



## Reflexões sobre o ensino de álgebra a partir da análise de concepções e do conceito de variável

Flávio de Souza **Pires**

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos  
Brasil,

[flaviodesouzapires@yahoo.com.br](mailto:flaviodesouzapires@yahoo.com.br)

Maria do Carmo de **Sousa**

Docente do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de São Carlos,  
Brasil,

[mecsousa@ufscar.br](mailto:mecsousa@ufscar.br)

### Resumo

A proposta de oficina que será apresentada aqui possui um caráter teórico de estudos sobre educação algébrica na educação básica. Tem a finalidade de refletir com licenciandos e professores da Educação Básica que ensinam Matemática sobre as perspectivas das pesquisas em educação algébrica no que diz respeito às concepções de ensino e ao conceito de variável, perpassando pela reflexão sobre as principais dificuldades de estudantes tanto da Educação Básica, quanto daqueles que estudam conceitos algébricos no início de sua licenciatura em Matemática, evidenciadas nos estudos de Booth (1994), por exemplo. Ressalta-se ainda que, as atividades que serão desenvolvidas nesta oficina, bem como as contribuições dos participantes se configurarão, enquanto material de apoio, para ser analisado no grupo de estudos sobre educação algébrica na educação básica que terá início em março de 2011.

*Palavras chave:* Ensino de Álgebra, Concepções de Álgebra e Educação Algébrica, Variável, História da Matemática, Educação Matemática, Formação de Professores de Matemática.

### Justificativa

A álgebra “é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos”. É com esta frase que Booth (1994, p.23) inicia seu artigo intitulado “Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra”, parte integrante de um estudo realizado na Inglaterra (Universidade de Bath, 1982). Segundo a autora uma das maneiras de tentar descobrir o que torna a álgebra difícil

é identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros.

Imenes e Lelis (1995, apud MEINICKE, 2005, p.46) afirmam que professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar, outros tentando engolir técnica de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e para outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos da 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem pouco resultado.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais já é possível encontrar evidências desses resultados, referentes ao ensino de álgebra no país:

“Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.” (BRASIL, 1998, p.115)

Panossian (2008) em sua Dissertação de Mestrado verificou que alunos da 6ª série do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio possuem as mesmas dificuldades em Álgebra quando solicitados a generalizar padrões numéricos, mais especificamente em recorrer ao conhecimento algébrico para resolver situações-problemas.

Outras pesquisas também identificaram dificuldades com a álgebra como a de Pinto (1997, apud SOUSA, 2007, p.25) que mostrou “três fontes de origem dos erros nas aulas de Matemática: erros dos alunos; erros da professora e erros do material didático”. Mostrou também que os erros que os alunos cometem são consequência de uma prática escolar que privilegia mais os processos sintáticos (relativos ao uso de regras) que semânticos (relativos à interpretação dos significados negociados ou instruídos em aula).

Sousa (2004) em sua tese de Doutorado esclarece que quando o foco é o ensino de álgebra a ênfase é dada ao currículo e a sala de aula, do aspecto formal da linguagem algébrica.

Freitas (2002 apud DANIEL, 2007, p.19) em sua pesquisa de mestrado realizada com alunos do 1º ano do Ensino Médio, evidenciou uma forte mecanização de técnicas associadas à utilização de frases como: “isolar o x”, “passar e mudar o sinal”. Pereira (2005, apud DANIEL, 2007, p.18) também encontrou as mesmas dificuldades com alunos ingressantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Os futuros professores também apresentaram dificuldades em simplificar uma equação e identificá-la quando comparada a uma expressão algébrica e função.

Booth (1994, p.24) em sua pesquisa identificou que muitos dos erros em álgebra podiam ter origem nas ideias dos alunos sobre aspectos como: *o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”*; *o uso de notação e da convenção em álgebra*; *o significado das letras e variáveis*; *os tipos de relações e métodos usados em aritmética*.

Freitas (2002, apud LIMA, p. 34) realizou um levantamento e uma análise dos tipos de erros que 104 alunos da primeira série do ensino Médio de uma escola particular de São Paulo cometem ao resolver equações. Os dados foram coletados por meio de um instrumento investigativo contendo 24 equações lineares (selecionadas a partir dos resultados obtidos com um teste piloto) e de entrevistas.

