



Software, Esbozo Lógico Semiótico y Problemas de Álgebra

Vicente **Carrión** Velázquez

Cinvestav DME

México

vcarrionv@cinvestav.mx

Eugenio **Filloy** Yagüe

Cinvestav DME

México

efilloy@cinvestav.mx

Resumen

Se muestra los avances de la investigación de doctorado que se está realizando en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados con título “Qué papel juega el esbozo lógico semiótico y el análisis lógico semiótico en la resolución de problemas de álgebra en el nivel medio con el uso de software”. Se utilizan algunos resultados trascendentes en el ámbito del algebra educativa para justificar las tres preguntas de investigación y el uso de los Modelos Teóricos Locales propuesto por Filloy. Se realiza un esbozo de lo que se quiere hacer con la investigación.

Palabras clave: esbozo lógico semiótico, modelos teóricos locales.

Fundamentación

Los procesos cognitivos que se ponen en acción para llevar a cabo las formas de pensamiento matemático y su comunicación (códigos socialmente establecidos) van afinando los elementos complejos como los que se utilizan a) en la percepción (por ejemplo, en el caso de las formas geométricas y sus transformaciones), b) en el direccionamiento de la atención y sus relaciones con los procesos de comprensión, c) en el uso cada vez más intensivo de la memoria, d) en el desencadenamiento de los procesos de análisis y síntesis cada vez más utilizados con el uso de la lógica, e) en las concepciones heurísticas utilizadas en la resolución de situaciones problemáticas, f) en el aprendizaje, muy ligado a los procesos de generalización y abstracción, y que requiere de usos novedosos de los Sistemas Matemáticos de Signos (SMS) de la matemática escolar (Filloy 1999).

Los sujetos que, formalmente, son los más competentes, en general, usan el Método Cartesiano (MC) para resolver algunos tipos de problemas que se les presentan; sin embargo, en la

resolución de ciertos problemas los sujetos pasan, primero, por un momento de reflexión, en el que ellos mismos evalúan si son capaces de anticipar los pasos de la resolución, esto es, en donde hacen un esbozo lógico/semiótico de la situación, en el que se realiza, entre otras cosas, la explicitación o la identificación de "lo desconocido", y en dónde se discrimina cuáles son las relaciones centrales que intervienen en el problema, utilizando para esto algún estrato de SMS, el cual, muchas veces no es propiamente el sistema de signos requerido por el MC, sino algún estrato de SMS más concreto (Filloy 1999).

Para hacer el esbozo mencionado, se puede partir de los datos y de ahí arribar al valor de la incógnita, o bien puede darse un análisis lógico que implique el establecimiento de relaciones en el que se opere con lo desconocido, ya sea en forma particular, o bien que sea representado directamente mediante el SMS del MC.

La competencia formal en la resolución de problemas no necesariamente se debe a la formación de una gran cantidad de esquemas mentales referentes a tipos de problemas. Esto es, aunque a un sujeto se le puede identificar como competente en la resolución de problemas porque emplee estratos del SMS del MC para resolverlos haciendo, aparentemente, un uso, automático, de esquemas mentales que ha adquirido, previamente, acerca de la resolución de distintas familias de problemas, si se quiere hacer una mejor caracterización de la competencia formal en la resolución de problemas, se debe considerar el progreso de un usuario en su capacidad para realizar el análisis lógico/semiótico de las situaciones problemáticas.

Un usuario competente de un SMS más abstracto, realmente lo va a ser, si también lo es en otros estratos de SMS más concretos, que le permitan tener mayor posibilidad para desencadenar el análisis lógico de una situación problemática, de abordar a ésta, mediante el uso de estratos de SMS que no sean necesariamente los más abstractos, sino utilizando aquél estrato del SMS que le permita comprender el problema y con ello desencadenar el análisis lógico de éste.

Antecedentes y justificación

El Algebra Educativa quedó en el centro de la investigación mundial a partir de mediados de los años ochentas. Esta relativamente tardía aparición por detrás de la Aritmética y Geometría elementales, posiblemente, se debe a su aparición en el curriculum escolar hasta los años de la escuela secundaria, contrario a lo que ocurre con las otras materias que tienen fuerte presencia en el curriculum de la escuela primaria (Filloy).

