



Demonstrações: uma proposta para o ensino-aprendizagem de Álgebra

Karine Angélica de Deus

Universidade Federal de

Lavras Brasil

karinekatita@gmail.com

José Antônio Araújo Andrade

Universidade Federal de

Lavras Brasil

joseaaa@dex.ufla.br

Resumo

Esta pesquisa é uma proposta pedagógica para o ensino-aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental e temos por objetivos a busca de elementos metodológicos e filosóficos que favorecessem à compreensão do papel das demonstrações no ensino de tal conteúdo, além de organizar a construção de estratégias que pudessem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A problemática de investigação constituiu-se de duas questões: Como abordar as demonstrações em Álgebra na Educação Básica? De quais artifícios o professor deve lançar mãos nesse processo? Os dados analisados foram produzidos a partir dos registros dos estudantes, diário de campo da pesquisadora e gravações de áudio sobre a atividade desenvolvida, sendo que a análise constituiu da observação de aspectos que estão ligados diretamente aos nossos objetivos e questões de pesquisa. Os resultados da pesquisa evidenciaram a potencialidade do trabalho com demonstrações para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: argumentação e validação, atividades orientadoras de ensino, ensino-aprendizagem de álgebra, pensamento algébrico.

Introdução

A Álgebra ocupa lugar relevante no currículo de Matemática e seu estudo “constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta

para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 115). No entanto, na maioria das vezes, seu ensino enfatiza apenas as “manipulações” de expressões e equações de forma mecânica, cabendo aos estudantes resolver exercícios e problemas envolvendo as transformações de expressões, aplicação de regras e procedimentos. Entretanto, essa formatação mecânica e padronizada do ensino da Matemática não tem garantido aos estudantes uma aprendizagem bem sucedida, “a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas” (BRASIL, 1998, p.115).

Existem diversas pesquisas que, diante desse quadro, sinalizam para a necessidade de mudança de abordagem do ensino da Álgebra em sala de aula (LINS; GIMENEZ, 1997; SOUSA, 2004). Assim sendo, identificamos a necessidade de propor um trabalho diferenciado com a Álgebra, considerando as demonstrações um instrumento útil no processo de seu ensino- aprendizagem.

Este trabalho pretende ir além da mera reprodução de demonstrações existentes nos livros didáticos, às vezes, excessivamente formais, ou inacessíveis para os estudantes. Buscou-se, isto sim, colocar os estudantes diante de situações que exijam o levantamento de conjecturas, a construção de argumentos, de justificativas e, posteriormente, a sua validação, sendo dessa forma que concebemos a demonstração na Educação Básica, ou seja, a entendemos como os processos de argumentação e validação.

Aspectos metodológicos

A pesquisa foi desenvolvida a partir de um enfoque qualitativo, pois reconheceu

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p. 86).

A investigação apresentou elementos da pesquisa-ação, que é um tipo especial de pesquisa participante (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.112), uma vez que a pesquisadora foi introduzida “no ambiente a ser estudado, não só para observá-lo e compreendê-lo”, mas também para propor mudanças “em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes” (p. 112).

A pesquisa teve quatro etapas: estudos teóricos (LAKATOS, 1978; LINS E GIMENEZ, 1997; SOUSA, 2004; LOPES, 1999; MOURA, 2000; MOURA, 2010), elaboração das atividades e da proposta didática, implementação da proposta e análise dos dados.

Nos estudos teóricos sobre a obra de Lakatos (1978) analisamos os aspectos filosóficos da demonstração. Nesse momento nos deparamos com a visão desse autor acerca da demonstração em que apresentou uma maneira diferente do método euclidiano de se pensar o conhecimento matemático, utilizando o percurso histórico e as contradições geradas nas tentativas de demonstração e refutação até a possível formalização final do conceito, isto é,

esse autor prioriza o processo de desenvolvimento da demonstração de uma afirmativa por acreditar ser nesse momento que o conhecimento acontece.

