



Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente.

María Rocío **Malagón** Patiño.
Universidad Santiago de Cali.
Colombia.
rociomp63@yahoo.com

Luz Edith **Valoyes** Chávez.
University of Missouri.
Estados Unidos.
Levf44@mail.missouri.edu

Resumen

La siguiente ponencia presenta los principales avances de un proyecto de investigación en curso que se adelanta en la ciudad de Cali, Colombia; en él, abordamos la problemática de la comprensión y descripción de la actividad docente del profesor de matemáticas cuando se propone enseñar álgebra en el sistema educativo colombiano. El principal propósito es analizar la forma en que las restricciones institucionales, características de las instituciones didácticas, condicionan dicha actividad. En particular, nos interesa analizar las restricciones que imponen un rasgo dominante en la representación institucional del álgebra en textos y documentos curriculares oficiales de la escolaridad colombiana: su presentación como una generalización de la aritmética. Como fuente de datos empíricos se consideran los dispositivos didácticos diseñados por los profesores de grado octavo de la educación básica secundaria, los textos escolares y las observaciones de sus prácticas docentes en las instituciones educativas.

Palabras claves: Teoría Antropológica de lo Didáctico, Actividad Matemática, Álgebra escolar, Modelo Epistemológico de Referencia, Modelación Algebraica, Técnica Matemática.

Las actividades matemáticas institucionales y el álgebra escolar. Una Aproximación desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Generalmente los maestros reconocen que enseñar álgebra en la educación básica secundaria colombiana supone un reto complejo porque implica, entre otras cosas, romper con algunas de las prácticas didácticas más tradicionales que realizan con el propósito de posibilitar la apropiación de conocimiento matemático de naturaleza aritmética o geométrica por parte de sus estudiantes. De acuerdo con los imaginarios docentes, la aritmética o la geometría en la escuela son “más cercanas” a la realidad de los estudiantes y permiten tratar y comprender diversas situaciones que pertenecen a su cotidianidad, lo que conduce a que estas disciplinas no sólo sean

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

consideradas “más concretas” y “más útiles” en los procesos de formación matemática de los jóvenes, sino que además y dadas las condiciones anteriores, es posible para los maestros disponer con mayor “naturalidad” de una serie de dispositivos didácticos que favorezcan su movilización. En este sentido son también “más fáciles de enseñar”.

Por el contrario, el álgebra además de identificarse fundamentalmente con un sistema simbólico y con las reglas que permiten manipularlo, es considerada “más abstracta”, “más alejada” de las experiencias de los estudiantes. Las conexiones del álgebra con la cotidianidad son casi inexistentes e incluso los problemas que en ocasiones se proponen para ser resueltos con su ayuda resultan ser demasiado “artificiales”. Luego, esta disciplina no sólo es vista como menos útil, produciéndose lo que Chevallard (1989) ha denominado “una peyoración cultural del álgebra”, sino que además los maestros piensan que presenta mayores dificultades tanto en la enseñanza como en el aprendizaje.

En el estudio que estamos presentando, el álgebra escolar, en principio, no se considera una disciplina matemática como la aritmética o la geometría, sino como una **técnica matemática** (Bolea, 2003; Gascón, 1999; Bolea, Bosch & Gascón, 2001) que posibilita el estudio y la solución de campos de problemas y en esta perspectiva, es un instrumento de la actividad matemática en la escuela. Como resultado de esta manera particular de usar el álgebra escolar obtendremos *Modelos Algebraicos* de los campos de problemas estudiados que pueden pertenecer a lo que en el ámbito de la escolaridad se considera como “aritmético”, “geométrico”, “estadístico” o incluso de naturaleza “extramatemática”. Los fundamentos teóricos que dan forma a esta idea de álgebra escolar se encuentran en algunos de los principales desarrollos conceptuales de lo que se ha denominado en Didáctica de las Matemáticas como el *Enfoque Epistemológico* (Gascón, 1998) y, en particular, en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Gascón, 1998; Chevallard, 1999), de la cual se nutre dicho enfoque; en este sentido, el análisis didáctico que se propone en el estudio tendrá este referente teórico.

El álgebra escolar como una técnica matemática. Para comprender cuál es el significado de proponer el álgebra escolar como una técnica matemática, empezaremos planteando cómo desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico o TAD, se introduce la noción de *organización o praxeología matemática* para describir la actividad que posibilita la construcción del saber matemático en las distintas instituciones de la sociedad en donde se llevan a cabo procesos de comunicación, producción y uso de dicho saber.

