



Livro didático do 8º ano: conversões, tratamentos e equações

Wagner Rodrigues **Costa**
Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
profwagnercosta@gmail.com

Resumo

O presente trabalho se propõe a investigar em que medida ocorrem as conversões e tratamentos nos problemas envolvendo equações do primeiro grau em coleções aprovadas pelo PNLD do 8º ano. Com intuito de alcançar o objetivo, adotou-se como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Palavras-chave: congruência, representação semiótica, escrita natural, escrita algébrica, conversão

Introdução

O ensino de Álgebra assume um espaço bastante significativo na grade curricular das escolas brasileiras, uma vez que seu estudo está ligado ao desenvolvimento do raciocínio e à sua utilização como ferramenta para resolver problemas. Acerca dos resultados das avaliações em nível nacional, sabe-se que nos itens referentes à Álgebra, o índice de acerto fica em torno de 40% em muitas regiões do país (BRASIL, 1998). Isso faz com que, ao seu ensino, seja dedicado um tempo maior de aulas quando comparada a outras áreas da Matemática, como Geometria, por exemplo, (ARAÚJO, 2001).

A excessiva manipulação algébrica, a repetição mecânica dos procedimentos são um dos focos do ensino da Álgebra, atualmente, em nossas escolas. Pensa-se que quanto mais o sujeito conhecer os procedimentos algébricos melhor compreenderá como se resolve equações. Diversas pesquisas (USISKIN, 1995; KIERAN, 1995; LOCKHEAD E MESTRE, 1997; ANDRÉ, 2007) confirmam a existência de dificuldades por parte dos alunos em aprender Álgebra. Usiskin (1995) apontou problemas na compreensão da noção de variável, decorrentes da mudança de concepção dessa idéia ao longo do tempo. Kieran

(1995) observou dificuldades existentes, por parte dos alunos do *high school*, quando propôs a aplicação de problemas de equação em duas abordagens, aritmética e algébrica. Lockhead e Mestre (1997), apontaram a existência de dificuldades na tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem matemática.

A teoria dos registros de representação semiótica

A teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval afirma que é necessário fazer uma distinção entre o objeto matemático e suas respectivas representações. Esta teoria tem seu valor do ponto de vista cognitivo, pois possibilita ao sujeito compreender que um objeto matemático tem várias formas de ser representado, bem como permite controlar a escolha de uma representação mais econômica na resolução de problemas.

Equação não é apenas $ax + b = c$ ou *o dobro de um número é seis*, bem como outras formas de representar uma equação, mas é um objeto que só pode ser percebido mediante sua representação. A necessidade de uma diversidade de representações semióticas para um mesmo objeto reside no fato de não tentar confundir o objeto matemático com sua representação.

Essa diferenciação necessária entre objeto e sua representação exige duas atividades cognitivas. Uma intimamente relacionada à representação do objeto matemático e outra, ao próprio objeto. É a *semióse* e a *noésis*. A primeira diz respeito à apreensão ou à produção de uma representação semiótica e, a segunda, aos atos cognitivos ligados à apreensão conceitual de um objeto. Para Duval (2004), não existe a possibilidade de existir um sem o outro. A *noésis*, enquanto construção mental, não é independente das representações semióticas. Segundo o autor, não existe *noésis* sem *semióse*. Para que o indivíduo represente um determinado objeto matemático faz-se necessário primeiro compreender a natureza desse objeto, suas propriedades, relações com outros objetos.

A funcionalidade cognitiva dessa abordagem encontra-se no fato de possibilitar, ao aluno, não somente ver seus erros, mas compreender e controlar os processos matemáticos que estão presentes nos problemas. Dessa forma, a teoria ganha sentido uma vez que se propõe a dar um tratamento aos objetos matemáticos do ponto de vista de sua formação e conceitualização.

Duval (2004) argumenta ainda que as representações semióticas são produções externas que estão ligadas diretamente a um sistema semiótico. Essas produções são acessíveis apenas aos sujeitos que têm o conhecimento do sistema semiótico utilizado.