Ao analisarmos a obra de Lakatos (1978), percebemos ser importante o diálogo entre professor-estudante e estudante-estudante ao se tentar validar ou explicar uma afirmação, pois é nesse momento que se estabelecem as conjecturas e as tentativas de refutação por meio de contra exemplos e, conseqüentemente, ocorre a formação do conceito do objeto em estudo. Nesse momento reforçamos o nosso entendimento pelo que seja demonstrar na Educação Básica e começamos a configurar a forma como esta seria abordada em sala de aula, ou seja, por meio de processos de argumentação e validação.

Debruçamo-nos também sobre a tese de doutorado de Sousa (2004) e sobre a obra de Lins e Gimenez (1997). Os estudos desses teóricos possibilitaram a análise de algumas propostas para o ensino-aprendizagem de Álgebra e contribuíram posteriormente para a escolha e adaptação da atividade de ensino a ser implementada em sala de aula. Acreditamos que a atividade escolhida e planejada leva em consideração o entendimento que Lins e Gimenez (1997) possuem sobre a educação algébrica. Esses autores propõem uma educação algébrica centrada em dois objetivos: “(1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra; e 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente.” (p.152), em que consideram a habilidade técnica uma consequência de tais objetivos, e que nunca deve nunca preceder tais objetivos. Assim, a estrutura das atividades propostas seria: “i) dada uma situação, produzir afirmações tidas como corretas, junto com *justificações* para sua enunciação; ii) com base nas expressões produzidas em 1), trabalhar *também* com transformações diretas dessas expressões” (p.152).

Para realizar a adaptação da atividade escolhida de modo a satisfazer nossa intencionalidade, utilizamos as considerações de Moura (2001; 2010) acerca da Atividade Orientadora de Ensino¹, pois pretendíamos abordar a nossa temática de investigação em atividades desse tipo.

No momento de implementação da nossa proposta em sala de aula, seria necessário o desenvolvimento de um ambiente que propiciasse e estimulasse a produção de argumentação e validação. Dessa forma, além das considerações postas em Lakatos (1978), nos apoiamos no Ambiente de Inspiração Lakatosiana ou Ambiente de Verdades Provisórias proposto por Lopes (1999). Esse ambiente é caracterizado por:

facilitar o processo de conjecturação; promover um desenvolvimento sempre aberto; estimular provas e refutações; desenvolver uma postura flexível frente à certeza e, principalmente, às incertezas; buscar um desenvolvimento lógico-dedutivo para todos; construir conhecimento desconhecido a priori; explorar situações que os alunos tenham condições cognitivas para compreender e enfrentar. (s/p)

A interação proporcionada

facilita (privilegiando) a produção coletiva paralelamente à individual; o mestre atua como maestro que interpreta e conduz, evitando transmitir; fomenta a autonomia acima da competência; desenvolve, privilegiando, o trabalho cooperativo; cria ambigüidade e

¹ Este assunto será tratado posteriormente

conflito alternativo ao status quo das situações bem comportadas de final previsível. (s/p)

Nesse ambiente, a rotina algorítmica é superada e uma atividade pode não ser concluída em uma só resposta. Os estudantes se deparam com obstáculos e desafios e são inseridos em um ambiente de comunicação e argumentação significativa, levando-os à auto-reflexão. A Matemática deixa então de ser uma disciplina pronta, acabada e cresce a partir de uma conjectura gerada por um problema, onde a teoria é formada aos olhos dos estudantes, através da argumentação e validação.

Após essa etapa, realizamos diversas pesquisas bibliográficas a fim de encontrar uma atividade de ensino que possibilitasse a abordagem da nossa proposta. Desejamos que a atividade tivesse caráter exploratório-investigativo², uma vez que seria uma possibilidade para produzir significados para a matemática escolar.