Bosch (1994) afirma que “toda actividad resulta de la puesta en práctica de una técnica” (p. 22). En particular, la actividad matemática (relativa al *hacer matemáticas*) consiste fundamentalmente en la producción, utilización y transformación de técnicas matemáticas que posibiliten el estudio y posible solución de cuestiones o problemas en una institución; por la multiplicidad de acepciones que circulan en la didáctica respecto del término “problema”, es necesario precisar que se utiliza en un sentido amplio, comprendiendo no sólo los problemas prácticos o ejercicios rutinarios, sino también aquellos en donde es preciso describir, explicar, entender o diseñar partes del mundo, de otras disciplinas e incluso de las propias matemáticas. Para llevar a cabo su proceso de estudio es necesaria la utilización de *técnicas* (τ) las cuales son, fundamentalmente, maneras de realizar las tareas que demandan estos procesos. En esta noción de técnica se incluyen desde aquellas consideradas como algorítmicas hasta las que no lo son.

El cuestionamiento de la efectividad e incluso el alcance de las técnicas generalmente moviliza el desarrollo y la producción de otras con las que se pueda “avanzar” en el proceso de estudio. La dinámica tanto de la utilización de técnicas como de la producción de nuevas genera, por un lado, la necesidad de *justificar* su pertinencia en relación con el campo de problemas del

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

que se ocupan, es decir, que realizan las tareas para las cuales son movilizadas; de otro lado, se espera que sea posible *explicar o aclarar* las técnicas utilizadas, en el sentido de desarrollar los elementos que permitan explicitar el *porqué* éstas son correctas. Este momento que comprende el esfuerzo intencional de justificación, explicación y generación de nuevas técnicas produce *tecnologías* las cuales a su vez demandan *teorías* asociadas a éstas y que cumplen el mismo papel que las tecnologías con las técnicas. Tenemos entonces que una organización o praxeología matemática como modelo tanto de la actividad matemática, así como modelo de organización del saber matemático, está compuesta por dos elementos interrelacionados entre sí: el bloque *práctico-técnico* o praxis, constituido por los problemas y las técnicas y el bloque *tecnológico-teórico* o logos constituido por los discursos tecnológicos y teóricos.

En este contexto, la consideración del álgebra escolar como una técnica matemática nos permite identificarla con un “nuevo modo de producción de conocimientos matemáticos” (Bolea et al., 2001), con un instrumento que los sistemas educativos ponen al servicio de los maestros y de los estudiantes para que éstos lleven a cabo el proceso de estudio de cualquiera de las organizaciones matemáticas escolares independientemente de la naturaleza de los objetos de los que éstas se ocupan. La técnica algebraica se caracteriza fundamentalmente por dos aspectos:

- Su carácter *analítico*, el cual equivale a un modo de razonamiento, a un “procedimiento heurístico” (Lakatos, 2002) que se fundamenta en la suposición de que el problema se encuentra resuelto, que el dato o los datos desconocidos “existen y son obtenibles” (Gascón, 1993) para llegar a través de una cadena causal a los datos conocidos, a lo dado.
- La designación de los datos y las incógnitas mediante el uso de letras. Se logra, de esta manera, explicitar e instrumentalizar las relaciones causales entre ellos en aras de alcanzar una fórmula que represente las condiciones del problema y que posibilite su manipulación sintáctica. Así, la técnica algebraica se distingue fundamentalmente por ser un registro escrito en donde el uso de las letras para designar tanto las incógnitas como los datos genera la posibilidad de identificar y manipular las relaciones de dependencia entre éstos.

Como principal resultado de lo anterior, es posible con el uso de la técnica algebraica en el proceso de estudio de los campos de problemas la identificación de su estructura, la búsqueda de reglas generales de solución y de nuevas técnicas, lo que conduce a encontrar no sólo las incógnitas en sí mismas, sino sus características estructurales, las relaciones entre ellas y sus condiciones de existencia. De esta manera, se generan por un lado, cuestiones relacionadas con la justificación y descripción de estas nuevas técnicas, así como la necesidad de describir y explicar teóricamente las clases de problemas resolubles con ellas. De otro lado, se presenta una movilización en torno a los aspectos teóricos desde los cuales es posible caracterizar la estructura de las soluciones y las condiciones de resolubilidad de los campos de problemas, etcétera. Así, resulta una nueva organización matemática escolar algebraizada o *modelo algebraico* de la inicial por medio de la cual es posible ampliar nuestros conocimientos acerca de la organización matemática escolar estudiada. Un modelo algebraico de una organización matemática, la enriquece conceptual y estructuralmente en tanto que produce conocimientos nuevos relativos a todos sus elementos estructurales. Tal y como Bolea et al., (2001) afirman, la técnica algebraica es un “nuevo modo de producción de conocimientos” y en este sentido la modelación algebraica es un proceso generador de nuevos conocimientos lo cual, evidentemente, no escapa a la consideración de la TAD sobre los modelos y la modelación matemática en general y según la cual “la metáfora adecuada para los *modelos matemáticos* es la de ‘máquina’ o ‘instrumento’