Os erros encontrados foram divididos em seis categorias:

Alteração do sinal do coeficiente, na divisão do termo independente:

i)  $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{-a}$ ; ii) Transformação de  $ax = b$  em  $x = b - a$ ; iii) Trocar a posição do coeficiente de  $x$  pela do termo independente na divisão:  $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ ; iv) Efetuar transposição de termos independentes sem alterar o sinal:  $ax + b = c \Rightarrow ax = b + c$ ; v) Efetuar a transposição de termos em  $x$  sem alterar o sinal:  $ax = bx + c \Rightarrow ax + bx = c$ ; vi) O zero como um complicador em equações em que é solução, e nas equações sem solução:  $ax = 0, (a \neq 0)$  ou  $0x = b (b \neq 0)$ .

Cortés e Kavafian (1999, apud DANIEL, 2007, p.60) classificam em cinco categorias os erros relacionados à equação: erros relacionados aos conceitos de equação e incógnita, ou seja, os alunos não identificam o que é uma equação ou uma incógnita; erros de transformações algébricas, podem ser em transformações aditivas (aqueles referente à permanência do sinal depois de realizada uma etapa da equação) ou multiplicativas (referente a permanência da multiplicação após realizada uma etapa da equação); erros decorrentes a falta de atenção na escrita de uma nova equação; erros envolvendo cálculos numéricos;

Lins e Gimenez (1997) chamam atenção para uma aprendizagem significativa em álgebra, dizendo que se não conectarmos os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, ou ainda, se aos objetos algébricos não se associarem a nenhum sentido, se aprendizagem de álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

Apresentamos aqui um breve panorama da situação da aprendizagem da álgebra nos últimos anos evidenciada por pesquisas nacionais e internacionais em Educação Matemática. Vale a pena ressaltar que, a proposta desta oficina tem como objetivo principal a criação de um espaço que permita a reflexão acerca do ensino dessa disciplina na Educação Básica considerando-se aspectos conceituais como o de variável, uma vez que este conceito é essencial para a aprendizagem da álgebra. Tem-se a intenção de analisar as concepções de ensino de álgebra que os participantes comungam, uma vez que tais concepções são múltiplas e vem sendo investigadas pela academia devido a importância de conhecê-las por serem suportes para a ação da prática do ensino de conceitos matemáticos.

A seguir apresentaremos um levantamento acerca das concepções sobre ensino de álgebra encontradas na literatura, as quais serão objeto de estudo na oficina .

## **As Múltiplas Concepções de Álgebra e Educação Algébrica encontradas na Literatura**

Um dos principais problemas de aprendizagem de álgebra, citado nos PCN (BRASIL, 1998) é a noção de variável. De modo geral, muitos estudantes pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido, ou seja, para a maioria dos estudantes a letra sempre significa uma incógnita. O documento propõe que o professor trabalhe com as várias concepções de álgebra, para desmistificar esse conceito, além de

*XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.*

utilizar a geometria como recurso para compreensão desses fatos, que podem ajudar os estudantes a compreender a generalização, a partir de padrões.

A importância de identificar as concepções de alunos e professores é apresentada em pesquisas como de Santos (2005), na qual a autora retrata o trabalho realizado por Lellis (2002) referindo-se as concepções dos professores:

“[...]as concepções de Matemática do professor influenciam o ensino da mesma e para estudar tais concepções, apresenta um levantamento sobre os cursos de formação dos professores de Matemática (cursos de licenciaturas em Matemática), no Brasil, nos últimos anos. Lellis observa elementos problemáticos no conhecimento de Matemática do professor que são, segundo o autor, provenientes de limitações na compreensão da Matemática. Esses elementos são observados em professores que oriundos de licenciaturas considerados de alto nível, como também de licenciaturas com pretensões mais modestas. De acordo com o autor, tais elementos problemáticos independem da quantidade de saberes matemáticos, mas sim, das concepções de Matemática, da forma que o professor a compreende.” (SANTOS, 2005, p.45)

Para Garnica (2008) as concepções não são estáticas e envolvem crenças, percepções, juízos, experiências prévias etc. a partir dos quais nos julgamos aptos a agir. Defende ainda que as concepções são identificadas na ação efetiva, que podem ser desveladas por meio das práticas e não através dos discursos que promovemos sobre elas, deixando claro que:

“Concepções são, portanto, suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras.” (GARNICA, 2008, p. 499).