Encontramos em Parateli et al. (2006) a atividade intitulada “A Lanchonete do Alan Xonete” (Apêndice A). O objetivo da atividade era que os estudantes criassem uma regra que possibilitasse o cálculo rápido do número de pessoas que poderiam se acomodar em torno das mesas se soubermos a quantidade de mesas disponíveis e vice-versa. Analisando a atividade, percebemos que ela possuía caráter exploratório e a adaptamos de forma a abordar as demonstrações, permitindo que os estudantes vivenciassem outras possibilidades de raciocínio através dela e, conseqüentemente, tivessem mais oportunidades de criar conjecturas e argumentos, entre outros elementos de análise e reflexão.

A proposta da pesquisa foi realizada em um ambiente educacional e os sujeitos da pesquisa foram cinco estudantes do Ensino Fundamental, sendo dois do 9º ano, um do 8º ano e dois do 7º ano de uma escola particular da cidade de Lavras – MG. É importante ressaltar que trabalhamos com todos os estudantes dessas turmas. Convém explicitar o motivo da escolha dessas turmas. A intenção inicialmente era abranger todas as turmas de Ensino Fundamental que tivessem tido contato com a Álgebra, mas, até o momento, o 7º ano ainda não havia estudado tal conteúdo. Entretanto, ao analisar a atividade a ser trabalhada, percebemos que ela poderia ser um instrumento para a introdução do estudo da Álgebra para esta turma. Dessa forma, decidimos desenvolver a nossa proposta também com esses estudantes.

Escolhida a escola e as turmas, desenvolvemos a atividade em dois momentos, sendo que o primeiro foi realizado no 9º ano e o segundo nas demais turmas. A coleta de dados foi realizada no início do mês de outubro de 2010 e foram utilizados os seguintes instrumentos: registros escritos dos estudantes, diário de campo da pesquisadora e gravações de áudio. ~~As atividades feitas pelos estudantes foram analisadas separadamente e em cada uma das análises do diário de campo da pesquisadora e nas gravações de áudio buscamos considerar aspectos que estão ligados diretamente aos nossos objetivos e questões de pesquisa, sendo eles: a potencialidade da atividade de ensino “A lanchonete do Alan Xonete” como incentivadora de formulação de argumentos e validações; como foram feitas as demonstrações; como desenvolver essa proposta de pesquisa em sala de aula e qual o reconhecimento e a compreensão da necessidade de se demonstrar uma afirmativa apresentada pelos estudantes.~~

² As atividades exploratório-investigativas “podem ser definidas por aquelas que têm estrutura aberta, contextualizadas por uma situação matemática” (Costa, 2008, p.14).

As demonstrações no ensino-aprendizagem de álgebra

A inserção das demonstrações no ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica não é uma questão de senso comum. “No Brasil, as publicações sobre este tema são ainda tímidas e concentram-se principalmente no ensino de geometria” (CARVALHO; PEREIRA, 2008, p. 632). Essa afirmação é sustentada por Tinoco e Silva (2004), que acreditam que há uma “crença existente entre alunos e professores” “de que a questão das provas e demonstrações tem relação apenas com a geometria. Os fatos aritméticos são então considerados como verdade sem justificativa alguma e o uso da álgebra para justificá-los não é sequer cogitado” (p.4). Talvez, esse fato justifique a falta de trabalhos voltados para a nossa proposta de pesquisa.

Nos processos de demonstração, estão envolvidas as habilidades para justificar, argumentar e provar fatos, entre outras. Nacarato, Grando e Costa (2009) discutem algumas funções da demonstração e consideram que

a mais usada é a de validação de um resultado ou conjectura. No entanto, para a maioria dos alunos da escola básica, a prova não se faz necessária, porque o resultado é óbvio para eles; prendem-se, muitas vezes, às evidências e/ou aos aspectos visuais. Isso constitui, para o professor, o grande desafio, que consiste em ajudar seus alunos a compreender a necessidade de validação de um processo. Outra função da prova, bastante aplicável à educação básica, é a de explicar ou elucidar, isto é, mostrar por que o resultado é verdadeiro. Talvez, essa seja a função mais exequível em termos de ensino fundamental — ajudar o aluno a explicar, de forma plausível, a validade de um procedimento utilizado. (NACARATO, GRANDO E COSTA, 2009, p. 6)