Por su carácter más abstracto y en el que las habilidades sintácticas requieren de un buen grado de competencia, este campo requirió de nuevos acercamientos: la presencia de conceptos provenientes de la semiótica y análisis cercanos a la historia de las ideas algebraicas.

La investigación se centra en la utilización de las nuevas tecnologías para la enseñanza de la matemática, las actividades desarrolladas por los estudiantes en los entornos interactivos computacionales produce cambios, en el proceso de aprendizaje: así como la reformulación de los conceptos, se genera un proceso constructivo de los objetos matemáticos y de sus relaciones que es mucho más directo de lo que era posible en el contexto tradicional de la educación, (Rojano, 2003). El uso de los interactivos computacionales en la enseñanza produce cambios en las relaciones entre los distintos actores del sistema educativo. El alumno se vuelve más

independiente, explora con mayor libertad los alcances y errores, las necesidades didácticas requieren de una reflexión teórica para responder a las distintas situaciones que se presentan.

En síntesis, podemos decir que utilizar la computadora genera en los alumnos una mayor motivación para el trabajo, al mismo tiempo permite realizar muchos más ejemplos en menos tiempo.

El uso de la resolución de problemas como una forma de enseñar ideas algebraicas se ha reflejado en la presencia artículos e investigaciones en la resolución de problemas y en las recopilaciones de estudios centrados en la enseñanza y aprendizaje del álgebra (Bednarz y Janvier, 1996; Chaiklin, 1989; Filloy, Rojano y Rubio, 2001; Rojano, 1996; Schoen, 1988).

Las investigaciones han llevado a identificar dificultades en los estudiantes de los primeros cursos de álgebra, han proporcionaron algunas observaciones como: a) la tendencia a interpretar el signo igual como una señal para hacer algo y los problemas para identificarlo como un indicador de comparación (Behr, Erlwanger y Nichols, 1976; Kieran, 1981); b) los conflictos a la hora de comprender el uso de letras como incógnita, número generalizado o variable (Booth, 1984; Küchemann, 1981); y c) las dificultades para operar con la incógnita (Bednarz y Janvier, 1996; Filloy y Rojano, 1989; Filloy, Rojano y Puig, 2008; Herscovics y Linchevski, 1994). Desde el punto de vista de la resolución de problemas verbales, estas dificultades se reflejan en una predisposición a usar métodos no algebraicos para resolver los problemas (Filloy, Rojano y Rubio; 2001), lo que en ocasiones se manifiesta en una tendencia a regresar a la manera aritmética de resolverlos o en la aparición de estrategias espontáneas como el ensayo y error.

Dentro de este panorama, planteamos construir una secuencia de enseñanza basada en el método de resolución con software y analizar los efectos de aplicarla a un grupo de estudiantes. Nuestro estudio se sitúa dentro del programa de investigación sobre adquisición del lenguaje algebraico que, desde hace años, están llevando a cabo Eugenio Filloy, Teresa Rojano y Luis Puig del que se ofrece una recapitulación en el libro *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach* (Filloy, Rojano y Puig; 2008)

Objeto de la estudio

Pretendemos dar respuesta a tres preguntas de investigación:

- I. ¿Qué papel juega el esbozo lógico semiótico y el análisis lógico semiótico en la resolución de problemas del álgebra en el nivel medio con el uso de software?
2. ¿Cuáles son las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven problemas con el uso de software después de haber sido instruidos en la resolución algebraica de problemas en dicho entorno?
3. ¿Cómo influye la enseñanza de la resolución algebraica de problemas con el uso de software en la competencia de los estudiantes cuando resuelven problemas verbales con lápiz y papel y, en especial, mediante el método cartesiano?

