XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Álgebra no Ensino Fundamental: um estudo das estratégias mobilizadas por alunos para resolver problemas sobre regularidade.

Rinaldo **Beltrão**.
Prefeitura da Cidade do Recife.
Brasil.
rinaldobeltrao@yahoo.com.br

Resumo

Essa pesquisa investiga as estratégias mobilizadas por alunos concluintes do Ensino Fundamental de escolas públicas de Pernambuco para resolverem problemas sobre regularidade. O aporte teórico está fundamentado na Teoria das Representações Semióticas, de Raymond Duval. A pesquisa é um recorte de uma dissertação de mestrado em que se analisa a produção dos alunos ao resolver problemas algébricos proposto em uma avaliação em larga escala aplicada anualmente pelo governo do estado de Pernambuco. Os resultados apontam, entre outras coisas, a importância de uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem na perspectiva de superação da dicotomia estabelecida nas escolas entre o acerto e o erro, que pode levar ao estabelecimento de uma relação mais próxima entre esses dos pólos.

Palavras-chave: linguagem, representação, estratégias, álgebra, conversão, objeto matemático.

Explicitação do Problema.

É possível verificar em qualquer escola no Brasil, seja ela pública ou privada, ao final de cada período letivo, o elevado contingente de alunos que são retidos e que recebem dos professores o veredicto que apresentam dificuldades na apropriação dos conceitos matemáticos. Em muitos casos, no lugar de a escola buscar ações que venham a promover a superação dessas dificuldades, o problema é ignorado fazendo com que os alunos acumulem lacunas na apropriação do saber matemático à medida que dão continuidade a sua vida discente. A conseqüência disso é que muitos deles passam a ser estigmatizados como incapazes para a Matemática, engrossando as estatísticas da reprovação e exclusão escolar.

Compreender algumas dessas dificuldades de aprendizagem da Matemática foi o objetivo principal de nossa pesquisa que teve como resultado a dissertação defendida como parte da conclusão do curso de Mestrado em Ensino das Ciências e Matemática, de onde se origina este artigo. Para isso, recorremos à análise de erros enquanto modelo metodológico, para elencar as estratégias mobilizadas pelos alunos para resolver problemas algébricos.

Procuramos aqui, refletir sobre os resultados de nossa pesquisa de mestrado, focando nossa preocupação mais especificamente nas dificuldades encontradas pelos alunos para resolver problemas sobre regularidade, o que nos levou a buscar respostas para o seguinte questionamento: Que estratégias os alunos que estão concluindo o Ensino Fundamental mobilizam para responder questões sobre regularidade?

Referencial Teórico.

A organização dos conteúdos escolares de Matemática tem sido historicamente realizada em três blocos: aritmética, álgebra e geometria. Nesta perspectiva, o estudo dos números tem sido associado ao campo da aritmética, o trabalho com as letras tem sido ligado à álgebra e as formas e figuras relacionadas à geometria. As tendências atuais em Educação Matemática entendem a álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma maneira de pensar matematicamente, caracterizada pela busca de generalizações e de regularidades. Logo é recomendável que o ensino de álgebra seja desenvolvido desde a primeira etapa do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica, priorizando-se a busca, por parte dos alunos, da identificação de regularidades e sequências, sejam elas numéricas, de figuras ou outro tipo.

Os PCN de Matemática (BRASIL, 1998) destacam a importância da introdução de regularidades e sequências para que os alunos possam ampliar os significados que possuem acerca dos números e das operações, busquem relações existentes entre eles, aprimorem a capacidade de análise e de tomada de decisões, que começam a se manifestar. Os PCN de Matemática também defendem que é necessário explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Com isso criam-se condições para que o aluno perceba que a atividade matemática estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 1998. p.63) caminhando, dessa forma, para a superação de dificuldades na apropriação de conceitos matemáticos.

D'Amore (2007) identifica algumas dificuldades dos alunos com relação à aprendizagem da Matemática, que ficam mais contundentes quando se passa a ter contato com a álgebra, dificuldades estas relacionadas às idéias de linguagem e simbolismo.