Assim, de acordo com Peirce (1998 apud GARNICA, 2008, p.501), para abordarmos as concepções, precisamos determinar qual hábito de ação elas produzem, pois o significado do pensamento está intimamente relacionado aos hábitos que ele permite criar. Dessa maneira é extremamente importante para o ensino de Álgebra identificá-las, como propõem Cury (2002):

“... conhecer as concepções de Álgebra e de Educação Algébrica dos estudantes é um elemento importante para as novas reformulações curriculares, pois permite discussões sobre as finalidades do estudo dessa disciplina e sobre as interrelações existentes entre os conteúdos estudados no curso superior e aqueles apresentados nos níveis fundamental e médio”. (p. 12)

Sabendo da importância de identificar e reconhecer esses hábitos, procuramos estabelecer um panorama das múltiplas concepções de álgebra encontradas na literatura. Figueiredo (2007) em sua tese de doutorado apresenta as principais concepções de Álgebra da atualidade, fazendo um estudo nas obras dos seguintes autores:

### **Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)**

Para esses autores as concepções de Álgebra e Educação Algébrica podem ser divididas em três:

**Linguístico-pragmática:** estudos das expressões algébricas, seguido do uso de equações para resolução de problemas, com aquisição mecânica desses procedimentos pelos alunos. Predomínio do transformismo algébrico nas tarefas para os alunos.

**Fundamentalista-estrutural:** estudos de tópicos “fundamentadores”<sup>1</sup> precedendo o estudo de expressões algébricas, valores numéricos, fatoração e outros, seguido do estudo de novos conteúdos algébricos (como funções do 1º e 2º graus etc.). Predomínio das propriedades estruturais como justificativa para transformismo algébrico nas tarefas para os alunos.

**Fundamentalista-analógica:** síntese das anteriores, utilizando recursos visuais (materiais concretos) por se acreditar que certas identidades algébricas seriam didaticamente superiores a qualquer forma de abordagem lógico-simbólica. Predomínio de tarefas que utilizam recursos analógicos geométricos e materiais concretos, como balanças e gangorras, para justificar o transformismo algébrico.

### Usiskin (1994)

O autor apresenta quatro tipos de concepções:

**Álgebra como aritmética generalizada:** atividades de Generalização de propriedades de operação. Generaliza-se, por exemplo,  $3 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot 7 + 3$  como  $a + b = b + a$ , para todo número

real. Leitura de propriedades tais como  $1 = n \cdot \left(\frac{1}{n}\right)$ , sendo  $n$  um número real não nulo.

**Meio de resolver certos problemas:** atividades que envolvam incógnitas, com o objetivo de simplificar e resolver. Leitura e resolução de certos tipos de equações, como:  $40 = 50 \cdot x$ . Equações que foram geradas por um problema do tipo: “Adicionado-se 3 ao quádruplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número”. (Ênfase na resolução)

**Estudo de relações:** atividades que envolvem variáveis, como argumentos e parâmetros. Leitura de fórmulas, como:  $A = b \cdot h$  (relações entre medidas de comprimento e de área em retângulos). Identidades como:  $\operatorname{sen} x = \cos x \cdot \operatorname{tg} x$  ( $x$  é argumento de uma função). Questão: “Ache a equação da reta que passa pelo ponto (6 ; 2) com inclinação 11”. (Pontos de uma reta que estão relacionados a um tipo de equação:  $y = mx + b$ )

**Estrutura:** atividades que priorizam manipular e justificar. Exemplos: Fatorar  $3x^2 + 4ax - 132a^2$ . Deduzir a identidade:  $2\operatorname{sen}^2 x - 1 = \operatorname{sen}^4 x - \cos^4 x$

Vale a pena ressaltar que Usiskin é o pesquisador mais citado nos trabalhos referente às concepções da Álgebra e Educação Algébrica.

### Lins e Gimenez (1997)

Esses autores fornecem mais três tipos de concepções em relação à Álgebra:

<sup>1</sup> São entendidos pelos autores (FIGUEIREDO, 2007, p.49) como fundamentadores: conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo de quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto universo, conjunto verdade, equações e inequações de 1º grau.

**Letrista:** atividades baseadas em cálculo com letras, admitindo a sequência técnica-prática (algoritmo-exercícios).

**Letrista Facilitadora:** uso de áreas para ensinar produto notáveis. Uso de balança para ensinar resolução de equações (a abstração ocorre por adivinhação natural e não é passagem natural).