útil para producir conocimientos relativos al sistema modelizado” (Gascón, 2002). Es justamente en este aspecto en donde se encuentra la potencia de los Modelos Matemáticos y en particular de los algebraicos.

Las praxeologías u organizaciones didácticas: el proceso de estudio de las organizaciones matemáticas.

De acuerdo con la TAD, para adelantar el proceso de estudio o de reconstrucción de las matemáticas en la escuela, ya sea en el papel del alumno o en el caso del profesor, se utiliza una praxeología didáctica, que en el caso del alumno, se denomina “praxeología discente” y en el caso de ayuda al estudio que diseña el profesor se denomina “praxeología docente” (Bosch, Espinoza & Gascón, 2003; p.11). Esta reconstrucción consiste “en la utilización de una determinada *praxeología (u organización) didáctica*, con su componente práctico (formado por tipos de tareas y técnicas didácticas) y su componente teórico (formado por una tecnología y una teoría didáctica)” (Bosch et al., 2003; p. 10).

En relación con el profesor, y en contra de la visión individualista de su actividad que le otorga un papel protagónico dentro de la relación didáctica y le asigna la completa responsabilidad del correcto funcionamiento del proceso didáctico, desde la perspectiva conceptual de la TAD se reclama el carácter *institucional y colectivo* (Bosch et al., 2003; p. 3) de la actividad docente, la cual se encuentra determinada y condicionada por las diversas restricciones didácticas y matemáticas que inciden sobre la actividad matemática escolar. Bosch et al., (2003) plantean que:

(...) detrás de las “maneras de hacer” particulares de los profesores cuando tratan de reconstruir conjuntamente con sus alumnos una Organización Matemática determinada, se esconden *praxeologías didácticas genéricas*, que no dependen tanto de los rasgos personales del docente como de la *institución didáctica* en la que se lleva a cabo el proceso de estudio. Pensamos que, a pesar de la naturalidad con que se ejecutan, las praxeologías didácticas que utilizan los profesores no son sólo ni principalmente construcciones personales e individuales, sino que proceden de elaboraciones históricas y colectivas, cuyas aparentes idiosincrasias no deberían esconder los *invariantes institucionales* que caracterizan a todas las *prácticas didácticas posibles en la institución* en cuestión (p.11).

De acuerdo con Gascón (2002), el profesor, en tanto sujeto de una institución, representante de un colectivo y como *director* del proceso de estudio en la escuela, debe adelantar una serie de tareas que pueden ser *rutinarias* como seleccionar un texto, diseñar las clases, elegir los ejercicios que deberán realizar los alumnos, elaborar un examen parcial, corregir las tareas, etc., pero estas tareas pueden también ser problemáticas como por ejemplo: ¿Cómo iniciar el estudio del álgebra en la básica secundaria? ¿Qué tipo de estrategias deberían usarse para motivar a los alumnos que no quieren estudiar? ¿Cómo enseñar a los alumnos a resolver ecuaciones? ¿Cómo organizar el currículo con base en los documentos curriculares oficiales vigentes? Para llevar a cabo estas tareas, el profesor utiliza técnicas didácticas, es decir *de ayuda al estudio* (Bosch & Gascón, 2001; p. 2), y que se soportan, generalmente, en los discursos didácticos o pedagógicos que generalmente circulan en las instituciones escolares y en aquellos recibidos en las instituciones que lo formaron. La actividad docente comporta así una doble faceta: por un lado, está constituida de técnicas didácticas que se construyen como respuestas a las tareas problemáticas que se presentan durante el desarrollo de su labor; por otro lado se encuentran los discursos didácticos que le permiten justificar y describir tanto las técnicas

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

como las tareas. Pero, como hemos afirmado anteriormente, la actividad docente no es libre “ni depende de los rasgos personales del profesor” (Bosch et al., 2003; p. 9): son las *restricciones didácticas y matemáticas* que impone el sistema educativo sobre la escuela las que determinan lo que lo es posible hacer o no en ella, condicionando dicha actividad.