De acordo com o dicionário de Língua Portuguesa Houaiss, linguagem é qualquer meio sistemático de comunicar idéias ou sentimentos por meio de signos convencionais, sonoros, gráficos ou gestuais; é qualquer sistema de símbolos ou objetos instituídos como signos. O fato de possuir essas características e uma sintaxe, uma semântica e uma pragmática específica fazem com que muitos autores afirmem que a Matemática é uma linguagem (D'AMORE, 2007. p.241).

Duval (2003, 2004) afirma que existem quatro maneiras diferentes de se entender a palavra linguagem: como língua, onde ela seria um sistema semiótico com um funcionamento próprio, como é o caso da língua portuguesa; como diferentes formas de discurso produzidas usando uma língua, como ocorre numa conversação ou uma narração; uma função geral de comunicação entre indivíduos da mesma espécie; como uso de um código qualquer, mais ou menos reconhecido e compartilhado socialmente.

A comunicação é uma das formas possíveis de se entender a linguagem e o ensino tem como base a comunicação, sendo um dos objetivos da comunicação favorecer a aprendizagem dos alunos. Logo quem comunica deve fazê-lo utilizando uma linguagem que possa ser compreendida. Uma forma de se ter êxito nesse processo é utilizar uma linguagem comum em toda a comunicação, evitando-se linguagens específicas.

A questão é que a Matemática possui uma linguagem específica e um dos objetivos de quem a ensina é fazer com que os alunos se apropriem dessa linguagem. E para que isso ocorra, eles precisam entrar em contato com ela. Estamos diante do que D'Amore (2007) denomina de paradoxo da linguagem específica (D'AMORE, 2007. p.249).

Aliado a essa problemática da linguagem, D'Amore (2007) aponta outra dificuldade no processo de aprendizagem da Matemática: para muitos professores existe uma identidade entre o conceito matemático que se deseja ensinar, o símbolo matemático e os algoritmos. Pode-se ver isso claramente, por exemplo, no estudo da operação de divisão. Qualquer criança ou adolescente, escolarizada ou não, tem em sua mente o conceito de divisão. Porém nem todas reconhecem o símbolo que representa essa operação. A utilização correta do algoritmo socialmente aceito para realizar operações é tarefa de poucos. Porém, quando um aluno não consegue manipular corretamente o algoritmo da divisão diz-se freqüentemente que "ele não sabe dividir!".

As pesquisas sobre o ensino da álgebra apontam que a manipulação de símbolos pode ser um aspecto importante da aprendizagem, desde que os professores possibilitem que seus alunos percebam a mesma como um instrumento para a compreensão, expressão e comunicação de conexões, deduções, argumentos e provas.

Também é importante dedicar-se a atividades em que a álgebra seja usada como ferramenta, uma vez que é possível constatar que existe um "pensar" algébrico e uma "escrita" algébrica, o que leva a dividir o aprendizado da álgebra em dois momentos distintos.

O primeiro seria o desenvolvimento do pensamento algébrico que compreende os conceitos e estratégias aprendidas e utilizadas na escola e fora dela, mas que não necessariamente possuem uma formalização algébrica, propriamente dita. O pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial (BECHER e GROENWALD, 2009).

O segundo momento seria a aprendizagem da álgebra formal, a apropriação da linguagem utilizada na Matemática que se caracteriza pela representação simbólica dos valores desconhecidos, das letras, etc.

A linguagem matemática se torna mais acessível se, a partir das séries iniciais, por meio de operações concretas, como a comparação e a classificação, quando se podem levar os alunos a perceberem a necessidade de representações lógicas – mais tarde, as abstrações – e, posteriormente, a associação dessas a uma simbologia própria. Assim, o problema "juntar suas dezesseis figurinhas com as catorze de um amigo", que inicialmente constitui uma ação concreta, pode, mais tarde, ser traduzido pelo conjunto de símbolos 16 + 14.

A simbologia por si só, desprovida de contextualização, só representa um texto se o leitor possui o domínio da linguagem. A expressão $18x^2 - 4x + 5 = 0, x\ E\ R$, pode ser lida, interpretada e resolvida por um aluno nas séries finais do Ensino Fundamental, mas diz muito pouco, ou nada, para quem não atingiu esse grau de escolaridade ou se distanciou dele. Por conta disso é que nesse processo de construção é necessário que se priorize inicialmente o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, pois dessa forma eles desenvolverão uma linguagem matemática própria, conseguindo expressar-se matematicamente. Essa capacidade deve ser desenvolvida gradativamente, desde as séries inicias do Ensino Fundamental, de forma que os alunos substituam, quando necessário, sua linguagem usual pela linguagem matemática, desenvolvendo assim sua capacidade de representação, generalização e abstração.

