

RACIONALIDAD DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS SUBYACENTE EN EL DISEÑO DE TAREAS SOBRE ARGUMENTACIÓN¹

Mathematics teacher educators' rationality underlying the design of tasks on argumentation

Molina, O., Camargo, L., Perry, P. y Samper, C.
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia

Resumen

Presentamos parte de la racionalidad de un colectivo de formadores de profesores de matemáticas que están inmersos en el diseño de tareas que buscan promover el aprendizaje sobre argumentación. Analizamos fragmentos de interacciones de los formadores en los que se expresan argumentos cuyo propósito es sustentar la aceptabilidad de propuestas de tareas. Usamos el Modelo de Toulmin (2007) para estructurar los argumentos y, con ello, indicar el dato y la garantía que sustentan una aseveración; para caracterizar las razones, adaptamos la clasificación de garantía propuesta por Nardi et al. (2012). El análisis revela que las razones de las propuestas o decisiones de los formadores son de diversa naturaleza (institucional-curricular, empírica-investigativa, empírica-profesional, pedagógica y creencia); también, que la racionalidad caracterizada puede incitar reflexión sobre aspectos del quehacer propio de estudiantes para profesor, formadores e investigadores.

Palabras clave: *racionalidad del formador de profesores de matemáticas, argumentos del formador, clases de garantías y datos, tareas de formación profesional.*

Abstract

We present evidence of the rationality of a group of mathematics teacher educators who are immersed in the practice of designing tasks that seek to promote learning about argumentation. We analyze fragments of interactions among the educators in which arguments are formulated to support the acceptability of task ideas or points of view. We employ Toulmin's Model (2007) to structure of the arguments and, with it, to identify the data and warrant that support an assertion; to describe the reasons, we adapt the classification of warrants proposed by Nardi et al. (2012). The analysis reveals that such reasons are of a varied nature (institutional-curricular, empirical-research, empirical-professional, pedagogical and beliefs); also, that the identified rationality can incite reflection on aspects of the work of pre-service mathematics teachers, teacher educators and researchers.

Keywords: *mathematics teacher educator rationality, educator arguments, type of warrant and data, professional training tasks.*

INTRODUCCIÓN

Sierpinska (2004) reconoce el diseño, el análisis y el testeo de tareas de aprendizaje como asuntos centrales en la Educación Matemática. Más recientemente, un reconocimiento similar se ha venido extendiendo al campo de la Formación de Profesores dada la necesidad, tanto de diseñar tareas específicas para los procesos de formación (llamadas aquí, tareas profesionales), como de precisar el papel del formador de profesores en la caracterización o construcción del conocimiento (Sousa et al., 2020). Este escenario plantea retos mayúsculos para el formador de profesores; entre otros, implica diseñar tareas que proporcionen un puente entre la teoría que fundamenta la acción docente y la práctica, y que sirvan para desafiar, confrontar, ampliar, reflexionar o provocar el examen de

Molina, O., Camargo, L., Perry, P. y Samper, C. (2023). Racionalidad del formador de profesores de matemáticas subyacente en el diseño de tareas sobre argumentación. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 379–386). SEIEM.

alternativas; además, implica atender exigencias relativas a generar conocimientos y desarrollar cualidades reflexivas para el formador (Zaslavsky, 2008). Sobre el último reto, en esta comunicación, exponemos parte de la reflexión que, en el marco de un proceso investigativo que inició en 2020, nos ha suscitado el diseño de tareas profesionales que pretenden promover una conceptualización especializada sobre argumentación en estudiantes para profesor de matemáticas. Resonando con estudios similares a este (Herbst y Chazan, 2011; Ledezma et al., 2022; Metaxas et al., 2016; Nardi et al., 2012), nuestra intención es interpretativa; el objetivo es, entonces, analizar y clasificar las razones subyacentes en nuestras propuestas de tarea o en las decisiones sobre cómo enunciarlas. Mostramos que dichas razones son de diversa naturaleza (institucional-curricular, empírica-investigativa, empírica-profesional, pedagógica y creencia), y que el análisis hecho puede incitar reflexión sobre aspectos del quehacer de estudiantes para profesor, formadores e investigadores.