**Modelagem Matemática:** a atividade para a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo. Exemplo: em um estacionamento há carros e caminhões, num total de 13 veículos. Os carros são cinco. Quantos são os caminhões? (necessidade de mediação de um professor para a introdução de uma linguagem).

### **Lee (2001)**

O autor classifica mais algumas categorias de concepções:

**Como Linguagem:** desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica. Exercícios que permitam a evolução da linguagem da álgebra elementar.

**Como Caminhos de Pensamento:** pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos. Exercícios que envolvem questões de raciocínio sobre padrões e controlar mentalmente o desconhecido, invertendo e desfazendo novamente as operações.

**Como Atividade:** modelo de construção da atividade. Exercícios que envolvem modelagem matemática e pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos.

**Como ferramenta:** resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações, ou a serviço de própria Matemática.

**Como Aritmética Generalizada:** variedade de visões: Álgebra das generalizações dos números; Álgebra como estudo das estruturas da Aritmética; Álgebra como estudo de expressões simbólicas com letras, sem atentar para os significados desses símbolos.

**Como Cultura (envolvem valores, crenças, práticas, tradições históricas e processo para a sua transmissão):** as atividades requerem as ferramentas e o pensamento algébrico é criado. A linguagem de comunicação é a algébrica. Entrelaça o currículo da álgebra com o da geometria (visão histórica).

### **João Pedro da Ponte (2003)**

Outras categorias de Álgebra e Educação Algébrica foram encontradas em trabalhos correlatos ao de Figueiredo (2007), como do português João Pedro da Ponte (apud KEPPKE, 2007, p.20), que apresenta as seguintes concepções para a Álgebra Escolar, como: Generalização e formalização de padrões e restrições; Estruturas abstratas; Linguagem de modelação e controle de fenômenos; Funções e Variações; Manipulação de formalismos guiada sintaticamente.

### **Bednarz, Kieran e Lee (1996)**

Esses autores citados em Pereira (2005) apresentam ainda: Álgebra como generalizações

*XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.*

de padrões numéricos e geométricos e de leis que governam as relações numéricas, aritmética generalizada; Álgebra como resolução de problemas específicos ou classe de problemas; Álgebra como regras para transformar e resolver equações; Álgebra como introdução ao conceito de variáveis e estudo de funções; e Álgebra como estudo das estruturas algébricas.

### As Concepções Apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Os PCN (BRASIL, 1998, p.116) também nos oferecem algumas informações sobre as concepções de Álgebra e Educação Algébrica como podemos verificar em suas dimensões de:

Tabela 1

*Álgebra no Ensino Fundamental*

	Uso das Letras e Conteúdos	Conceitos e Procedimentos
<b>Aritmética Generalizada</b>	Letras como generalizações de modelos aritméticos	Propriedades das operações e generalizações de padrões aritméticos
<b>Funcional</b>	Letras como variáveis par expressar relações e funções	Variação de grandezas
<b>Equações</b>	Letras como incógnitas	Resolução de equações
<b>Estrutural</b>	Letras como símbolo abstrato	Cálculos algébricos. Obtenção de expressões equivalentes

*Fonte. Brasil (1998, p.116)*

Barth (1993) nos orienta que “antes de poder modificar uma concepção, é preciso tomar consciência dela.” (p.170) e que “[...] a dificuldade é justamente conseguir que os educandos possam transformar as suas concepções pessoais e subjetivas em conceitos comuns, validados por uma comunidade cultural.” (p.100).

Deve ficar claro que a álgebra não se resume em cada uma das concepções apresentadas, mais sim na totalidade delas, outro aspecto importante para o professor de matemática é ter clareza e conhecimento dessas concepções de modo que possa trabalhá-las com os estudantes e reconhecê-las na atividade escolar, não podemos deixar de destacar a importância do estudo do conceito de variável nessa disciplina, pois esse é considerado essencial para o pensamento algébrico, dessa maneira apresentaremos algumas pesquisas que versam sobre isso no próximo tópico.