Pietropaolo (2005) observa por meio de uma pesquisa realizada entre pesquisadores e professores, a compreensão destes quanto à relevância do trabalho com demonstrações na Educação Básica. Estes acreditam que as demonstrações podem ser trabalhadas nesse nível de ensino desde que se amplie o seu significado, incluindo as conjecturas e argumentações, a experimentação e a verificação empírica. Garnica (2002) também disserta sobre esse fato e acredita que é necessária uma nova compreensão da demonstração em sala de aula, relativizando a sua utilização e trabalhando-a de forma diferente da matemática acadêmica. Embasados por essas considerações, justificamos a nossa escolha de entender a demonstração como os processos de argumentação e validação na Educação Básica.

Na nossa pesquisa, a argumentação expressou as conversações desenvolvidas em sala de aula, focando a atividade proposta, abrangendo “raciocínios de caráter explicativo ou justificativo destinados seja a diminuir riscos de erro ou incerteza na escolha de um caminho, seja a convencer um auditório a aceitar ou rejeitar certos enunciados, idéias ou posições pela indicação de razões” (BOAVIDA, 2005, p. 7).

Entendemos o processo de validação de uma afirmativa como o conjunto de argumentos que o estudante pode oferecer, denominado por Garnica (2002) como “Etnoargumentações – “demonstrações” em sentido amplo”, cuja função é a do convencimento, aqui entendido como “a negociação que se estabelece para a atribuição de significados” (p. 8). Em termos de Educação Básica, essa tentativa de convencimento pode surgir, por exemplo, por meio da verificação empírica e da explicação, sendo que essas consistem respectivamente na afirmação

da validade de uma afirmativa através de testes de alguns casos particulares e na comunicação ao outro sobre a validade de um enunciado, mostrando o significado que sua conclusão possui em relação a tal afirmativa.

Encontramos a possibilidade de abordar a nossa proposta nas atividades exploratório-investigativas, em que a demonstração possui o “papel de verificar a verdade de uma proposição e age como meio de explicação, de comunicação e de descoberta” (DE VILLIERS, 1990, 2001 apud COSTA, 2008, p. 148). Dessa forma, abordamos as demonstrações em atividades orientadoras de ensino exploratório-investigativas de cunho algébrico, de modo que esta constituísse uma “ação formadora” (MOURA, 2001), pois englobaria os nossos objetivos de ensino, os conteúdos e a nossa concepção de aprendizagem.

Segundo Moura et al. (2010), as diversas pesquisas ancoradas no conceito de atividades orientadoras de ensino se configuram acerca da sua utilização “para a organização da atividade pedagógica e como instrumento metodológico de pesquisas sobre o ensino ou seja, a AOE³ vem sendo explorada como fonte de pesquisa e como fundamento para o ensino” (p.220). Estes autores acreditam que os elementos que caracterizam a atividade orientadora de ensino permitem que ela “seja elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem” (p.220), sendo que a finalidade destas deve ser coincidente. Nesse sentido, o objetivo principal da atividade orientadora de ensino passa a ser: “proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução de um problema que o mobilize para atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos.” (p. 205).

Para que o trabalho com atividades orientadoras de ensino seja significativo, ao abordar os conceitos a serem trabalhados com os/pelos estudantes em sala de aula, o professor deve antes escolher e estudar tais conceitos, elaborando-os da melhor forma para que sejam compreendidos, e refletir sobre a atividade desenvolvida em sala de aula. Nesse último, o professor identifica dos objetivos pretendidos e, dentre estes, quais foram ou não atingidos, analisando os fatores que podem ter influenciado nesse resultado.

A atividade planejada para o desenvolvimento desta pesquisa compreendeu os aspectos citados e foi estruturada de modo a possibilitar a interação entre estudantes e professor, “mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (MOURA, 2001, p.155).