Para poder contestar a estas cuestiones, llevaremos a cabo un estudio de casos y un estudio de grupo. El estudio de casos tendrá una naturaleza exploratoria y su finalidad será la de proporcionar observaciones empíricas de las actuaciones, más o menos generalizadas, de los resolutores cuando resuelven, por parejas, problemas verbales mediante el uso de software tras la instrucción. También planteamos un estudio de grupo en el que se comparará la competencia de la población a la hora de resolver problemas verbales con lápiz y papel (usando el método

cartesiano o no) antes y después de la enseñanza. La articulación del estudio de grupo seguirá el esquema: primera toma de datos, intervención, segunda toma de datos. El estudio de grupo tendrá una perspectiva cuantitativa, pero la interpretación de los resultados que proporcione se apoyará en un análisis cualitativo de los datos, así como en las actuaciones observadas en el estudio de casos.

Marco teórico

El marco teórico elegido para analizar y diseñar modelos de observación experimental que nos permita interpretar las relaciones entre los actores de los fenómenos de comunicación en el aula con tecnología, para la enseñanza, es el de los Modelos Teóricos Locales (Fillooy, 1990; 1999). Dado que en todo proceso de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático o científico hay cuatro elementos esenciales: el sujeto que enseña, el sujeto que aprende (o los sujetos que aprenden), el conocimiento matemático puesto en juego, y la comunicación que establecen los sujetos involucrados. Cuando el conocimiento, a ser enseñado y aprendido, está mediado por un entorno computacional cambian las relaciones entre estos elementos. Esto se debe al hecho de que la interacción de los sujetos (alumnos y maestro) con la computadora y entre los sujetos mismos está mediada por la interpretación simbólica de la información dada a través de un mismo sistema de representación: el del ambiente computacional.

Desde la perspectiva de los Modelos Teóricos Locales es necesario explicitar, para cada proceso de enseñanza y aprendizaje, la manera en que entendemos cada uno de los elementos del proceso; es decir, debemos definir: el modelo de enseñanza usado, el modelo de procesos cognitivos con el cual se interpreta el comportamiento del sujeto que aprende, el modelo que describe en el nivel formal al conocimiento matemático en cuestión, y el modelo de comunicación con el cual se interpreta el intercambio de mensajes que realizan los sujetos. La perspectiva teórica de los Modelos Teóricos Locales permite observar fenómenos didácticos específicos considerando las cuatro componentes señaladas, sin privilegiar ninguno de los enfoques de análisis posibles, como el gramatical, el representacional o el conceptualista.

La propuesta de los Modelos teóricos locales hace énfasis sobre el significado dado por el uso. Se sabe que cuando los estudiantes se enfrentan a problemas nuevos, problemas para los cuales el conocimiento que disponen no es suficiente, generan estrategias y códigos personales en un intento de encontrar la solución a partir del conocimiento de que disponen, generando nuevos significados para este conocimiento previo y nuevas maneras de representar las nuevas acciones que realizan. (Fillooy y Rojano, 1989; Fillooy, Rojano y Solares, 2002; Solares, 2002). Es en estos procesos de generación de estrategias y códigos que se generan a su vez significaciones intermedias del conocimiento matemático puesto en juego. Para estudiar el significado pragmático del conocimiento matemático es necesaria una herramienta de análisis que permita abordar los textos que producen los alumnos cuando están enfrentando problemas nuevos. Usaremos la noción semiótica de los Sistemas matemáticos de signos (Fillooy, 1990; 1999) para llevar a cabo este análisis.

Los Sistemas Matemáticos de Signos son producto de un proceso de abstracción progresiva, ya sea en la historia de las matemáticas o en la historia personal de los sujetos. Este proceso de abstracción hace que los sistemas que se usan estén formados por estratos provenientes de distintos momentos del proceso. La interpretación de los textos matemáticos o, dicho más precisamente, la lectura/transformación de un texto matemático/espacio textual matemático (Talens y Company, 1984; Puig, 1997) puede hacerse usando distintos estratos del Sistema

Matemático de Signos, recurriendo a conceptos, acciones o propiedades, que están descritos en algunos de los estratos.

Desde la perspectiva teórica de los Sistemas Matemáticos de Signos, se puede decir que hay un proceso de comunicación cuando los sujetos utilizan las posibilidades proporcionadas por un Sistema Matemático de Signos para la producción de textos matemáticos. Estos procesos de producción requieren procesos de significación, con reglas que deberán ser tomadas en cuenta por la componente cognitiva de la producción de signos matemáticos. Es de interés para este proyecto de investigación observar la adquisición de nuevas competencias de producción de textos que se da con la expansión de Sistemas Matemáticos de Signos intermedios a nuevos sistemas que los contienen.