## Variável e Letras

O estudo da Álgebra, para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998a) constitui em um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exerça sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

A evolução histórica da Álgebra como apresentado em Boyer (1978), distinguem-se três  
*XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.*

momentos no desenvolvimento da Álgebra, associando às fases evolutivas da linguagem algébrica: **primitivo ou retórico** – fase em que não se usava símbolos ou abreviações para expressar o pensamento algébrico (egípcios, babilônicos, gregos antes de Diofanto) - tudo era escrito em palavras; **intermediário ou sincopado** – fase que surgiu com Diofanto, com a introdução de um símbolo (a letra sigma do alfabeto grego) para representar uma incógnita; **estágio final ou simbólico** – fase em que as ideias algébricas passam a ser expressas apenas por meio de símbolos, sem recorrer o uso de palavras. Um destaque dessa época é Viète (1540-1603), principal introdutor dos símbolos na Álgebra.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apontam um ponto de referência na história da álgebra, que corresponde ao momento em que se torna clara a percepção de que o objeto de investigação da Álgebra ultrapassava o domínio até então exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, para dedicar-se ao estudo das operações sobre estruturas matemáticas (grupos, anéis, corpos e similares). Com esse critério, a história da Álgebra divide-se em Álgebra Clássica (Elementar) e Álgebra Moderna (Abstrata).

Duas tendências se mostravam presentes naquele momento: a tradicional, que considerava a Álgebra como uma Aritmética generalizada e a tendência Moderna, que considerava a álgebra como um sistema simbólico com regras operatórias de natureza arbitrária. Enquanto alguns estudiosos apontam a Álgebra como complementação ou extensão da Aritmética, outros associam à Geometria, a qual os PCN (BRASIL, 1998) consideram como um ponto de partida para as generalizações algébricas.

Kieran (apud SOUSA, 2007, p.28) diz que a Álgebra é utilizada na enunciação de soluções gerais e como ferramenta para provar leis que regem relações numéricas. Do mesmo modo que na sua história, a aprendizagem de Álgebra escolar deve ser desenvolvida dando maior ênfase às atividades que promovam o desenvolvimento de interpretações procedimentais (processuais) e que permitam a transição para as concepções estruturais.

Sousa (2004) afirma que atualmente o ensino de Álgebra prioriza o pronto e acabado que se apresenta na álgebra simbólica e que nesse contexto, o símbolo parece falar por si mesmo, parece ter vida própria e a fluência não faz parte das aulas de álgebra, como se a álgebra tivesse tido início, a partir do formalismo proposto por Viète, ignorando-se o desenvolvimento histórico do conceito de variável, o cerne do conceito de função.

Usiskin (1994) considera as seguintes equações, todas com a mesma forma – o produto de dois números é igual a um terceiro:

$$1) A = b \cdot h ; 2) 40 = 50x ; 3) \operatorname{sen} x = \cos x \cdot \operatorname{tg} x ; 4) 1 = n \cdot \left(\frac{1}{n}\right) ; 5) y = kx$$

Define que cada uma delas tem um caráter diferente e nos alerta sobre a ideia de variável, dizendo que comumente chamamos (1) de fórmula, (2) de equação (ou sentença aberta), (3) de identidade, (4) de propriedade e (5) de equação de uma função que traduz uma proporcionalidade direta (não é para resolver). Esses nomes diversos refletem os diferentes usos dados à ideia da variável. Em (1), A, b e h representam a área, a base e altura e tem caráter de coisa conhecida. Em (2) tendemos a pensar em x como uma incógnita. Em (3), x é o argumento de uma função. A equação (4), ao contrário das outras, generaliza um modelo aritmético e n identifica um exemplo



de modelo. Em (5),  $x$  é mais uma vez o argumento de uma função,  $y$  o valor e  $k$  uma constante (ou parâmetro, de como é usada). Somente em (5) há o caráter de variabilidade, do qual resulta o termo variável. Mesmo assim, tal caráter não estará presente se imaginarmos aquela equação como a representação analítica de uma reta de inclinação  $k$ , passando pela origem.

O conceito de variável, quando apresentado no ensino fundamental, aparece somente em uma das suas dimensões: a incógnita  $e$ , raramente como parâmetro ou variável propriamente dita. Sousa & Diniz (1996 apud SOUSA, 2004).

Sousa (2004) ainda alerta que, não se menciona a contribuição das diversas civilizações no processo de construir o conceito de álgebra simbólica. É como se Viète tivesse feito tudo sozinho. Prioriza-se a representação. Esquece-se que por trás de toda representação lógica matemática, há uma história.

Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam a representação que utiliza letras. Em busca de atribuir mais significados para sua utilização, deve-se desenvolver nos alunos o sentido de variabilidade ligado às letras. Küchemann (1981 apud BONADIMAN, 2007, p.37) apresenta diferentes contextos com problemas cuja resolução envolve o uso de letras na representação, utilizando uma classificação desenvolvida originalmente por Collis (1975, apud KÜCHEMANN, 1981), Küchemann identificou seis diferentes caminhos de interpretação e uso das letras nas respostas dos alunos. Segue abaixo uma breve descrição de cada uma das categorias:

**Letra como valor:** A letra recebe um valor numérico desde o início. **Letra não utilizada:** A letra é ignorada ou sua existência é reconhecida sem que tenha um significado para o aluno. **Letra como objeto:** A letra é considerada como uma abreviação de um objeto ou como um objeto concreto em si mesmo. **Letra como uma incógnita específica:** A letra é considerada como um número específico, mas desconhecido, podendo ser operada diretamente. **Letra como um número generalizado:** A letra é vista como representado, ou pelo menos sendo capaz de assumir vários valores, ao invés de somente um. **Letras como variável:** A letra é vista como representante de um domínio de valores de uma outra letra.

Segundo Küchemann (1981, apud BONADIMAN, 2007, p.39), em sua pesquisa, poucos alunos de 13 a 15 anos foram capazes de considerar as letras como números generalizados, um número ainda menor foi capaz de interpretar letras como variáveis. Comparando letra como uma incógnita específica e letra como um número generalizado, um maior número de alunos interpretou as letras como uma incógnita específica ao invés de letra como número generalizado. No entanto, a maioria dos alunos tratou as letras como objeto ou letra não utilizada.

As pesquisadoras Sônia Ursini e Maria Trigueros (2005, apud BONADIMAN, 2007, p.39) também são defensoras da teoria de que para uma aprendizagem satisfatória dos conceitos algébricos é necessário, num primeiro momento promover a compreensão das diferentes utilizações do conceito de variável (letra) e que “um uso aceitável da álgebra elementar requer uma compreensão adequada do uso de variável, conceito que é fundamental para trabalhar com tópicos matemáticos mais avançados.”.

Porém, diferentemente de Küchemann, acreditam serem três as diferentes utilizações para letras, do ponto de vista algébrico: letra como incógnita, como generalização de número ou como uma variável funcional. As pesquisadoras observam que para poder resolver os exercícios e problemas típicos de álgebra elementar faz-se necessários três usos de letra: como incógnita, como generalização de um número ou como variável funcional. Associados a cada uso, se

identificam uma série de aspectos que correspondem aos distintos níveis de abstração com que se usam as letras na álgebra elementar. Esta constatação foi o que as motivou para elaboração do chamado modelo 3UV (três usos de variáveis).

Para Trigueros e Ursini (2005, apud BONADIMAN, 2007, p.41), uma aprendizagem aceitável de álgebra elementar requer que os alunos desenvolvam a capacidade de trabalhar com cada um dos três usos da letra e dos aspectos evidenciados no modelo 3UV, e de passar de um a outro de modo flexível de acordo com as exigências do problema a ser resolvido.

Sousa (2004) em sua tese de doutorado trabalhou com um grupo de futuros professores acerca da elaboração de atividades de ensino de álgebra, pautada na perspectiva lógico-histórica e nos pressupostos do desenvolvimento conceitual, uma das propostas foi o estudo do conceito de variável, a partir do desenvolvimento de atividades planejadas que evidenciavam a variável-palavra, a variável-figura, variável-numeral e a variável-letra, tendo como referência as classes de desenvolvimento da álgebra: retórica, sincopada e simbólica citadas anteriormente.

Para a autora a variável é entendida como um dos nexos conceituais da álgebra, bem como os conceitos de fluência, campo de variação e enumeração e densidade dos conjuntos numéricos, os nexos conceituais são como o elo de ligação entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito.

Pretendemos com essa oficina apresentar e discutir sobre uma possível proposta de estudo, das dimensões da álgebra consideradas aqui, suas dificuldades de aprendizagem, concepções de ensino, aspectos históricos e conceituais (variável), de modo que através de exemplos e dos resultados das investigações na área consigamos perceber e/ou identificar em nós mesmos e em nossas práticas situações parecidas com as apresentadas pelos autores e dessa maneira pensar sobre nossos hábitos que podem influenciar nossas práticas no ensino de álgebra.