Raymond Duval (2003, 2004) desenvolveu uma teoria sobre os registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão matemática. Esse autor considera que existem três tipos de representações: as representações mentais, que são as concepções que um indivíduo tem sobre um objeto ou sobre uma situação; as representações internas ou computacionais, que são caracterizadas pela execução automática de uma determinada tarefa; as representações semióticas, que são produções constituídas pelo uso de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento (DURVAL, 2004).

Esse sistema de representação permite preencher as funções de comunicação, objetivação e tratamento que são fundamentais para o funcionamento cognitivo. O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas, que são externas e conscientes ao indivíduo. O termo Registro de Representação Semiótica é usado para indicar diferentes tipos de representação como, por exemplo, escrita em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras.

Duval considera que o objeto matemático não pode, nem deve ser confundido com sua representação, uma vez que o objeto matemático não é acessível diretamente à percepção e nem à experiência intuitiva. Por isso que as atividades sobre o objeto matemático ocorrem sempre por meio de sua representação semiótica, sendo essa representação essencial à atividade cognitiva. Ele também afirma que aprender Matemática é diferente de aprender outro campo do saber, requerendo uma atividade cognitiva diversa daquela requerida em outros domínios do conhecimento. Desta forma, ele discute a importância e a variedade das representações semióticas utilizadas em Matemática, uma vez que as representações estariam cumprindo diversas funções primordiais, como a *comunicação,* para tornar visíveis e acessíveis as representações mentais; o *desenvolvimento das representações mentais*, que dependem da interiorização das representações semióticas; na realização de diferentes funções cognitivas, como objetivação (expressão interna, que se presta ao entendimento particular) e tratamento; a *produção de conhecimento*, já que há uma grande variedade de representações semióticas existentes, de um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2003).

Representar, tratar e converter registros de representação semiótica são argumentos fundamentais de acordo com a teoria proposta por Duval (2003), que acredita ser necessário mobilizar sistemas cognitivos específicos para cada atividade matemática, que é essencialmente ligada às operações semióticas. Ou seja, para Duval só é possível conhecer, compreender, aprender Matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemático. Além disso, o sujeito precisa mobilizar tais representações para verdadeiramente conhecer.

Isso impõe a necessidade de se operar com elas, converter instantaneamente uma representação do objeto matemático que está em um determinado sistema semiótico, em outra representação de outro sistema semiótico, que seja mais fácil e simples de operar cognitivamente, na resolução de um determinado problema.

Desta forma, o desenho de uma reta, a palavra reta, a equação da reta, são representações diferentes que se referem ao mesmo objeto conceitual “reta”, mas nenhuma dessas representações *é* a reta de fato, apenas a representam. São registros que permitem o acesso ao objeto e ao tratamento do objeto.

Metodologia.

Tínhamos como objetivo de nossa pesquisa identificar as estratégias que foram mobilizadas pelos alunos para responderem as questões de álgebra na avaliação em larga escala do SAEPE do ano de 2008. Optamos por adotar uma abordagem na qual tivemos como fonte direta dos dados o ambiente natural, sendo os referidos dados obtidos descritivamente com a preocupação predominante no processo e não no produto de sua construção. Segundo Ludke e André (1986), em pesquisas dessa natureza os dados são construídos a partir do contexto de investigação. Sendo assim, pelo fato de nossa pesquisa se interessar pelas respostas que os alunos deram às questões de álgebra da avaliação em larga escala do SAEPE/2008, nós a caracterizamos como uma pesquisa de natureza qualitativa.

Construímos um modelo metodológico inspirados na análise de erros (CURY,2007) que tem origem na análise de conteúdos, proposta por Laurence Bardin, cujo procedimento metodológico é realizado em três fases: a primeira fase é chamada de *pré-análise*, que tem por objetivo sistematizar as ideias iniciais a fim de se produzir um esquema preciso de análise. Esta fase é composta por três ações: a escolha dos documentos, que formam *corpus* da investigação, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores; a segunda fase é chamada de *exploração do material*. Nessa fase será efetuada a aplicação sistemática das decisões que foram tomadas. Consiste em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função das regras e procedimentos estabelecidos. Nesse momento se elabora um quadro de referência, onde são destacadas as divergências e coincidências encontradas; a terceira fase é chamada de *tratamento dos resultados obtidos e interpretação.* Nessa fase devem ser efetuadas as conexões, aprofundadas as ideias, em busca das respostas e conclusões da pesquisa.

