XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Um Estudo Sobre a Fórmula de Área para Otimização

Rosinalda Aurora de Melo **Teles**
Centro de Educação – UFPE
Brasil
rosinaldateles@yahoo.com.br

Paula Moreira Baltar **Bellemain**
Centro de Educação – UFPE
Brasil
paula.baltar@terra.com.br

Resumo

Neste artigo apresentamos um pequeno recorte de uma pesquisa mais ampla cujo objetivo geral foi investigar imbricações entre os campos conceituais das grandezas, da geometria, numérico, algébrico e funcional na Matemática Escolar, na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo e do triângulo. Discutimos aqui especificamente o uso de fórmulas em problemas de otimização. Para tanto, identificamos problemas de otimização em livros didáticos do 4º ciclo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio e analisamos procedimentos de resolução neste tipo de problema por alunos do 2º ano do Ensino Médio. Entre outros, destaca-se erros na confusão entre área e perímetro, relacionado ao campo das grandezas; erro na manipulação algébrica e em procedimentos numéricos.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais, Área, Perímetro, Fórmula, Grandeza, Otimização.

Introdução:

Neste artigo apresentamos um pequeno recorte de uma pesquisa mais ampla cujo objetivo geral foi investigar imbricações entre os campos conceituais das grandezas, da geometria, numérico, algébrico e funcional na Matemática Escolar, na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo e do triângulo. Estudos teóricos, análises documentais e a aplicação de testes se entrelaçam a fim de estudar as fórmulas de área como conceito - caracterizado como um tripé de situações que lhe conferem significado, invariantes operatórios e representações simbólicas – e situado simultaneamente nos vários campos conceituais supracitados o que permite lançar um olhar novo e esclarecedor sobre o ensino-aprendizagem das fórmulas de área e abrir uma via original de análise dentro da Teoria dos Campos Conceituais: o estudo de imbricações entre campos conceituais.

Neste artigo discutimos o uso para fórmula de área em problemas de otimização. Inicialmente, identificamos este tipo de uso para fórmula em livros didáticos de matemática do 4º ciclo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio; e, a partir de uma análise teórica, os resultados obtidos num teste diagnóstico, envolvendo este tipo de problema, aplicado para alunos do 2º ano Ensino Médio.

1. Referencial Teórico:

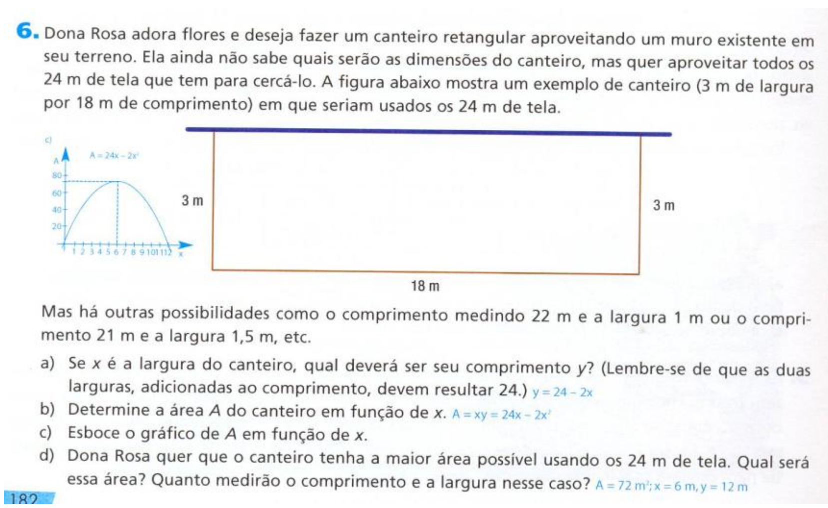
As fórmulas podem ser vistas sob múltiplos olhares, dependendo dos usos e dos sentidos que lhes atribuímos. De acordo com Sfard, Linvchevski (1994), a fórmula pode denotar um determinado número (embora desconhecido) ou representar uma função, mas em ambos os casos, são entidades permanentes que, por um lado, são um produto de operações aritméticas e, por outro, pode servir como uma entrada para um procedimento algébrico. Baltar (1996) considera as fórmulas de área e perímetro como representações simbólicas das relações entre as grandezas geométricas, comprimento e área, que permitem expressar relações de dependência entre comprimentos e área de figuras planas.