REFERENTES CONCEPTUALES

El interés por la *racionalidad práctica* del profesor se debe a la necesidad de comprender la base de las decisiones que toman los profesores en las clases y que favorecen o no una transacción entre las acciones de los estudiantes y las acciones del profesor para promoverlas (Herbst y Chazan, 2011); este interés implica explicitar las razones por las cuales los profesores, entre ciertas opciones, toman unas decisiones y no otras durante su práctica profesional. Adoptamos la recomendación de Ledezma et al. (2022), Nardi et al. (2012) y Sol et al. (2022) según la cual es afortunado seguir un modelo de argumentación para identificar y caracterizar las razones que esgrime un profesor en su práctica. Por ello, usamos el Modelo de Toulmin (2007) y la propuesta de Nardi et al. (2012) para tipificar las garantías de los argumentos identificados. Enseguida, presentamos el desarrollo de estas ideas.

Argumento, argumentación y elementos relacionados

La conceptualización de referencia que enmarca la presente comunicación ha sido construida durante nuestra actividad investigativa. Ella toma ideas de Durand-Guerrier et al. (2012), del enfoque pragma-dialéctico de van Eemeren y Grootendorst (Leal, 2015), y del Modelo de Toulmin (2007).

Una *argumentación* es un proceso que ocurre cuando se quiere resolver una diferencia de opinión proveyendo razones – idea central del enfoque pragma-dialéctico (Leal, 2015)– o cuando se pretende justificar (o dar razones para) una aserción (Toulmin, 2007). Un *argumento* es una expresión discursiva expositiva, conforme a normas compartidas, que presenta una aserción y razones que la sustentan; emerge de una argumentación. La *aserción* se expone de tres maneras: una proposición (es decir, una oración de la cual puede decirse que es verdadera o falsa) que afirma o niega una idea; una oración en la que se plantea una postura; o una acción física realizada con la que se expresa una idea o una postura. De la idea expuesta interesa sustentar su veracidad; de la postura planteada interesa sustentar su aceptabilidad. Las *razones* se pueden expresar en oraciones (sean o no proposiciones) o acciones. Siguiendo a Toulmin (2007) un *argumento simple* es un argumento conformado por seis elementos (dato, aserción, garantía, calificador modal, respaldo y refutación) relacionados funcionalmente así: el *dato* es una razón que da fundamento a la aserción, es evidencia que la sustenta; la *garantía* da soporte a la relación del dato y la aserción, es una razón que expone, con un enunciado general, por qué el dato es evidencia para apoyar la aserción; el *respaldo* soporta la garantía y suele tener un carácter categórico. El *calificador modal* matiza la aserción expresando grados de confianza del argumentador. Por último, la *refutación* (Knniping y Reid, 2019) es la negación (parcial o total) u objeción de algún elemento del argumento o la exposición de excepciones a la aserción. No todos los seis elementos son explícitos en un argumento formulado, por lo cual el analista debe reconstruirlos a partir del contexto donde el argumento se vislumbra.

En este artículo, usamos la conceptualización previa en dos sentidos: como conocimiento de referencia usado en la práctica de diseñar tareas de argumentación; y como herramienta analítica que nos permite explicitar los argumentos producidos por los formadores; con ello, podemos indicar las razones que sustentan la aceptabilidad de una postura o decisión (entendida esta como la aserción).