Estabelecemos como corpus da investigação inicial a avaliação de Matemática aplicada aos alunos concluintes do 9º ano do Ensino Fundamental no exame do SAEPE/2008. O SAEPE - Sistema de Avaliação do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) é um programa criado com a finalidade de monitorar o padrão de qualidade do ensino e apoiar as iniciativas de promoção da igualdade de oportunidades educacionais. É composto por testes na área de Língua Portuguesa e de Matemática, dos alunos das redes Estadual e Municipal, incluindo os projetos de correção do fluxo escolar. Além da aplicação dos testes, a avaliação inclui outros instrumentos importantes, como o questionário do aluno, cujo objetivo é traçar seu perfil socioeconômico e sua trajetória escolar. Há também os questionários do professor e do diretor, com o objetivo de traçar o perfil dos profissionais da educação de Pernambuco, e o questionário da escola, cuja finalidade é conhecer infraestrutura e os serviços oferecidos por ela, tendo-se em vista identificar os fatores que interferem no desempenho escolar.

Identificamos no exame do SAEPE/2008 duas questões sobre regularidade e as aplicamos a um grupo de 468 alunos, todos matriculados no 9º ano do Ensino Fundamental de escolas da rede pública estadual e municipal localizadas na região metropolitana do Recife. Em nosso teste efetuamos uma modificação em relação ao formato usado no SAEPE: no lugar de apresentar os problemas em formato de múltipla escolha (o aluno tem quatro alternativas de respostas e escolhe a que considera correta), apresentamos os problemas abertos, de maneira que os alunos teriam que produzir suas respostas. Escolhemos turmas do 9º ano do Ensino Fundamental porque a avaliação do SAEPE em que se utiliza pela primeira vez problemas algébricos é a aplicada aos alunos concluintes do Ensino Fundamental. Após a aplicação do exame fizemos uma análise das respostas dos alunos onde identificamos as estratégias que foram mobilizadas, identificamos os acertos e erros e as categorizamos em estratégia algébrica, estratégia aritmética e outras estratégias. Por fim comparamos o resultado de nossa pesquisa com os resultados oficiais do exame do SAEPE/2008.

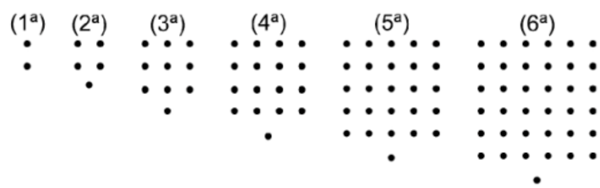
Análise dos Resultados.

Na perspectiva da Teoria das Representações Semióticas, um registro de representação semiótico de um objeto matemático pode ser simbólico, figural ou a língua natural. Cada tipo de registro traz consigo um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes dos registros só será efetiva quando o aluno atingir a capacidade de efetuar tratamentos e conversões, além de atribuir aos registros o significado adequado de representar “alguma coisa”.

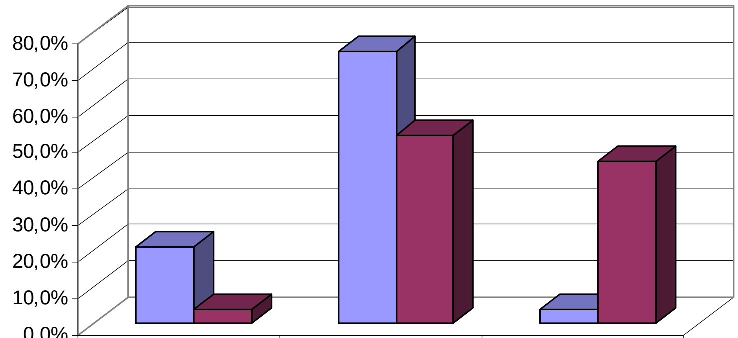
Os dois problemas que fizeram parte da pesquisa (que chamaremos de Problema P-1 e Problema P-2) demandam como estratégia correta a ser mobilizada a necessidade de conversão do registro figural para o simbólico. Discutiremos os índices de acerto e erro, as estratégias erradas e as diferenças de resultados de nossa pesquisa em relação ao exame do SAEPE/2008. Segundo os documentos oficiais do SAEPE/2008 os dois problemas tinham como objetivo avaliar a habilidade de o aluno reconhecer uma regularidade expressa numa sequência numérica e traduzi-la em uma expressão algébrica que representará tal sequência.