Finalmente, esta perspectiva teórica permite definir un Modelo de Enseñanza como un conjunto de secuencias de textos matemáticos T_n cuya producción y descodificación por parte del aprendiz le permitirá interpretar todos los textos T_n en un Sistema Matemático de Signos más abstracto cuyo código hace posible descodificar los textos T_n como mensajes con un código matemático socialmente bien establecido, el que estaba propuesto por las metas educacionales del Modelo de Enseñanza. En este proyecto de investigación interesa abordar el análisis de la adquisición de las competencias de producción y descodificación de las secuencias de textos, consideradas competencias de comunicación en el aula con tecnología para la enseñanza de la matemática.

Usaremos el concepto de modelos teóricos locales en los cuales el objeto de estudio (muy determinado; por ello, el término Local) se enfoca a través de cuatro componentes interrelacionadas:

1. modelos de enseñanza
2. modelos de procesos cognitivos
3. modelos de competencia formal
4. modelos de comunicación.

Son naturales las razones que apuntan hacia la necesidad de contar con modelos para los procesos cognitivos; esto se reforzará, posteriormente, cuando analicemos un estudio experimental sobre el uso de un modelo de enseñanza para la resolución de problemas algebraicos.

Un marco de interpretación, de las interacciones en el aula entre maestros y alumnos y entre estos últimos, también, apuntala la necesidad de contar con modelos de comunicación.

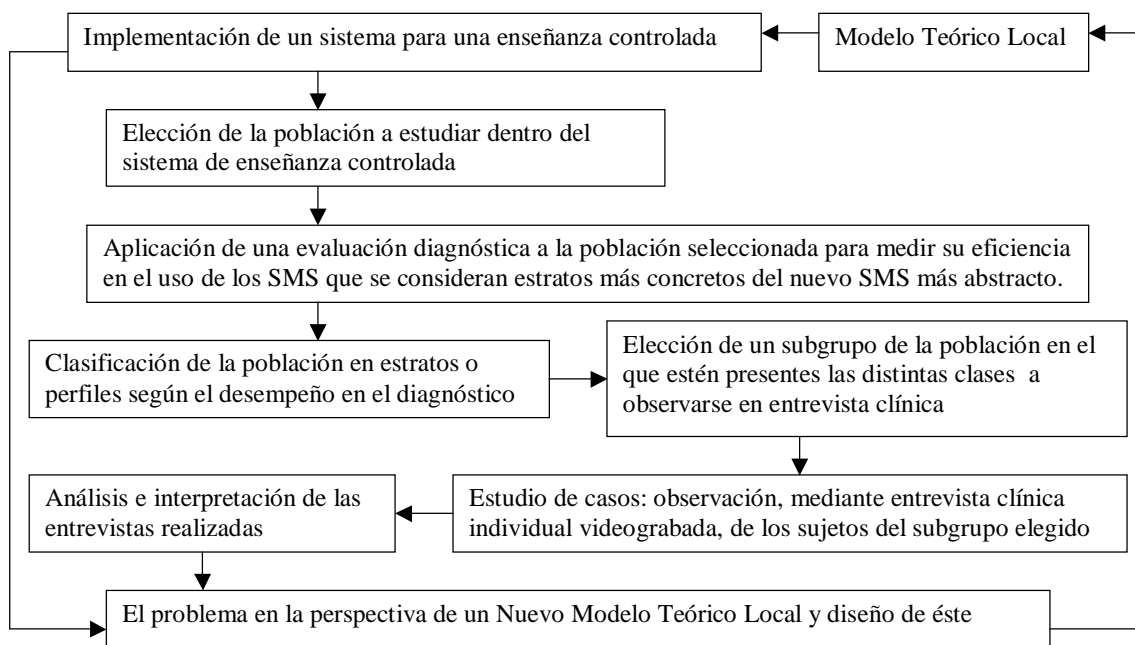
La componente formal. Como se están observando, a la vez, procesos de pensamiento (componente cognitiva) y el intercambio de mensajes (componente comunicativa) entre sujetos con diversos grados de competencia en el uso de los Sistemas Matemáticos empleados para crear los textos matemáticos (modelo de enseñanza) pertinentes para el proceso de enseñanza/aprendizaje, pareciera obvia la necesidad de estos tres modelos: el de los procesos cognoscitivos, el de comunicación y el de enseñanza.