## Referências

- Barth, B. M. (1993) *O saber em construção: para uma pedagogia da compreensão*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. (1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Bonadiman, A. (2007) *Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas*. 298f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Booth, L. (1994) Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In Coxford, Arthur F.; Shulte, Albert P. *As idéias da Álgebra*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.
- Boyer, C. (1978) *História da Matemática*. Org. John Wiley e Sons, Inc. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 2ª reimpressão.
- Cury, H. N; Lannes, W; Brolezzi, A. C. & Carlos, R. V. (2002) Álgebra e Educação Algébrica: Concepções de Alunos e Professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*, Rio Grande do Sul, 4, p.9-15.
- Daniel, J. A. (2007) *Um Estudo de Equações Algébricas de 1º Grau com Auxílio do Software Auplusix*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

- Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Figueiredo, A. C. (2007) *Saberes e concepções de Educação Álgebra em Curso de Licenciatura em Matemática*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Fioentini, D; Miorim, M. A & Miguel, A. (1993) Contribuição para um Repensar ... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, 4,78 – 91.
- Garnica, V. M. (2008) Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. *Rev. Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 34, n.3, p. 495-510, set./dez.
- Imenes, L. M. P. (1989). *Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática*. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP.
- Keppke, C. L. (2007) *Álgebra nos currículos do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica. São Paulo
- Lima, R. N. (2007) *Equações algébricas no ensino médio: uma jornada por diferentes mundos da Matemática*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- Lins, R. C. & Gimenez, J. (1997) *Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papyrus. (Coleção *Perspectiva em Educação Matemática*).
- Meinicke, R. L. O. (2005) *O Professor de Matemática e Prática Reflexiva: estudos com Professores da Sétima Série do ensino Fundamental*. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
- Panossian, M. L. (2008) *Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP.
- Pereira, M. D. (2005) *Um estudo sobre equações: identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de Matemática*. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica. São Paulo
- Santos, L. M. (2005) *Concepções do Professor de Matemática Sobre o Ensinode Álgebra*. Dissertação (Mestrado Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Sousa, A. S. (2007) *Metacognição e ensino de álgebra: análise do que pensam e dizem professores de Matemática da Educação básica*. Dissertação (Mestrado Educação) Programa de Pós Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
- Sousa, M. C. (2004) *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. Tese (Doutorado em Educação) Programa de Pós Graduação em Educação Faculdade de Educação da Universidade de Campinas
- Usiskin, Z. (1994) *Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilizações das variáveis*. In Coxford, Arthur F. & SHULTE, Albert P. *As idéias da Álgebra*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.

## **Apêndice A**

### **Inclusão de Elementos a Mais**

#### **Guias de Trabalho**

A oficina será dividida em dois momentos com duração de 1 hora cada, a dinâmica envolverá apresentação da temática a ser estudada e realização de atividades em grupo orientada pelos proponentes.

**1º Momento:** Apresentação, discussão e estudo das concepções de ensino de álgebra presentes na literatura e pesquisas da Educação Matemática a partir do levantamento apresentado nessa proposta de oficina, tendo como ponto de partida os exemplos e evidências desses estudos.

**Tempo previsto: 1h**

**2º Momento:** Atividades envolvendo a identificação e classificação da letra em álgebra em situações de ensino propostas por livros didáticos e pelas pesquisas do campo, a partir do modelo 3UV (3 Usos de Variáveis) e dos nexos conceituais na perspectiva lógico-histórica para o conceito de variável.

**Tempo previsto: 1h**

#### **Informação Geral**

**Título da Oficina:** Reflexões sobre o ensino de álgebra a partir da análise de concepções e do conceito de variável

**Nome dos Autores:** Flávio de Souza Pires e Maria do Carmo de Sousa

**Instituição dos Autores:** Universidade Federal de São Carlos – UFSCar/SP

**País dos Autores:** Brasil

**Número de horas mais convenientes:** 2 horas

**Nível de Escolarização para o qual será dirigido o painel:** Ensino Superior

**Número Máximo de Pessoas:** 40 pessoas

**Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários:** 01 computador com projetor multimídia