Tipos de garantías

Con el fin de complementar la herramienta analítica, adoptamos la propuesta de Nardi et al. (2012) para clasificar las garantías de los argumentos proporcionados por los formadores. La clasificación atiende, por una parte, a las clases de reglas establecidas por la garantía y, en consecuencia, a su nivel de fiabilidad: *a priori*, empírica, institucional o evaluativa; por otra, atiende a la fuente en la que se origina o se fundamenta: epistémica, pedagógica, curricular, profesional y personal. Con base en esos dos atributos, Nardi et al. (2012) consideran siete clases de garantías: una garantía *a priori* es, por ejemplo, el recurso a una definición o teorema (a priori-epistemológica), o a un principio pedagógico (a priori-pedagógico); una garantía institucional es, por ejemplo, la justificación de una elección pedagógica por estar recomendada o exigida en un libro de texto (institucional-curricular) o por reflejar las prácticas habituales de la comunidad matemática (institucional-epistemológica); una garantía empírica es, por ejemplo, la cita de un hecho frecuente en el aula (según la experiencia del argumentador, empírico-profesional) o el recurso a experiencias personales de aprendizaje de las matemáticas (empírico-personal); una garantía evaluativa es la justificación de una elección pedagógica basada en una opinión, un valor o una creencia personales.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

La investigación es un estudio de caso intrínseco de carácter cualitativo con una aproximación discursiva-interpretativa (Stake, 2005). Describimos los aspectos metodológicos centrales del trabajo.

El caso analizado es el de un equipo de formadores de profesores de matemáticas involucrados en una investigación de diseño curricular, como un esfuerzo científico (Battista y Clements, 2000). Los formadores son miembros de un grupo de investigación desde el año 2006. Sus intereses recientes se centran en las líneas Argumentación en Geometría y Formación de Profesores de Matemáticas. Dos formadores son doctores en Educación Matemática (F1 y F4), una tiene estudios de doctorado en el mismo campo (F3), y las otras dos han realizado un máster, una en matemáticas (F2) y otra en docencia de las matemáticas (F5). El grupo cuenta con una amplia experiencia investigativa en diseño curricular para los cursos de geometría de un programa de formación inicial de profesores; así mismo, cuenta con una amplia experiencia en formación de profesores: F1, F2 y F5 orientan cursos centrados en el contenido geométrico; F3 ha orientado cursos de didáctica de las matemáticas y F4 orienta el curso centrado en didáctica de la geometría. Hasta 2020, el Equipo no se había concentrado investigativamente en el diseño curricular para este último curso ni, en ese marco, en el diseño de tareas para fomentar el estudio del objeto argumento. Este curso se ubica en el quinto semestre de la carrera y tiene como meta proporcionar una visión amplia y fundamentada de la didáctica de la geometría, focalizándose en procesos más que en contenidos. Se estudia el currículo escolar, teorías de aprendizaje, modelos de enseñanza, y se estudian procesos relevantes en el trabajo geométrico como la visualización, la representación, la conjeturación y la argumentación.

Motivado por la lectura de artículos de Herbst y sus colegas sobre racionalidad práctica, en 2020, en el marco del proceso investigativo, uno de los formadores –el primer autor de esta comunicación– se interesó en estudiar la racionalidad del Equipo cuando este diseñaba tareas para el curso mencionado. Por ello, realizó un registro videograbado de las interacciones a lo largo del proceso. Esta información fue usada como base para obtener las transcripciones que constituyen los datos de la investigación. Estos son transcripciones de cinco episodios de interacción de los formadores cuando se abocaron al diseño de tres bloques de tareas de formación profesional: tres episodios corresponden al primer bloque de tareas, centrado en determinar los significados que tienen los estudiantes para profesor sobre argumento; el cuarto y el quinto, corresponden al segundo y tercer bloque, focalizados en estudiar una conceptualización especializada de argumento y de tipos de argumentos matemáticos, respectivamente. El criterio para escoger los episodios se basó en la ocurrencia de intervenciones en las que se evidenciaba argumentación y, con ello, razones de los formadores para sustentar sus ideas o decisiones. Empleamos dos maneras para determinar esa presencia. 1) Mediante la identificación