En el reconocimiento de estas restricciones encontramos una de las principales apuestas conceptuales de la TAD, en tanto que en este contexto teórico el saber matemático escolar es un saber transpuesto, cuyo referente inmediato, el “saber matemático sabio” (Chevallard, 1991, p. 13) se construye fundamentalmente en el marco de las dinámicas internas de la disciplina matemática como resultado de la actividad de los investigadores en este campo, respondiendo, en principio, a situaciones problemáticas específicas del contexto desde donde emerge. Su ingreso en el sistema de enseñanza y en la institución escolar es generalmente motivado por una cuestión problemática que apunta a una exigencia de formación cultural de los ciudadanos de un grupo humano que no necesariamente se relaciona con aquellas cuestiones que lo produjeron originalmente en la institución científica; la necesidad de *reconstrucción* del saber matemático en instituciones distintas de aquella de donde es originario, demanda que sea sometido a una serie de adaptaciones para posibilitar su supervivencia en el ambiente que dichas instituciones le ofrecen; para que, por ejemplo, ingrese en la escuela debe sufrir una serie de transformaciones que incluyen procesos de despersonalización y de descontextualización. Los rasgos específicos que adquieren los objetos matemáticos durante este proceso de “Transposición Didáctica” (Chevallard, 1999; p. 229) al devenir objetos de enseñanza y luego de aprendizaje, son el resultado de diversas restricciones impuestas en cada una de las instituciones en las cuales se toman decisiones frente al saber. Bolea et al. (2001) señalan dos grandes tipos de restricciones:

Las restricciones didácticas genéricas que impone el sistema educativo a la enseñanza de las matemáticas en la institución escolar y que se relacionan con:

- los “tiempos didácticos”, es decir, con la organización del tiempo escolar en distintos esquemas (semestres, períodos, etcétera) que obliga a una reorganización del saber matemático en diversos dispositivos (unidades temáticas, redes conceptuales, etcétera) que no siempre guardan relación con la organización del saber matemático sabio, y que por otro lado, requiere de la elaboración de dispositivos didácticos que posibiliten su movilización de año en año;
- también encontramos restricciones didácticas genéricas relacionadas con la necesidad de evaluar los aprendizajes, de manera que se elaboran una serie de instrumentos a través de los cuales caracterizar y controlar los procesos de formación de sus ciudadanos y de los medios utilizados con este propósito. Para que esto pueda efectuarse, es preciso establecer diferencias internas en el *corpus* del saber matemático que no necesariamente responden a lógicas propias de los actos constitutivos de los objetos matemáticos; esta situación conduce a una fragmentación del mismo, derivándose de esta restricción un efecto consistente en lo que Chevallard (2006) denomina “pérdida del sentido funcional del saber de referencia respecto al saber enseñado” (p. 12);
- la necesidad de que todo saber enseñado aparezca como definitivo e incuestionable. Esta restricción está relacionada con la necesidad de que el saber matemático viva en la escuela sin rastro de los actos a través de los cuales se constituyó como tal, apareciendo así como un producto impersonal, incuestionable y ya acabado. Tenemos de esta manera, una pérdida de las *razones de ser* de los objetos matemáticos, de los problemas que se encuentran en el origen de los procesos constructivos de dichos objetos, y ante la pregunta insistente de los estudiantes ¿por qué tenemos que aprender álgebra? o ¿para qué nos sirve

aprender a factorizar?, tal y como afirma Chevallard (2006), “(los estudiantes) son invitados a contemplar cuerpos de conocimiento cuya racionalidad se ha perdido en el tiempo¹” (p. 16). Es la llamada “Educación Monumentalista” (Ibíd.; p. 16) en la cual el saber matemático se presenta como un “monumento”, en el sentido de una obra que posee un valor científico o histórico en sí mismo, pero en la que se han perdido los significados que se encuentran en la base de su existencia, es decir, sus razones de ser.

Las restricciones didácticas específicas que provienen de lo que se entiende por álgebra o por aritmética o por geometría en cada una de las instituciones en donde éstas se producen o se usan; es decir, estas restricciones provienen de la *representación institucional* del saber matemático. Cada una de las instancias en las que se lleva a cabo el proceso transpositivo impone su propio *Modelo Epistemológico de Referencia* de la actividad matemática, que en la mayoría de los casos es implícito, pero que condiciona además del saber que finalmente es aprendido por los estudiantes, las decisiones relacionadas con los instrumentos y herramientas para gestionar dicho saber y para evaluar su aprendizaje, lo que se toma como evidencia de que este proceso se está llevando a cabo, el modelo de texto escolar más apropiado para los propósitos que se persiguen, etcétera.