Problema P-1:

Chamando de P o número de pontos da figura, e de N o número da figura, que expressão algébrica representa o valor de P em função de N?



A Figura-1 a seguir apresenta os resultados dos alunos em nosso instrumento de pesquisa e na avaliação do SAEPE/2008:



	Acertaram	Erraram	Não responderam
Saepe/08	21,2%	74,9%	3,9%
Pesquisa	3,8%	51,7%	44,5%

Figura-1. Informações e resultados referentes ao Problema P-1

Muitos dos alunos que responderam ao nosso instrumento de pesquisa encontraram dificuldade em compreendê-los. Possivelmente por conta desse tipo de atividade não ser comumente trabalhado em sala de aula, apesar de problemas sobre regularidades serem muito recorrentes nos livros didáticos.

É possível identificar na Figura-1 uma diferença grande no percentual de acertos entre nossa pesquisa (3,8% de acertos) e o resultado oficial do exame do SAEPE/2008 (21,2% de acertos). Atribuímos isso ao fato de que em um problema sobre regularidade, numa atividade em que o formato de resposta é de múltipla escolha, como é o caso do exame do SAEPE, faz com que os alunos utilizem como estratégia identificar os valores de entrada e saída da expressão, no lugar de tentar construir a expressão que representa a situação, e utilizem as alternativas de resposta para identificar qual é a expressão correta, afastando-se do objetivo central do exame, uma vez que o aluno poderá reconhecer a regularidade, mas não traduzi-la. Também não podemos desprezar a possibilidade de muitos alunos que realizaram o exame do SAEPE tenham acertado a questão ao acaso (estratégia popularmente conhecida por “chute”). Entre os alunos que responderam erradamente ao problema P-1, encontramos as seguintes estratégias:

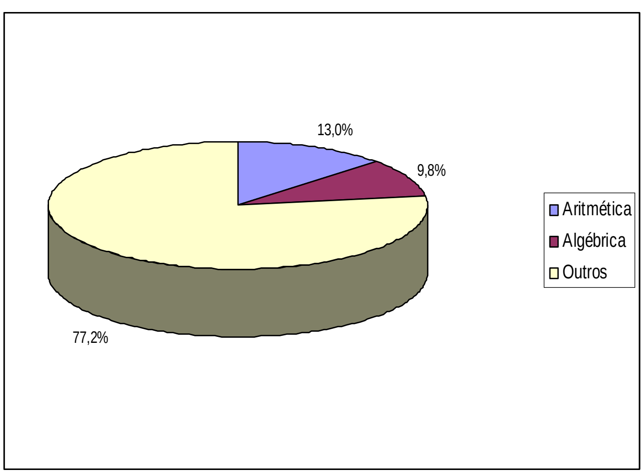


Figura-2. Estratégias erradas mobilizadas pelos alunos para responderem ao Problema P-1.

Os alunos que responderam ao problema utilizando uma estratégia aritmética (que representa 13% entre os que responderam) contaram os pontos da figura e realizaram uma operação. Os comandos "escreva uma expressão algébrica" ou "P em relação a N" não fizeram sentido para eles, possivelmente por conta de dificuldades na conversão da linguagem natural e figural para a linguagem algébrica.

Já os alunos que responderam utilizando uma estratégia algébrica incorreta (9,8% do total), colocaram como resposta uma expressão algébrica. As expressões que foram construídas por esse grupo de alunos foram as seguintes:

$P = N^2 - 1$, $P = N^3 + 4$, $N = 2P + 1$.