En el caso del modelo formal, su necesidad parte de poder contar con una descripción de las situaciones observadas por medio de un Sistema Matemático más abstracto que permita comprender todos los textos que se producen en un intercambio de mensajes en el que los actores tienen diversos grados de competencia de uso.

Este intercambio de mensajes lo interpretamos como el proceso de enseñanza/aprendizaje con un modelo dado; de ahí la conveniencia de que el maestro cuente con competencias de uso de un Sistema Matemático (SM) más abstracto que englobe todos los utilizados en el aula. En el caso más extremo, podríamos suponer que el modelo formal es aquel con el que se comprenderían todas las situaciones observadas; esto es, la interpretación de alguien que tuviera todas las competencias necesarias. Basta, afortunadamente, con que el profesor cuente con un modelo formal descrito en un SMS más abstracto que el utilizado por todos los participantes: los aprendices, los enseñantes y el mismo profesor cuando se ve involucrado en el intercambio de mensajes.

Metodología

Los elementos teóricos introducidos permiten diseñar observaciones experimentales pertinentes para el estudio de los fenómenos de comunicación en un aula con tecnología. El siguiente esquema describe el desarrollo de la experimentación.



Desarrollo de la experimentación.

La recursividad en el uso de los modelos teóricos locales, como se puede observar en el cuadro se parte de un modelo de enseñanza, que en este caso es el recurso de la tecnología, que se diseñará en las cinco primeras etapas, después de haberse hecho un estudio experimental, la confrontación del Modelo Teórico Local con lo que ocurre en el desarrollo empírico de la experimentación, al final se realiza una fase de interpretación, a partir de los resultados, la problemática inicial se enmarca en la perspectiva de un Modelo Teórico Local, cuyo diseño vuelve a las primeras fases del esquema, para poder iniciar nuevamente.

En esta recursividad, puede darse que las tesis teóricas enmarcadas en el Primer Modelo Teórico Local se muestren insuficientes para estudiar e interpretar las observaciones empíricas hechas en el Modelo de Enseñanza con recurso Tecnológico, ó en su caso algunas tesis tal cual han sido elaboradas en el Modelo Teórico Local, deberán ser desechadas o la necesidad de adaptar otras que se adecuen mejor a la interpretación de lo observado, (Filloy 1999 llama a esto lo efímero de ciertas tesis).

Conclusiones

La investigación se encuentra en su primera etapa, por lo cual es pronto para conjeturar, sin embargo ya existen algunas conclusiones, tenemos evidencias, donde el papel del esbozo lógico semiótico es de carácter importante, ya que es el que determina que estrategia el alumno seguirá para resolver el problema (que SMS usara), es el que llama a todos los textos anteriores que le recuerdan la situación problemática, podemos pensar que el esbozo lógico semiótico esta dado por un intertexto.

Tras las secuencias de enseñanza, los estudiantes abordan más problemas, aumentan el número de lecturas algebraicas e incrementan la competencia a la hora de analizar los problemas.

Sigue habiendo una tendencia al uso de SMS aritmético y una disminución al uso del SMS algebraico.

Hay deferencia a la hora de analizar los textos por parte de los usuarios, después de la secuencias de enseñanza y el examen diagnostico, los usuarios tienen la facilidad de recordar más textos trabajados.

La componente de comunicación cuyos textos que proporcionan se imbrican con los que los estudiantes traen a la memoria gracias al intertexto que hayan construido por la enseñanza anterior.

Bibliografía

Chomsky, N. (1957) *Syntactic Structures*. The Hague: Mouton.

Filloy, E.; Rojano, T. y Puig L. (2007) *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach. Series; Mathematics Education Library, Vol. JO2*. Springer Berlin Heidelberg, Nueva York.

Hintikka, J. (1968) *Language-Games for Quantifiers*, *American Philosophical Quarterly*,