Así, en el estudio que presentamos consideramos en particular las restricciones debidas a la representación institucional dominante del álgebra en el sistema educativo colombiano, tal y como lo describimos a continuación.

La representación dominante del álgebra en el sistema educativo colombiano. En los trabajos de investigación a nivel nacional e internacional en torno al álgebra escolar es posible identificar una fuerte tendencia a considerarla como una *generalización de la aritmética* (Gascón, 1999); tanto las perspectivas *conceptualistas* que tiende a identificarla con un sistema de conceptos, así como las *psicolingüísticas* que la consideran un lenguaje, fundamentan epistemológicamente la formulación de los problemas y la caracterización de los fenómenos didácticos en una aparente continuidad temporal y conceptual tanto histórica como didáctica entre la aritmética y el álgebra, de tal manera que esta última se considera como una “extensión natural” de la primera. En estas aproximaciones, el álgebra considerada “más abstracta”, “más alejada de la realidad”, se propone en contraposición a la aritmética pero siempre vinculada a “lo numérico” en tanto que generaliza reglas que rigen este ámbito; en coherencia con esta condición, los símbolos algebraicos representan números específicos (en las ecuaciones), números generales (identidades) o variables (fórmulas funcionales).

De acuerdo con Gascón (1999), esta *representación institucional* del álgebra escolar no sólo es dominante entre los didactas sino que además se encuentra fuertemente arraigada en los sistemas educativos, situación que se expresa en las diversas propuestas curriculares que conectan cronológicamente la enseñanza de la aritmética y el álgebra, en los textos escolares y en los dispositivos didácticos elaborados por los profesores. En particular, los trabajos de Valoyes (2008) y Malagón (2008) muestran la forma como a través de los documentos curriculares oficiales vigentes y de los textos escolares de matemáticas que circulan en la escolaridad colombiana, esta representación institucional del álgebra se impone en el sistema educativo colombiano, confirmando que éste no es ajeno al fenómeno descrito. A partir del análisis didáctico de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y de los Estándares Básicos de Competencias (2006), Valoyes (2008) concluye que:

¹Traducción libre del inglés.

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

(...) el álgebra escolar se asocia muy estrechamente a lo aritmético. A pesar de sus relaciones con lo variacional, que no necesariamente se restringe a lo numérico, la mayor parte de las referencias en los documentos considerados apuntan a señalar estos vínculos como por ejemplo, cuando se propone su introducción a partir de la generalización de patrones aritméticos o se considera el surgimiento del cálculo algebraico como resultado de la generalización del “trabajo aritmético”, por mencionar sólo algunas de ellas. Es a partir de estos elementos que podemos resaltar como un rasgo dominante del MER del álgebra escolar en los documentos curriculares colombianos el considerarla como una generalización de la aritmética (p.180).

Una de las principales consecuencias de la representación institucional dominante del álgebra en el sistema educativo colombiano es su reducción a simple instrumento de representación y de manipulación sintáctica de las reglas y propiedades de los números despojándola de su *función epistémica* (Valoyes, 2008, p. 208), en tanto que no es posible producir conocimiento nuevo relativo a los números; pero además, no es posible llevar a cabo el proceso de estudio de campos de problemas geométricos, métricos o estadísticos o, en fin, problemas de naturaleza no numérica, tal y como lo hemos discutido anteriormente. Se produce así lo que Chevallard (1989, c.p. Bolea et al., 2001) y Bolea (2003) han denominado una “desalgebrización” del currículo de matemáticas en la escuela, fenómeno que se manifiesta entre otros aspectos en la ausencia del uso de *parámetros* en la actividad matemática escolar lo que conduce a que las fórmulas se utilicen sólo como meros instrumentos de cálculo numérico y no como modelos algebraicos; en la atomización de los problemas que se proponen para ser estudiados en problemas de edad, de peso, de distancia, etc., sin la posibilidad de encontrar sistemáticamente relaciones matemáticas entre ellos que permitan articularlos a organizaciones matemáticas locales como sus razones de ser; en el énfasis de la actividad algebraica en los procesos resolutorios de ecuaciones aisladas clasificadas únicamente por su grado y la autonomía entre las diferentes organizaciones matemáticas escolares propuestas para ser estudiadas sin la posibilidad de establecer vínculos entre ellas, lo que genera la desintegración no sólo del *corpus* algebraico, sino también la atomización de las organizaciones matemáticas en múltiples organizaciones matemáticas puntuales, etcétera.