de etapas de la pragma-dialéctica (Leal, 2015; Ledezma et al., 2022): (i) de confrontación –hay una diferencia de opinión, esto es, dos ideas antagónicas–; (ii) de apertura –se identifican los roles de protagonista y antagonista–; (iii) de argumentación –hay defensa de puntos de vista, con provisión de razones para sustentar posturas o manifestación de objeciones–; y (iv) de conclusión –se evalúa la extensión que alcanzó la resolución de la diferencia de opinión y a favor de quién se dio. 2) Mediante la identificación de solicitudes de un formador que llevaron a otro a sustentar una aserción. Resaltamos que hubo ocasiones en las que naturalmente no surgieron situaciones de antagonismo o intervenciones que dieran lugar a sustentaciones; en estos casos, el formador interesado en los asuntos de la racionalidad deliberadamente hizo intervenciones que procuraban suscitar sustentos.

Análisis de datos

El procedimiento para identificar la racionalidad del Equipo fue: (i) Realizada la transcripción del Episodio, hicimos su descripción general para tener una contextualización consensuada y un acuerdo sobre el asunto que suscitó el argumento. (ii) Cada formador, con referencia al Modelo de Toulmin, identificó en la transcripción la aserción y sus razones (dato, garantía o respaldo) y las objeciones, insumos con los cuales reconstruyó el argumento; además, decidió si la garantía estaba implícita – caso en el que la reconstruyó con base en las intervenciones– y destacó las expresiones clave que le permitieron identificar la presencia de un argumento y del calificador modal. (iii) Cada formador clasificó las razones usando la propuesta de Nardi et al. (2012). (iv) Hicimos un proceso de triangulación, después de que cada formador leyó los análisis, en el que discutimos hasta llegar a un consenso. Dado el espacio limitado para esta comunicación, no presentamos la transcripción de los episodios usados para ejemplificar el análisis, pero sí su descripción general. Exponemos los argumentos usando las frases que nos permitieron reconstruirlos; además, usamos los siguientes convenios: entre corchetes indicamos el emisor de una expresión (e.g. [F1]); la aserción, la garantía, el dato y el respaldo de un argumento se denotan, respectivamente, con *A*, *G*, *D* y *R*, seguidas de un número que corresponde al número del argumento (e.g. la aserción del argumento 1 se denota *A1*).

EJEMPLOS DE ANÁLISIS

Presentamos cuatro argumentos, dos surgidos en el Episodio 1 y uno en el Episodio 3, ambos centrados en los significados que tienen los estudiantes sobre argumento. El cuarto, surgido en el Episodio 5, está focalizado en la conceptualización de tipos de argumentos matemáticos.

El Episodio 1 inicia con la manifestación de F2 del propósito del Equipo con el primer bloque de tareas: “identificar lo que saben los estudiantes sobre argumentación”. Enseguida, ocurren sucesos que nos hacen evidente la emergencia de las etapas de la pragma-dialéctica: se exponen dos expresiones que contrastan; por un lado, F4 sugiere “preguntar qué experiencias dejaron a los estudiantes los cursos de geometría [que han tomado] o cómo se involucra la argumentación en ellos”; por otro, F3 cuestiona la sugerencia diciendo “pero las preguntas tan directas llevan a responder *clichés*”. Advertimos el contraste de ideas por la expresión “*pero* las preguntas tan directas...” (etapas de confrontación y apertura). Luego, F2, F1 y F4 intervienen para apoyar la propuesta hecha por F4; lo anterior pone de manifiesto un momento de argumentación colectiva en el cual identificamos dos argumentos (etapa de argumentación). Finalmente, F4 parece aceptar lo dicho por F2 en apoyo a la idea de F3, con lo cual se dirime la diferencia (etapa de conclusión). Reconstruimos los argumentos, que nos son evidentes por el uso de las expresiones “por eso” y “porque”, respectivamente:

Argumento 1: se configura con el fin de sustentar la afirmación de F4.

D1: Los cursos de geometría deberían haber llevado a los estudiantes a saber algo sobre la argumentación [F4]. *A1*: Por eso se me ocurre que preguntemos algo como qué experiencias les dejaron esos cursos sobre argumentación; o sobre cómo se involucra la argumentación en esos cursos como para identificar lo que saben [F4]. *G1*: Si se toman los cursos, entonces los estudiantes pueden decir cosas sobre la demostración [F2]. Y sobre otro tipo de argumento, inductivo o abductivo. De hecho, podrían decir algo sobre lo que es argumento [F1].