É preciso destacar o grande quantitativo de alunos que responderam usando outros tipos de estratégia (71,9% do total), evidenciando a dificuldade encontrada por eles para compreenderem o que era solicitado no problema. Nesse grupo de resposta encontramos as seguintes construções:

- Marcar uma opção como verdadeira (24% dos que usaram essa estratégia).
- Contar a quantidade de pontos de cada figura (56% dos que usaram essa estratégia).
- Colocar em cada figura as letras P ou N (12% dos que usaram essa estratégia).
- Escrever as letras P e N utilizando os pontos (2% dos que usaram essa estratégia).
- Continuar a desenhar outras figuras (1% dos que usaram essa estratégia).
- Responder com frases do tipo *os pontinhos* e *pontos e números* (5% dos que usaram essa estratégia).

Na Figura-3 a seguir, apresentamos um recorte de uma das respostas coletadas em nossa pesquisa:

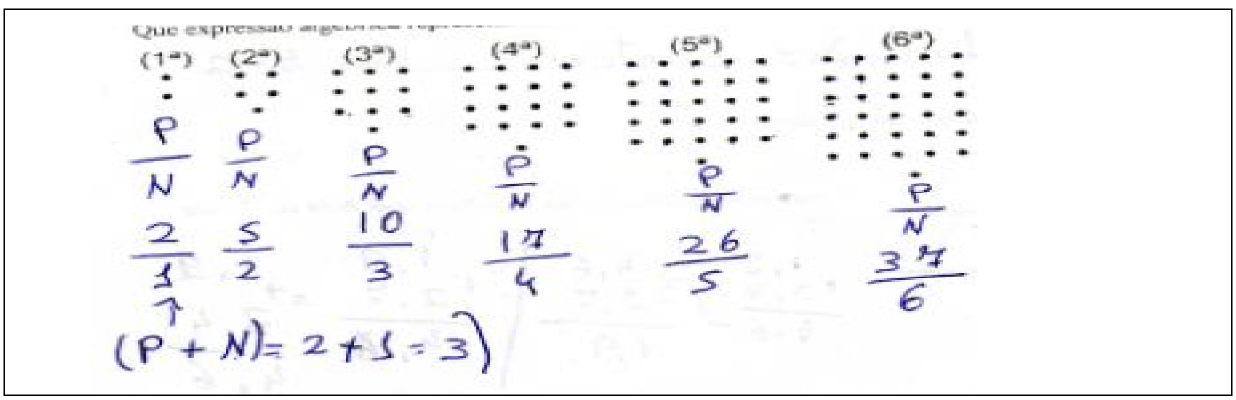
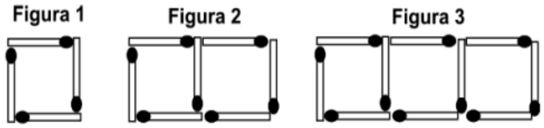


Figura-3. Protocolos de resolução para o Problema P-1

O aluno, sem compreender o que pedia o problema, fez uma relação entre a quantidade de pontos da figura e o número da figura. Como o enunciado fala em expressão algébrica, ele tentou efetuar uma construção com letras. Ele parece ter compreendido que a letra P representaria a quantidade de pontos de cada figura e a letra N representaria o número da figura. Porém não conseguiu construir a expressão considerada correta. Nesse problema temos diversos exemplos do que Duval (2003, 2004) chama de conteúdo novo não congruente: o aluno não compreende o enunciado e nem sabe como responder. É necessário um trabalho direcionado sobre o conteúdo cognitivo do texto e que seja independente do texto a compreender.

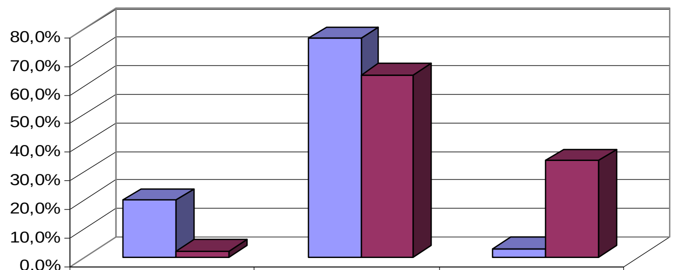
Problema P-2:

Veja abaixo algumas figuras formadas por palitos de fósforos.



Chamando de F o número da figura e R o número de palitos necessários para construí-la qual é a expressão que relaciona R a F?