Resultados e discussões

Com a atividade “A Lanchonete do Alan Xonete” visamos proporcionar os estudantes a vivência em um ambiente de exploração e investigação onde pudessem levantar conjecturas e, posteriormente, construir e defender seus argumentos de forma a validá-las, ~~ou ainda encontrar contraexemplos e refutações para elas.~~

As argumentações esperadas foram aquelas que além da visualização empírica se basearam na explicação oral do fenômeno ocorrido de forma a diminuir a possibilidade de erro e de incertezas, além de tentar convencer os envolvidos na atividade. Porém, para convencer a todos, os estudantes sentiram a necessidade de demonstrar tal fato, buscando soluções para as

³ Atividade Orientadora de Ensino

seguintes questões, “Por que é válida minha afirmativa? Como é que eu cheguei a essa hipótese? Minha hipótese é válida só para alguns casos? Se sim, essa hipótese então é verdadeira?”.

A nossa proposta pôde evidenciar alguns fatores importantes:

- A potencialidade da atividade em estimular a criação de algumas relações mesmo que não formal, ou seja, foi o início da abstração. Um dos momentos a serem citados ocorreu quando os estudantes solucionaram a questão 1 da atividade em anexo, como podemos observar a seguir: “Mas não é a mesma coisa... Se você juntar duas quadradas do que colocar uma retangular?”
- O reconhecimento por parte dos estudantes da necessidade de convencer a si próprio e as outras pessoas que estão ao seu redor sobre a validade de uma afirmativa. Boavida (1999) disserta sobre esse assunto, denominando as “outras pessoas” como “o conjunto daqueles que o orador quer influenciar pela sua argumentação” Perelman (1993 apud BOAVIDA, 1999, p. 8), estando estes de acordo ou não com quem argumenta.
- Necessidade de criação de significado para a expressão encontrada, como podemos observar no diálogo abaixo:

Aluno A⁴: O número de mesas é o número de pessoas dividido por dois mais um.

Aluno B: É isso que eu ia falar... Mas eu não sei o porquê do menos um... Por que quando começa...

Segundo Lins e Gimenez (1997), “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade” (p. 137). Dessa forma, os estudantes estavam no estágio de criação de significado para aquela expressão, ou seja, o que significa o “- 1” da relação encontrada?

Ao expor seus entendimentos sobre a educação algébrica, Lins e Gimenez (1997) consideraram que o primeiro passo a ser desenvolvido seria o de “permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra”, sendo que, somente após esse processo, os estudantes adquirirão a capacidade de pensar algebricamente. Dessa forma, ao criarem um significado para aquela relação, os estudantes conseguiram falar sobre ela, explicá-la e assim defender com mais propriedade sua validade.

- O desenvolvimento do processo de argumentação e tentativas de convencimento, que foram frequentes no decorrer da atividade.
- A facilidade de generalização da situação descrita na atividade por parte de todos os estudantes.
- A linguagem algébrica utilizada. No decorrer da atividade os estudantes utilizaram da

⁴ Os alunos A e B pertencem a turma do 9º Ano

linguagem retórica. A linguagem retórica da álgebra é vista por Fraile (1998 apud SOUSA, 2004, p 106) como “a ferramenta inicial, a mais básica, a linguagem ordinária”. Nesse sentido, “os argumentos da resolução de um problema são escritos em prosa pura, sem abreviações ou símbolos específicos” (EVES, 1997 apud SOUSA 2004, p 106). Assim, foi apenas através da exploração dessa linguagem que o problema começou a ter significado para os estudantes.