Las razones (i. e., dato y garantía) presentes en el Argumento 1 hacen evidente un conocimiento de F4 sobre un rasgo del curso de geometría (D1) que le permite concretar la posibilidad manifestada en G1; decimos “posibilidad” por el uso de las palabras “pueden” y “podrían” empleadas en G1. Clasificamos a G1 como *institucional-curricular*, dado que F1 y F2 son los diseñadores del currículo para los cursos de geometría y sus profesores; así, conocen sus propósitos de aprendizaje con detalle.

Argumento 2: se configura cuando F3 objeta la postura de F4.

A2: Las preguntas tan directas llevan a responder *clichés* [F3]. *D2*: Porque a veces los estudiantes responden con discursos que han escuchado para quedar bien, pero que no necesariamente es lo que ellos piensan [F3]. *G2* (implícita): Con preguntas directas se logra que, a veces, los estudiantes respondan con discursos que han escuchado para quedar bien, pero no es lo que ellos piensan, entonces llevan a *clichés*.

En el Argumento 2, el dato y la garantía también evidencian un conocimiento del Equipo, esta vez basado en las experiencias profesionales de F3 (lo que se evidencia con la expresión “a veces los estudiantes...” presente en D2). G2 manifiesta una creencia (más que una posibilidad); esto es, un conocimiento que está cargado de una valoración indicada con la palabra “*cliché*”. Este sustantivo, que significa “lugar común” en este caso, frecuentemente se usa como un rasgo característico de carácter negativo para indicar que algo es repetitivo o carente de genuinidad. La creencia descrita, dispone a la acción de no hacer preguntas directas. Por lo anterior, clasificamos a G2 como *empírica-profesional*; también la clasificamos como *evaluativa* dada la valoración descrita antes. La descripción del dato de cada argumento nos hace pensar que un dato puede ser tipificable según una clasificación análoga a la de las garantías; así, D1 y D2 se podrían tipificar como *institucional-curricular* y *empírico-profesional*, respectivamente, por las mismas razones dichas para G1 y G2.

Al respecto de las razones que son parte del Argumento 2, vale la pena hacer un comentario más. Solo hasta la elaboración de un artículo en el que los formadores analizaron las respuestas de los estudiantes al primer bloque de tareas, F3 explicitó un *respaldo* para G2 que apoya la creencia que esa garantía manifiesta; este tiene que ver con una cita de Godino et al. (2007) según la cual los significados que los estudiantes le otorgan a los objetos se manifiestan de una manera más clara cuando se usan; no solo cuando discursivamente dicen su definición. De esa cita se sigue que puede ser pertinente proponer tareas en las que se tengan que usar los objetos sobre los cuales se quiere conocer el significado, en lugar de preguntar directamente sobre este. Dicho esto, vemos que, al igual que una garantía y un dato, un respaldo también pueden ser tipificado; en este caso, el respaldo (R2) para G2 es *a priori-pedagógico*, pues corresponde a un principio reconocido en la comunidad.

En el Episodio 3, en consonancia con la aserción A2 dicha por F3, se acuerda formular una tarea en la que no se pregunte directamente sobre el significado que los estudiantes tienen de argumentación. F3 propone, entonces: (a) que resuelvan un problema análogo a los que se proponen en el curso de geometría plana del programa de formación y (b) que identifiquen en su proceso de resolución, los argumentos que producen, y los transcriban, indicando, además, su propósito. A diferencia de lo sucedido en el Episodio 1, en la interacción correspondiente a la concreción de la propuesta de F3, no hay ideas antagónicas, pero sí intervenciones que suscitan un argumento. En lo que respecta a la enunciación (a), F1 propone un problema que, según sus palabras, promueve argumentación inductiva (útil para producir una conjetura) y la producción de argumentos deductivos (que surgirían al demostrar la conjetura). Luego, F2 interviene para proponer un problema adicional (que promueve argumentación abductiva). Enseguida, deliberadamente F1 hace una pregunta (¿y para qué otro problema?) que pretende suscitar un sustento, por parte de F2, para la aceptabilidad de su propuesta. Efectivamente, F2 presenta una justificación. Exponemos el Argumento 3 reconstruido.