A Figura-4 a seguir apresenta os resultados dos alunos em nosso instrumento de pesquisa e na avaliação do SAEPE/2008:



	Acertaram	Erraram	Não responderam
Saepe/08	20,1%	76,7%	3,2%
Pesquisa	2,2%	63,9%	33,9%

Figura-4: Informações e resultados referentes ao Problema P-2

Os resultados que verificamos para esse problema são semelhantes aos encontrados para o Problema P-1, que possuem os mesmos objetivos e requerem o mesmo tipo de construção. Entre os alunos que responderam utilizando uma estratégia algébrica, pouco mais de 2% encontraram a expressão correta.

Identificamos ainda as seguintes expressões algébricas como resposta:

$3F = 21R$, $F = R^2$, $F = 4R$, $R = F + 3$, $F = 3R$

No primeiro caso, o aluno soma quantidade de figuras e de palitos e constrói a expressão $3F = 21R$. No segundo caso, provavelmente por conta dos palitos formarem quadrados, o aluno constrói $F = R^2$. No terceiro caso e quarto caso, os alunos percebem que há um acréscimo de três palitos de uma figura para outra, mas não chega a expressão correta.

Um desses registros podemos verificar no recorte a seguir:

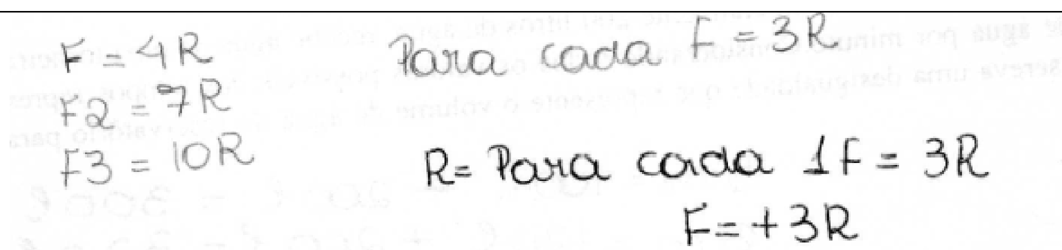


Figura-5. Protocolo de resolução para o Problema P-2

O aluno realizou a conversão de registro figural para algébrico, estabelecendo uma relação entre as grandezas Figura (representado pela letra F) e palitos (representado pela letra R) e que a cada sequência, havia o acréscimo de 3 unidades de palitos em relação ao número da figura. Ele não conseguiu construir a expressão correta, possivelmente por dois motivos:

1. Não percebeu que os 4 palitos da 1ª figura seria 3 + 1, os 7 palitos da 2ª figura seriam 2.3 + 1 e os 10 palitos da 3ª figura seria 3.3 + 1.
2. Ela confundiu domínio com imagem, algo comum no processo da aprendizagem da álgebra, conforme já foi identificado em pesquisas relacionadas ao conceito de função como as de Markovits, Eylon e Brunckeimer (1995).

Tivemos ainda um aluno apresentou o resultado por meio de uma proporção.

Entre os alunos que responderam erradamente ao item, encontramos as seguintes estratégias:

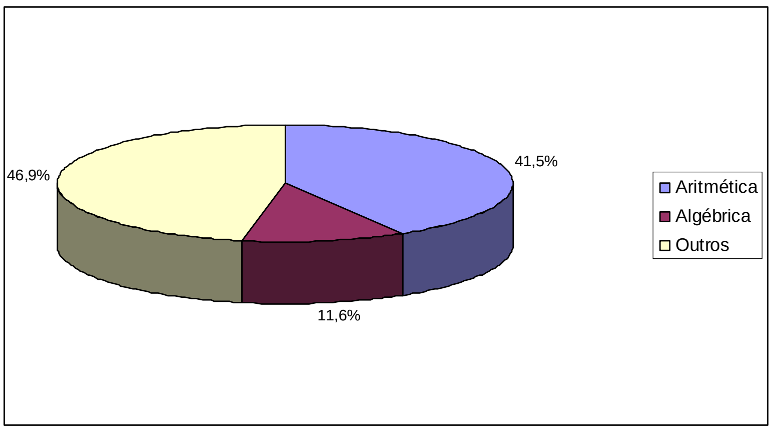


Figura-6. Estratégias erradas mobilizadas pelos alunos para responderem ao Problema P-2.