Para Duval (2003), a compreensão em Matemática implica na existência de duas características peculiares. A primeira é a existência de um sistema semiótico, e a outra característica é a diversidade de sistemas semióticos presentes na Matemática. Um sistema semiótico é um conjunto de signos que possui uma finalidade de se comunicar e dar significado. Os sistemas semióticos utilizados podem ser a escrita algébrica, os numerais, a representação gráfica, a figural, entre outros.

Tratamentos e conversões

O tratamento e a conversão são tipos de transformações de representação semiótica que são imprescindíveis para a atividade matemática, do ponto de vista da aprendizagem. O tratamento é a transformação da representação inicial em outras equivalentes, sem mudar o tipo de registro (transformação interna). Podemos considerar como exemplo, a resolução de uma equação na linguagem algébrica,

$$3x + 5(x - 6) = x + 2(x + 1) + 3$$

$$3x + 5x - 30 = x + 2x + 2 + 3$$

$$3x + 5x - x - 2x = 2 + 3 + 30$$

$$5x = 35$$

$$x = 7$$

em que as cinco etapas da equação são equivalentes entre si, o registro algébrico é conservado, mas, no entanto, a representação inicial sofreu transformações até chegar em $x = 7$.

A conversão trata de uma transformação de uma dada representação em outra representação e em outro registro, mas conservando a referência ao mesmo objeto. Uma função afim do tipo $y = -3x + 4$, representada na forma algébrica, pode ser representada num registro gráfico.

Podemos converter uma equação em linguagem natural como “*O triplo de um número é 8*” para a linguagem algébrica $3x = 8$, escrever a representação algébrica de uma função a partir de seu gráfico.

De acordo com Duval (2003), a operação de tratamento dá importância à forma, e por conta disso é a transformação mais utilizada pelos professores como mecanismo de justificativa. Pelo fato de ser procedimental, a sua excessiva valorização pode levar o aluno a associar o objeto a uma única representação e acabar por não dissociar objeto de representação.

Mas é na operação de conversão que é permitido ao sujeito fazer a diferença entre a representação do objeto e o próprio objeto, pois ele irá se deparar com várias representações para um mesmo objeto. Logo, ela é uma das atividades cognitivas essenciais para a compreensão em matemática, do ponto de vista de Duval (2003). O fato de existir uma diversidade de registros de representação semiótica, dá à conversão a sua devida importância no processo de construção do conhecimento, pois ajudará o aprendiz a reconhecer a existência de várias representações para um mesmo objeto.

Alinhando-se à conversão está a mobilização entre os vários tipos de registros de representação. Segundo Duval (2003), “a originalidade da atividade matemática está na

mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”. O que Duval salienta é que não se pode garantir aprendizagem focando o ensino apenas nos tratamentos. Estes são muito úteis para justificar procedimentos, porém a atividade da conversão permite ao sujeito ampliar a dimensão conceitual.

A atividade de conversão não é algo natural. Ela torna-se complexa, pois se depara com dois fenômenos. Um na heterogeneidade dos dois sentidos de conversão e o outro fenômeno nas variações de congruência ou de não-congruência entre as representações.

O primeiro fenômeno característico da conversão é o seu sentido. Converter um registro de **A** para **B** não demanda, necessariamente, o mesmo custo cognitivo de converter de **B** para **A**. Para converter a função de sua representação gráfica para a algébrica é necessário levar em consideração conhecimentos matemáticos que obrigatoriamente não serão requeridos para a conversão da representação algébrica para a gráfica.

Sobre o segundo fenômeno, Duval (1995) declara que o sucesso ou insucesso dos alunos na resolução dos problemas de matemática está ligado aos fatores de congruência e ao sentido da conversão. Três, são as condições a serem satisfeitas para que duas representações sejam congruentes:

- a) conservação da ordem das unidades de significado (OS);
- b) correspondência semântica entre as unidades de significado (CS);
- c) univocidade semântica terminal (US).

A conservação da ordem das unidades de significado se caracteriza quando a conversão entre dois registros de representação se dá no mesmo sentido.

No exemplo abaixo procuramos esclarecer melhor.

O dobro de um número mais sete é cinco.