- A potencialidade de se trabalhar com as demonstrações, entendendo-as como um processo de busca, de conjecturas, contraexemplos, e principalmente de comunicação e argumentação. Vimos que é possível gerar nos estudantes a necessidade de demonstrar suas afirmativas. No entanto, muitas vezes as tentativas de validação acabaram sempre na verificação empírica. Neste sentido, destacamos a importância do papel do professor como mediador do “processo de argumentação e validação” (demonstrações). É dele que devem partir os questionamentos, as intervenções, a fim de explorar as idéias dos estudantes, guiando-os para que produzam demonstrações da forma mais geral possível, ou seja, de modo a possibilitar a abstração dos estudantes e, assim, o desenvolvimento de seu pensamento algébrico.

Considerações finais

Acreditamos que, em sala de aula, as abordagens das demonstrações em Álgebra podem ser feitas, por meio de atividades de ensino exploratório investigativas, em que “a educação algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta” (LINS; GIMENEZ, 1997, p.109), sobretudo, como linguagem, ou seja, como uma das formas de se organizar e comunicar às idéias que estão sendo desenvolvidas em um dado contexto de investigação. Além dessa abordagem, pode-se ser feitas também a partir da solicitação de justificativas de qualquer atividade que o estudante faça em aula, cultivando assim “o pensamento argumentativo onde o “Por quê?”, não seja visto como uma pergunta capciosa de um professor que quer prejudicar o aluno” (COSTA, 2008, p. 147), mas como uma oportunidade de criação de significado do conceito estudado.

A pesquisa desenvolvida contribuiu significativamente para o desenvolvimento da prática pedagógica da pesquisadora, levando em consideração os diversos contextos formativos nos quais estivemos inseridos. Os estudos teóricos realizados sobre as demonstrações na Educação Básica, e do trabalho com a atividade de ensino exploratório-investigativa, possibilitaram a construção da concepção sobre o ensino e aprendizagem da Matemática escolar. Dessa forma, nos sentimos inclinados a experimentar em sala de aula, uma nova proposta para o ensino de Álgebra, focando a argumentação e validação, que a nosso ver proporcionou a construção do conhecimento dos estudantes de forma significativa.

A pesquisa proporcionou dois aspectos formadores que implicam diretamente para a formação da prática pedagógica da pesquisadora, sendo o primeiro a conciliação da teoria com a prática, o que não foi tarefa fácil. Muitas pesquisas na Educação Matemática tratam sobre essas formas de conciliação, e a pesquisa desenvolvida foi de encontro com essa perspectiva. Um segundo aspecto foi a possibilidade de reflexão da própria prática por meio

da escrita do presente trabalho.

Referências Bibliográficas

- BOAVIDA, A. M. (2005). A argumentação na aula de matemática: olhares sobre o trabalho do professor. *Anais do XVI SIEM*. 16 (1).
<http://fordis.ese.ips.pt/siem/resumo.asp?id=57>.
- BRASIL. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.
- CARVALHO, C. C. S. de; PEREIRA, M. E. (2008). Argumentações, provas e demonstrações na matemática escolar. *Anais do II SHIAM*. 2 (1).
<http://www.fe.unicamp.br/shiam/anais.html>
- COSTA, J. L. (2008) Provas e validações em geometria em um Grupo de dimensão colaborativa. Itatiba: Universidade de São Francisco, Itatiba – SP.
- FIORENTINI, D; LORENZATO, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos, teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- GARNICA, A. V. M. (2002). As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*. 15 (18), p. 91-999.
- GARNICA, A. V. M. (2004). História Oral e Educação Matemática. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 1 (1), p. 78-98.
- LAKATOS, I. (1978). *A Lógica do Descobrimento Matemático: provas e refutações*. Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas, SP: Papyrus.
- LOPES, A. J. (1999). Gestão de Interações e Produção de Conhecimento Matemático em um Ambiente de Inspiração Lakatosiana. *Educação Matemática em Revista*. 7(6), p. 19-26.
- MOURA, M. O de. (2001) A atividade de ensino como ação formadora. *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média*. 8 (1), p. 143-162.
- MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. (2010). Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*. 10 (29), p. 205-229.
- NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. e COSTA, J. L. (2009). Um contexto de trabalho colaborativo possibilitando a emergência dos processos de argumentação e validação em geometria. *Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e*

Matemática. 11(2), p. 69-85.