La importancia del análisis propuesto radica en que es, justamente, a través de los documentos curriculares y de los textos escolares como la representación institucional del saber matemático en general, y del álgebra en particular, ingresa en el sistema educativo, condicionado el accionar del profesor en las aulas de clase. En estos documentos el profesor encuentra indicios de las características del saber matemático a ser enseñado y de cómo llevar a cabo su proceso de estudio (Barbé et al., 2005). Frente a la pregunta: *¿Cuál es el tipo de actividad que los profesores pueden llevar a cabo en la institución escolar para propiciar la apropiación del álgebra por parte de sus alumnos?*, se podrá afirmar, de acuerdo con recientes desarrollos teóricos de la TAD que esta actividad se encuentra fuertemente determinada por las restricciones didácticas específicas antes descritas. En nuestro estudio la representación institucional del álgebra en el sistema educativo colombiano sería una de ellas.

De esta manera, la existencia de este tipo de restricciones en los sistemas educativos condiciona los dispositivos didácticos a disposición del profesor, incidiendo fuertemente en la forma que adquiere el álgebra efectivamente enseñada. Lo anterior podría explicar, en principio, las características de los resultados obtenidos por los estudiantes colombianos y sus bajos desempeños en las pruebas internas nacionales (SABER, ICFES) e internacionales (TIMSS), en

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

tanto que a lo largo de su proceso de formación se encuentran organizaciones matemáticas que aparecen “abruptamente algebrizada” como en el caso de la geometría, la cual, pasa de ser sintética durante la educación básica a analítica en el ciclo de la educación media sin que haya mediado un proceso de estudio con el álgebra que les permita construir esta última (Valoyes, 2008).

De esta manera, cualquier intento de mejorar los desempeños algebraicos de los estudiantes colombianos, pasa necesariamente por comprender la forma como las restricciones que impone el sistema educativo afecta la actividad docente del profesor de matemáticas. Es válido preguntarse entonces y de acuerdo con las anteriores consideraciones, *¿De qué forma la representación institucional del álgebra dominante en el sistema educativo colombiano determina la actividad docente del profesor de matemáticas?* Esta es la pregunta que orienta el estudio que estamos presentando. Nos proponemos fundamentalmente, identificar las restricciones institucionales que inciden sobre las actividades docentes en torno a los procesos de estudio del álgebra en las instituciones educativas seleccionadas y caracterizar los dispositivos y técnicas didácticas que usan los profesores para hacer vivir los distintos momentos del proceso de estudio por los estudiantes en la construcción de conocimiento algebraico.

Consideraciones metodológicas

El desarrollo del presente estudio requiere del análisis de las organizaciones didácticas empíricas utilizadas por los profesores para orientar los procesos de estudio del álgebra en la escuela. Este análisis será adelantado con base en datos empíricos tomados de los diseños curriculares de los cursos objeto de estudio, de los textos escolares de referencia para estos cursos y de las observaciones video grabadas de las prácticas de los profesores de matemáticas de los grado 8° y 9° de Educación Básica Secundaria en cuatro instituciones educativas de la ciudad de Santiago de Cali. Dichas observaciones serán realizadas durante el desarrollo de las actividades docentes que van desde la concepción y organización de los dispositivos de estudio (planeación curricular), hasta la orientación en la ejecución de las actividades propias del proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes.

El diseño metodológico se basa en uno propuesto por Bosch & Gascón (2002), descrito como sigue:

I. Contrastación del modelo epistemológico de referencia del álgebra escolar con las organizaciones matemáticas a enseñar en la institución educativa propuestos en sus planes de área, en los textos escolares que estas instituciones privilegian como ayuda al proceso de estudio y en los planes de aula que presentan la organización específica del álgebra escolar que cada profesor propone.

II. Análisis de la dinámica de estudio, esto es, de los dispositivos y técnicas didácticas utilizadas por los profesores para dirigir el proceso de estudio del álgebra.