Destacamos por meio dos dados apresentados na Figura-6, tal qual ocorreu no Problema P-1, uma grande quantidade de respostas em que os alunos apresentaram outras estratégias de resolução, evidenciando o que Duval (1986) denomina de conteúdo novo não congruente:

- 14 alunos marcaram uma das figuras como verdadeira.
- 38 alunos efetuaram a contagem da quantidade de palitos.
- 17 alunos escreveram um pequeno texto do tipo: *R são palitos e P são quadrados*; *quatro palitos; número da figura como número de palitos.*

De acordo com Duval (2003, 2004), há diversos fatores que influenciam no sucesso de uma conversão, como: o fenômeno de congruência, a natureza do registro, a ordem da conversão, e o conhecimento que o aluno possui dos registros. Os alunos precisam construir essas habilidades por meio de situações didáticas para que possa chegar a uma resposta correta num problema como esse de regularidade.

Considerações Finais.

Esta pesquisa teve como objetivo contribuir para a melhoria na aprendizagem da Matemática a partir da análise de dados que cheguem aos professores de Matemática e contribuam para a investigação educacional. Seus resultados têm como objetivo uma reflexão sobre como os alunos pensam e que estratégias adotam quando se deparam com problemas algébricos.

É preciso ter clareza de que quando estabelecemos um novo olhar sobre as produções dos alunos, abrimos novas possibilidades sobre a compreensão do processo de construção do conhecimento e vamos à busca de novos caminhos que se fazem necessários para aprofundar e reconstruir uma prática pedagógica numa perspectiva de atender de forma mais democrática os nossos alunos.

Nesse sentido, refletir sobre o ensino e a aprendizagem nos indica a necessidade de superar a dicotomia estabelecida na escola entre o acerto e o erro. Esta reflexão nos leva a construir uma relação mais próxima entre esses dos pólos. A palavra aprendizagem traz intrinsecamente um espaço para o erro. E se fizermos uma reflexão crítica iremos perceber que erro e acerto são duas faces de uma mesma moeda, porém o espaço e a dinâmica da sala de aula muitas das vezes, sobretudo quando o saber em jogo é um saber matemático, carregado de exatidão e preciosismos, nos levam a enxergar apenas por um viés.

Nessa perspectiva é fundamental que os professores passem a investigar a sua prática profissional, tendo como finalidade a compreensão do modo como ela influencia os erros cometidos e as dificuldades sentidas pelos alunos. Este estudo não esgotou os problemas analisados. Muitos outros estudos se podem realizar neste campo, aprofundando alguns aspectos aqui trabalhados e analisando outras questões, tais como: Porque é que os alunos evitam recorrer a estratégias algébricas na resolução de problemas? Qual a contribuição das tarefas de exploração/investigação no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos? Como os alunos formulam e avaliam as conjecturas que elaboram quando da resolução de uma tarefa que apela à generalização de situações?

Concluímos destacando que esta é uma pesquisa de investigação que esperamos que contribua de algum modo para a investigação em Educação Matemática, mais especificamente no campo da Álgebra e do pensamento algébrico para os alunos da escola básica em nosso país.

Bibliografia e referências

BECHER, Ednei e GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira.(2009). *Característica do pensamento algébrico de alunos do 1º ano do Ensino Médio*. Anais do IV SIPEM, Brasília.

BRASIL. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/ SEF.

CURY, Helena. (2007). *Análise de Erros: O que Podemos Aprender com as Respostas dos Alunos*. Belo Horizonte: Autêntica. 116p.

D'AMORE, Bruno. (2007). *Elementos de didática da matemática*. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física. 452p.

DUVAL, Raymond. (1986). *Lecture et Compréhension des textes.* Strasbourg: I.R.E.M.

DUVAL, Raymond. (2003). *Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. In: MACHADO, S.D.A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática*: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. (2004). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução de Myriam Veja Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogi, Grupo de Educacion Matemática.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU.

MARKOVITS, Zvia. EYLON, Bat. BRUNCKEIMER, Maxim. (1995). *Dificuldades dos alunos com o conceito de função*. IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual. 286p.

PERNAMBUCO. (2008). *Secretaria de Educação. Boletim Pedagógico de Avaliação da Educação: SAEPE – 2008* / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 1 (jan/dez. 2008), Juiz de Fora – Anual. 110p.