D3: Debemos buscar un problema [de geometría] en el que esté dado un hecho y se deba buscar el dato que lo ocasiona. *A3*: Así, los estudiantes tienen la posibilidad de producir argumentos abductivos, no solo inductivos o deductivos. *G3*: Del artículo [publicado por F1 y F2 en 2019] sabemos que, dependiendo de la estructura del problema, hay argumentos que se favorecen. Específicamente, si un problema tiene una

estructura en el que está dado un hecho y se debe buscar el dato que lo ocasiona, entonces se favorecen argumentos abductivos.

El uso de la palabra “así” nos hizo notar que lo dicho previo a esta expresa razones para A3, la cual se concreta con D3. Esta razón junto con la garantía (G3) que explícitamente indica F2, es producto del conocimiento que han construido los formadores como resultado de su labor investigativa. Dado que Nardi et al. (2012) no tienen una categoría al respecto, nosotros proponemos una, *empírica-investigativa*: D3 es un hecho que recae en el conocimiento que F2 tiene sobre la estructura de los problemas. Adicionalmente, G3 tiene un *respaldo* explícito obtenido de un artículo científico producido por dos de los formadores, que expone la relación entre tipos de problemas y tipos de argumentos; a ese respaldo también le asignamos la categoría *empírica-investigativa*.

Finalmente, comentamos sobre el Episodio 5; este ocurre luego de uno relativo al segundo bloque de tareas, focalizado en abordar una conceptualización de argumento y de argumento matemático. En él pasan hechos que evidencian el surgimiento de las etapas de la pragma-dialéctica: dos expresiones que contrastan son expresadas; por un lado, F2 sugiere “proponer problemas similares, incluso, los mismos propuestos en el primer bloque de tareas y pedir [a los estudiantes] que indiquen los argumentos principales”. F1, objeta esa propuesta indicando “que eso podría ser interesante, pero limitado” y desarrolla su idea. Advertimos el contraste de ideas por el uso de la expresión “*pero*” (etapas de confrontación y apertura). Luego, F3, F4 y F1 intervienen para sustentar la objeción de F1 (la expresión “dado que” deja ver la intención justificativa); ello indica un momento de argumentación colectiva (etapa de argumentación). Finalmente, F2 acepta la objeción expresando que sería “chévere complementar mi idea” con lo dicho por sus compañeros (etapa de conclusión). Reconstruimos el argumento correspondiente como sigue:

A4: Proponer problemas similares, incluso, los mismos del primer bloque de tareas y pedir [a los estudiantes] que indiquen los argumentos principales podría ser interesante, pero limitado [F1]. D4: dado que no se presentaría una conceptualización de los tipos de argumentos [inductivo, abductivo, deductivo] como se hizo para argumento en el bloque previo [F3]; [...] tampoco se alude a diferentes tipos de argumentos inductivos [...] particular-general, general-general [...] como lo hace Hernández [y Parra; se refiere a un artículo de esos autores de 2013], o de abductivos [...] el teórico o creativo como lo hicimos en el artículo [el mismo citado en el argumento 3], o de deductivos como el directo o el de principio de reducción al absurdo [F1]. G4: Mejor dicho, si hacemos lo que dice F2 no habría preguntas para que los estudiantes tengan oportunidad de saber lo que van interpretando de esas cosas nuevas... complejas para ellos [F4] [...] no tienen ocasión de estudiarlas como objetos, digamos [F1].