Para organizar y analizar la información que se recoge del proceso didáctico presentado para observación, se propone entonces el diseño de unos instrumentos (rejillas de análisis) que permitan tomar los elementos característicos y distintivos de las restricciones institucionales que determinan las actividades algebraicas en las instituciones educativas objeto de estudio. De acuerdo con este modelo metodológico, el análisis didáctico considerado en nuestro trabajo se centra entonces en el sistema de enseñanza sin incluir la caracterización de la forma que toma el

álgebra en la comunidad de estudio, es decir, entre los estudiantes. Este aspecto que es fundamental, es aún una cuestión abierta a la espera de ser abordada².

Conclusiones previas

En el avance de este estudio hemos tratado de explicitar una manera distinta de imaginar el álgebra escolar, que trata de ubicarla en un lugar mucho más cercano al que se propone en los documentos curriculares que el Ministerio de Educación Colombiano ha puesto en circulación (Lineamientos Curriculares, 1998, Estándares Básicos de Competencia, 2006). Este es por tanto un punto de partida para contribuir en la discusión en torno a lo que significa “enseñar álgebra” en la escuela, contribuyendo con el fortalecimiento de la formación de maestros y maestras de la región.

En esta dirección es importante problematizar tanto la actividad docente del profesor de matemáticas cuando enseña álgebra, así como las restricciones matemáticas y didácticas que condicionan su labor en tanto que éstas inciden en la forma que toma el saber algebraico finalmente aprendido por los estudiantes. Podría considerarse entonces que si se quiere impactar el desempeño algebraico de los estudiantes colombianos, que se ha mostrado bajo en las diferentes pruebas nacionales e internacionales (TIMSS, PISA), es necesario comprender la forma como las restricciones institucionales afectan la actividad docente.

Es así como en el estudio se ha considerado el uso del dispositivo didáctico de los *momentos del proceso de estudio* introducido por Chevallard (1999), como un instrumento que permite describir y comprender las prácticas de los maestros colombianos de matemáticas cuando enseñan álgebra y la manera como su representación dominante se expresa en dicha práctica. Estos momentos didácticos o momentos del estudio no se refieren a una serie de etapas cronológicamente establecidas, porque:

(...) sea cual sea el camino seguido, se llega forzosamente a un momento donde tal o cual “gesto del estudio” deberá ser cumplido: donde por ejemplo, el alumno deberá “fijar” los elementos elaborados (momento de la institucionalización); donde deberá preguntarse “qué vale” lo que se ha construido hasta entonces (momento de la evaluación); etcétera (Chevallard, 1999; p. 221).

Los “gestos del estudio” o actividades que deben ser cumplidas, se encuentran estrechamente vinculadas a los elementos estructurales de la actividad matemática, es decir, con la *praxis* y el *logos*, y con la necesidad de institucionalizar el saber matemático en la institución en donde se lleva a cabo; desde esta perspectiva, los momentos didácticos se refieren fundamentalmente a una realidad funcional en el proceso de estudio de las diversas OM. Chevallard (1999) identifica claramente los siguientes seis momentos didácticos:

El *momento del primer encuentro* con la OM de referencia, que como su nombre lo indica, corresponde con el del descubrimiento de un representante de los problemas relativos al campo de problemas de la OM objeto de estudio. El segundo momento o de *exploración de los problemas*, se caracteriza por la puesta en acto de una serie de técnicas a través de las cuales se intentan determinar las características de los problemas objeto de estudio. Este momento es

² Al finalizar el primer semestre de 2011, según el cronograma del proyecto, deben estar diseñados, validados y aplicados los instrumentos para la obtención de los datos empíricos del estudio. En consecuencia, esta publicación sólo recoge avances de las discusiones teóricas, propias de los seminarios desarrollados en el marco del proyecto o de los antecedentes del mismo.

particularmente importante dado el papel central que juegan las técnicas en el desarrollo de la actividad matemática. El tercer momento o **de constitución del entorno tecnológico-teórico** que resulta de los cuestionamientos sobre la naturaleza y alcance de las técnicas y de los problemas estudiados. En el cuarto momento o del **trabajo de la técnica** se tiende a robustecer la habilidad en el manejo de la o las técnicas relativas a los problemas objeto de estudio. Se evidencia de esta manera la necesidad de rutinizarlas técnicas, de forma que ante determinados tipos de problemas se reconozcan y movilicen las técnicas pertinentes. El propósito principal del quinto momento **de la institucionalización** consiste en precisar y explicitar los elementos constitutivos de la OM estudiada que se espera sean “conservados” por los sujetos que fungen de estudiantes, es decir, lo que la institución, en donde se lleva a cabo la actividad matemática, finalmente espera que sea apropiado o desechado después del proceso de estudio. El último momento es el de **la evaluación**, que evidentemente se encuentra estrechamente vinculado con el de la institucionalización. Es el momento en el cual se indaga o se examina en los estudiantes el valor de aprendido, en sus relaciones con los propósitos institucionales. Es decir, se analizan las relaciones *personales* de los estudiantes con los elementos de la organización matemática refiriéndolas a lo que se ha convenido debe ser conservado.

