de quinta a oitava séries. Brasília,SEF, em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf

Usiskin, Z. ,(1997). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. Em A. Coxford, & A. Shulte,A. (Org.). *As Idéias da Álgebra* . São Paulo: Atual, 9-22.

Verschaffel, L. & CORTE, E.,(1997) Teaching Realistic Mathematical Modeling in the Elementary School: A Teaching Experiment With Fifth Graders. *Journal for Research in mathematics Education*, vol. 28, nº 5, 577-601.