Nesse problema, lemos da esquerda para direita e representamos a equação na linguagem algébrica neste mesmo sentido por $2x + 7 = 5$. Neste caso, há a conservação da ordem das unidades de significado.

A correspondência semântica das unidades de significado diz respeito a uma combinação binária existente entre as representações. No registro de partida, representado em linguagem natural, uma determinada palavra precisa está associada a apenas um signo. Nesse problema, não se verifica esse fator, pois a palavra dobro está associada a dois signos, ao número 2 e ao sinal de multiplicação.

O terceiro fator de congruência, a univocidade semântica, se refere a uma informação semântica num registro de representação que é mantida ao se fazer a conversão. Como exemplo podemos dizer que são aqueles problemas que, explicitamente, dizem qual o tipo de operação a ser realizada. Problemas como o dobro de um número é sete, informam

que a operação a ser realizada é a multiplicativa.

No problema seguinte, em destaque, analisando sua estrutura, percebemos a existência da não congruência.

Numa empresa, há sete vezes mais empregados do que diretores.

O sentido que lemos o texto (esquerda para direita) não é o mesmo que utilizamos para representar este problema na linguagem algébrica. A representação correta é $7D = E$, sendo D o número de diretores e E o número de empregados e não $7E = D$. Pelo fato de não atender à conservação da ordem das unidades de significado, o problema se classifica como não congruente.

O que percebemos é que cada sistema semiótico possui um conteúdo específico na representação dos objetos. Um registro em linguagem algébrica para representar equações irá exigir conhecimentos como expressões algébricas, operações básicas com sinais, o que não se verifica com um registro em linguagem natural.

Essa oficina se propõe a analisar um capítulo das coleções aprovadas no último PNLD do 8º ano referente a equações do primeiro grau e situar o professor da importância das transformações na representação enquanto elemento necessário para a conceitualização das equações.

Passos para a realização da oficina

1º passo: Discutir sobre tratamentos e conversões enquanto elementos da teoria de Raymond Duval.

2º passo: Formar pequenos grupos e entregar a cada grupo um livro didático do oitavo ano de Matemática de uma das coleções aprovadas no último PNLD.

3º passo: No capítulo referente a equações do primeiro grau, categorizar os problemas no que diz respeito ao tipo de transformação na representação em *tratamentos e conversões*.

4º passo: Ao obter a incidência de conversões realizadas, analisar como elas estão ocorrendo. Se da linguagem algébrica para a natural, se da figural para a algébrica, entre outros pares de conversão que poderão surgir.

5º passo: Cada grupo apresentará o resultado obtido.

Ao final, se fará um comentário dos resultados e a avaliação da oficina.

Bibliografia e referências

Booth, L. (1995). Dificuldade das crianças que se iniciam em álgebra. In: **As idéias da Álgebra**. Organizado por Coxford, A. F & Shulte, A. P. São Paulo: Atual.

Brasil. (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (5^a a 8^a séries). Brasília: MEC / SEF.

Coxford, A. F. e Shulte, A. P. (1995). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual.

Duval, R (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.), **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus,.

_____. (2004). **Semiosis y pensamiento humano – Registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. (Peter Lang). Tradução: Myrian Vega Restrepo (1999). 2^a Edición. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía – Grupo de Educación Matemática.

Kieran, C. (1995). Duas Abordagens Diferentes entre os Principiantes em Álgebra. In **As idéias da Álgebra**. Organizado por Coxford, A. F & Shulte, A. P. São Paulo, SP. Atual.

Lins, R. C. e Gimenez, J. (2005). **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus

Lockhead, J. ; MESTRE, J. P. (1995). Das Palavras à Álgebra: corrigindo concepções erradas. In **As idéias da Álgebra**. Organizado por Coxford, A. F & Shulte, A. P. Tradução de Domingues, H. H. São Paulo, SP. Atual.

Machado, S. D. A. (Org.). (2003). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papyrus.

Peirce, C. S. (2000). **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva.

Usiskin, Z. O. (1995). Que é Álgebra Da Escola Média? In **As idéias da Álgebra**. Organizado por Coxford, A. F & Shulte, A. P. Tradução de Domingues, H. H. São Paulo, SP: Atual.