PARATELI, C. A.; CRISTOVÃO, E. M.; ABREU, M. das G. dos S.; PONTES, R. C. M. A. (2006). A escrita no processo de aprender matemática. *Histórias e Investigações de/em aulas de matemática*. 1 (1). p.39 – 53.

PIETROPAOLO, R. C. (2005). (Re)significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.

SOUSA, M. C. de. (2004). O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

TINOCO, L.; SILVA, M. M. da. (2004). Argumentação no ensino de Matemática. VIII Encontro nacional de educação matemática. 8 (1), p. 1 -11.

Apêndice A

A Lanchonete Do Alan Xonete

Sexta feira passada, após a aula, quatro amigos, Aderbal (A), Belinda (B), Crisóstomo (C) e Dráusio (D), foram comer umas pizzas e tomar um refrigerante na lanchonete do Alan Xonete. Lá chegando, o garçom Edgar Som já havia separado uma mesa quadrangular com quatro cadeiras para os quatro amigos se assentarem.

a) Desenhe a mesa com as cadeiras que o garçom Edgar Som separou para os quatro amigos.

A conversa ia animada quando chegaram Eliziário e Flausino, e estes queriam se juntar ao grupo de amigos. Edgar Som perguntou-os: Querem que eu troque a mesa de vocês por uma mesa retangular ou preferem que eu ajeite outra mesa quadrangular ao lado da mesa de vocês? Os amigos optaram pela mesa quadrangular.

b) Porque Edgar Som fez essa pergunta? O formato da mesa implica na quantidade de pessoas que podem assentar ao seu redor?

c) Desenhe a nova disposição das mesas para esses casos (mesa quadrada e retangular).

d) Se você estivesse entre os seis amigos, qual disposição das mesas preferiria? Por quê.

Era dia de reunião da turma para descansar e passar bons momentos conversando e logo chegaram Griselda e Hortênsia. Nosso amigo Edgar Som correu a colocar uma nova mesa quadrangular ao lado das duas anteriores e avisou ao Falco Zinheiro, o cozinheiro, para preparar mais duas pizzas.

e) Desenhe a nova disposição das mesas e cadeiras.

f) Se os amigos tivessem optado por utilizarem uma mesa retangular seria necessário acrescentar outra mesa pra que os oito amigos pudessem se assentar em volta dela? Faça um desenho que represente essa situação.

g) Qual a relação existente entre as duas mesas (quadrangulares e retangulares)?

A turma esperava mais companheiros, logo chegaram Izilda, Jocasta, Kreiton, Lisaldo, Moísa, Nadir, Odaléa e Pepita. Ih! Agora o Edgar Som vai precisar da sua ajuda.

h) Quantas mesas serão necessárias que Edgar Som arrume? Faça o desenho representando a nova disposição de mesas e seus ocupantes. Edgar Som ficou curioso para saber como vocês resolveram esse problema, pois, todos os dias ele enfrenta um problema semelhante. Ensine

Edgar Som a descobrir quantas mesas serão necessários para que todos os amigos se acomodem, escrevendo com suas palavras como foi que você obteve a resposta acima.

Agora complete a tabela abaixo representando a quantidade de pessoas em relação ao número de mesas quadrangulares.

Número de pessoas	Número de mesas quadrangulares
4	
6	
8	
10	
16	
18	

i) Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 12 pessoas? E para comodar 13 pessoas?

j) Se forem colocadas 9 mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas, usando-se a mesma disposição?

k) Quantas mesas serão necessárias para receber 100 pessoas.

l) Escreva uma regra que permita o cálculo rápido do número de mesas se soubermos a quantidade de pessoas. Escreva outra regra que permita o cálculo rápido do número de pessoas se soubermos a quantidade de mesas.

m) Faça o teste da sua regra. Por que seu teste é válido? Defenda sua criação!