Creemos que la principal utilidad del modelo de los momentos en los procesos investigativos de la didáctica, consiste en constituir una rejilla para el análisis de los procesos didácticos además de plantear la cuestión acerca de la realización de dichos momentos. En este sentido, será posible construir respuestas a esta cuestión mediante la elaboración de situaciones didácticas adecuadas para la intervención en el aula (Chevallard, 1999; Bosch & Gascón, 1994, 2002) en las que evidencie el *cómo*: ¿Cómo realizar el primer encuentro con los problemas?, ¿Cómo realizar la evaluación?, etcétera.

Como resultados esperamos no sólo aportar en la consolidación de la Línea de investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad Santiago de Cali, institución que financia el estudio. Se espera, a través de los eventos propuestos en el marco del proyecto, incidir en la formación didáctico-matemática de los maestros a través de la generación de espacios de estudio y discusión de los aspectos epistemológicos, didácticos y matemáticos en torno a los procesos de desarrollo de pensamiento algebraico en los estudiantes de la educación básica secundaria y media de las distintas instituciones educativas del departamento del Valle del Cauca. Lo anterior en procura de comprender la complejidad de estos procesos y de apropiarse de elementos conceptuales y procedimentales que les permitan intervenir de manera positiva en ellos mediante el diseño y la puesta en acto de diversos dispositivos didácticos.

Referencias bibliográficas

- Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L., & Gascón, J. (2005). didactic restrictions on the teacher's practice: the case of limits of functions in spanish high schools, *Educational Studies in Mathematics*, 59 (3), pp. 235–268
- Bolea, P. (2003). *Los procesos de algebrización de las Organizaciones Matemáticas Escolares*. Tesis Doctoral, Universidad de Zaragoza; Zaragoza, España.
- Bolea, P., Bosch, M. & Gascón, J. (2001). El proceso de algebrización de las matemáticas escolares, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(3), 247-304.
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*, Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España.
- Bosch, M., & Gascón, J. (1994). La integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos de problemas de matemáticas, *Enseñanza de las Ciencias*, 12(3), 314-332.

Efecto de la representación institucional del álgebra en la actividad docente

- Bosch, M., & Gascón, J. (2001). Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. Recuperado de www.ugr.es/~jgodino/siidm/almeria/Practicas_docentes.PDF
- Bosch, M., & Gascón, J. (2002). Organiser l'étude. 2. theories & empiries. En Dorier, J.-L. et al. (Eds.). *Actas de la 11^e École d'Été en Didactique des Mathématiques*. (pp. 1- 18). Paris, Francia.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2006): Twenty-Five Years of the Didactic Transposition. ICME boletín N° 58.
- Bosch, M., Espinoza, L., & Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23, (1), pp. 34 – 60.
- Chevallard, Y. (1989). *Arithmétique, algèbre, modélisation*. Aix, France: IREM
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée Sauvange, Grenoble.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 266-266
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. En P. Boero (presidente). Proceedings of the 4th CERME. (pp.12-23). Sant Feliu de Guixols, España.
- Gascón, J. (1993). Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(3), 295-332.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7-34.
- Gascón, J. (1999). La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar, *Educación Matemática*, 11(1), 77 – 88
- Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la E.S.O. y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *SUMA*, 39; 13-25
- Lakatos, I. (2002). *Escritos Filosóficos, I. La metodología de los programas de investigación científica*. (1ª ed.). (J.C. Zapatero, Trad.). Madrid, España: Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1973).
- Malagón, R. (2008). *El álgebra escolar como instrumento de la actividad matemática: un estudio desde la teoría antropológica de lo didáctico sobre la reconstrucción de organizaciones matemáticas en torno a la divisibilidad*. Tesis de maestría, Universidad del Valle; Cali, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. Santafé de Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Santafé de Bogotá: MEN.
- Valoyes, L. (2008). *Análisis didáctico de la algebrización de una organización matemática en el sistema educativo colombiano. El caso de la semejanza en el plano*. Tesis de maestría, Universidad del Valle; Cali, Colombia.