G4 alude a un criterio que los formadores usan para diseñar tareas: presentar una conceptualización de elementos que son nuevos y complejos para los estudiantes e ir haciendo preguntas para controlar su interpretación; la clasificamos como *empírica-profesional* dado que proviene de la práctica como profesora de F4. D4 indica la diversidad de conocimientos a los que acuden para sustentar A4; por un lado, refieren al criterio dicho para indicar su ausencia en la propuesta de F2; por otro, a conocimientos sobre tipos de argumentos matemáticos que han estudiado en el marco de su práctica profesional o investigativa. Reconocemos que este conocimiento no proviene del campo de las matemáticas en sentido estricto; más bien, es obtenido de propuestas que procuran hacer operables, en procesos educativos, aproximaciones filosóficas sobre tipos de argumentos ampliamente discutidas en la Didáctica de la Matemáticas; por ello, decidimos clasificar a D4 como *a priori-pedagógico* y no como *a priori-epistemológico*. En todo caso, el análisis nos sugiere la necesidad de ampliar la descripción de estas clases con el fin de contemplar principios de una didáctica específica (e. g. de las Matemáticas) o de una disciplina distinta a las matemáticas (e. g., filosofía).

DISCUSIÓN Y COMENTARIOS FINALES

El estudio llevó a la explicitación no solo de razones que llevaron a los formadores a plantear ciertas tareas o a tomar decisiones sobre cómo enunciarlas; también, de la variedad de clases de razones esgrimidas (Tabla 1). Reconocimos que el campo de conocimiento fuente de tales razones es diverso

(curricular, sobre un curso de geometría; didáctico, sobre una conceptualización de argumento y de tipos de argumentos, sobre la relación *tipo de problema-argumento matemático que se favorece*; pedagógico, sobre la identificación de significados) y que su fiabilidad también lo es (se basa en exigencias institucionales, principios pedagógicos o en experiencias profesionales o investigativas).

Tabla 1. Datos y garantías clasificados

Razones	Clase
<i>D1</i> : Los cursos de geometría deberían haber llevado a los estudiantes a saber algo sobre la argumentación.	Institucional-curricular
<i>G1</i> : Si se toman los cursos, entonces los estudiantes pueden decir cosas sobre la demostración. Y sobre otro tipo de argumento, inductivo o abductivo. De hecho, podrían decir algo sobre lo que es argumento.	
<i>D2</i> : A veces los estudiantes responden con discursos que han escuchado, como para quedar bien, pero que no necesariamente es lo que ellos piensan.	Empírico-profesional
<i>G2</i> : Con preguntas directas se logra que, a veces, los estudiantes respondan con discursos que han escuchado, como para quedar bien, pero no es lo que ellos piensan, entonces llevan a clichés.	Empírico-profesional Evaluativa
<i>R2</i> : Cita según la cual los significados que los estudiantes le otorgan a los objetos se manifiestan de una manera más clara cuando se usan.	A priori-pedagógico
<i>D3</i> : Debemos buscar un problema [de geometría] que tiene una estructura en el que está dado un hecho y se debe buscar el dato que lo ocasiona.	Empírico-investigativa [nueva]
<i>G3</i> : Del artículo [publicado por F1 y F2 en 2019] sabemos que, dependiendo de la estructura del problema, hay argumentos que se favorecen.	
<i>D4</i> : No se presentaría una conceptualización de los tipos de argumentos [inductivo, abductivo, deductivo] como se hizo para argumento en el bloque previo; tampoco se alude a diferentes tipos de argumentos inductivos [...] particular-general, general-general [...] como lo hace Hernández [y Parra; se refiere a un artículo de esos autores de 2013], o de abductivos [...] el teórico o creativo como lo hicimos en el artículo [el mismo citado en el argumento 3], o de deductivos como el directo o el de principio de reducción al absurdo.	A priori-Pedagógico [ampliada]
<i>G4</i> : Si hacemos lo que dice F2 no habría preguntas para que los estudiantes tengan oportunidad de saber lo que van interpretando de esas cosas nuevas, complejas para ellos no tienen ocasión de estudiarlas como objetos, digamos.	Empírico-profesional

Consideramos que otro equipo de formadores (o de profesores de matemáticas) que tenga interés en fomentar el aprendizaje sobre argumentación, luego de leer este texto, puede verse reflejado en los episodios analizados y entenderlos como detonador de reflexiones sobre su propia racionalidad al diseñar tareas; creemos que podría contribuirle a ganar más conciencia de los aspectos (fuente de conocimiento o rasgos de fiabilidad) que caracterizan dicha racionalidad y, con ello, a promover el reconocimiento de potenciales aspectos por involucrar o de acciones que harían los estudiantes al enunciar una tarea de una cierta manera y no de otra. Consideramos, también, que un estudiante para profesor de matemáticas puede reconocer que sus formadores proponen tareas sobre argumentación atendiendo a una variada racionalidad, no ingenua ni improvisada, en busca del logro de expectativas asociadas; así, podría ganar una mejor disposición para el aprendizaje, pues conoce algunas razones de la propuesta de ciertas tareas. Finalmente, pensamos que este escrito posibilita a investigadores una herramienta con la cual analizar argumentos de formadores (y profesores de matemáticas) de una manera más completa que la sugerida por Nardi et al. (2012); esto, ya que la enriquece a partir de (i) viabilizar la clasificación de datos y respaldos análogamente a como se hace con las garantías, y (ii) considerar una clase nueva (empírico-investigativa) y una ampliada (a priori-pedagógica).

Referencias

Battista, M. y Clements, D. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Education, Handbook of Research Design in Mathematics and Science* (pp. 737-760). Lawrence Erlbaum Associates.

- Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S. y Tanguay, D. (2012). Argumentation and proof in the mathematics classroom. En G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education* (pp. 349-368). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_20
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Herbst, P. y Chazan, D. (2011). Research on practical rationality: studying the justification of actions in mathematics teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 405-462. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1225>
- Hernández, H. y Parra, R. (2013). Problemas sobre la distinción entre razonamientos deductivos e inductivos y su enseñanza. *Innovación Educativa*, 13(63), 61-73.
- Knipping, C. y Reid, D. (2019). Argumentation analysis for early career researchers. En G. Kaiser y N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education. ICME-13 Monographs* (pp. 3-31). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_1
- Ledezma, C., Sol, T., Sala-Sebastià, G. y Font, V. (2022). Knowledge and beliefs on mathematical modelling inferred in the argumentation of a prospective teacher when reflecting on the incorporation of this process in his lessons. *Mathematics*, 10, Artículo 3339. <https://doi.org/10.3390/math10183339>
- Metaxas, N., Potari, D. y Zachariades, T. (2016). Analysis of a teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 93, 383-397. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>
- Molina, O. y Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 109-134.
- Nardi, E., Biza, I. y Zachariades, T. (2012). 'Warrant' revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 157-173. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9345-y>
- Sierpinska, A. (2004). Research in mathematics education through a keyhole: Task problematization. *For the learning of mathematics*, 24(2), 7-15.
- Sol, T., Sánchez, A., Breda, A., Font, V. y Hummes, V. (2022). Análisis de la reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre los errores que cometen en su práctica docente. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 549-557). SEIEM
- Sousa, J., Silva, T., Font, V. y Cassia, J. (2020). Task (re)design to enhance the didactic mathematical knowledge of teachers. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 2(4), 98-120. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5711>
- Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (3ª ed., pp. 443-466). Sage.
- Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación*. (Trad. M. Morrás y V. Pineda). Ediciones Península.
- Leal, F. (2015). *Argumentación y pragma-dialéctica: Estudios en honor a Frans van Eemeren*. Editorial Universitaria.
- Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional* (Vol. 4, pp. 93-114). Sense Publishers.

ⁱ Estudio desarrollado en el marco de los proyectos DMA-615-23 y PID2021-127104NB-I00 financiados, respectivamente, por el Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia y por el MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y "FEDER Una manera de hacer Europa".