Neste trabalho, ao olharmos "fórmulas de área de figuras geométricas planas" sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, podemos vê-las como um elemento do campo conceitual das grandezas geométricas e também como um elemento que articula vários campos conceituais. São elementos do campo das grandezas geométricas, pois expressam relações entre comprimentos de figuras geométricas planas e, entre outros aspectos, desempenham papel importante na aprendizagem do conceito de área. Por outro lado, uma fórmula, enquanto representação algébrica de uma relação entre variáveis pressupõe aspectos algébricos e funcionais; a área de uma figura é uma grandeza; figuras geométricas planas pertencem ao campo geométrico; o resultado obtido por meio da aplicação de uma fórmula para calcular a área de uma figura, dada a unidade de área, é um número resultante de operações.

Estudos teóricos realizados por Baltar (1996) e Teles (2007) reforçam a necessidade de aprofundar o papel das fórmulas na aprendizagem do conceito de área. Além disso, evidenciam que para a construção do significado das fórmulas é preciso abordar múltiplas situações. Que situações seriam estas? Quais os tipos de usos para as fórmulas nestas situações? Que invariantes operatórios e representações simbólicas estariam envolvidos no tratamento destas situações? Estes questionamentos conduzem a olhar a fórmula como um conceito.

Teles (2007) propõe caracterizar, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, as fórmulas de área e perímetro como conceitos e identifica situações que conferem significados às fórmulas. Dentre essas situações, há as situações de otimização que são o foco deste artigo.Teles (2007), também fez, sob a ótica dos Campos Conceituais, o mapeamento de situações, de invariantes operatórios e representações simbólicas subjacentes às situações utilizadas em livros didáticos e provas de vestibulares, envolvendo fórmulas de área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo e do triângulo. O estudo de Teles (2007) possibilitou avançar na caracterização da fórmula de área como um conceito. No mapeamento de situações que conferem significado ao conceito de fórmula, pudemos identificar várias classes de usos para as fórmulas: calcular a área de figuras; calcular comprimentos que caracterizam a figura; comparar áreas de figuras; produzir figuras em condições dadas; estabelecer relações entre grandezas; otimizar e operar com grandezas de mesma natureza. A análise evidenciou que nos livros didáticos, ora a fórmula é tomada como um objeto de estudo, ora como um recurso para outras temáticas. Neste artigo discutiremos especificamente um tipo de uso das fórmulas de área, relacionada ás aplicações do conceito de máximo e mínimo no estudo das funções, recorrente em livros didáticos de Matemática para o último ano do Ensino Fundamental (9º ano ou 8ª série) e para 1º ano do Ensino Médio.

Quando as fórmulas são utilizadas para otimizar, mobilizam o aspecto funcional ao descrever o valor e a função da área em relação a x. A principal tarefa desta classe é a determinação da maior área possível em função de um perímetro fixo, como no exemplo abaixo, extraído de um livro didático:


6. Dona Rosa adora flores e deseja fazer um canteiro retangular aproveitando um muro existente em seu terreno. Ela ainda não sabe quais serão as dimensões do canteiro, mas quer aproveitar todos os 24 m de tela que tem para cercá-lo. A figura abaixo mostra um exemplo de canteiro (3 m de largura por 18 m de comprimento) em que seriam usados os 24 m de tela.

Mas há outras possibilidades como o comprimento medindo 22 m e a largura 1 m ou o comprimento 21 m e a largura 1,5 m, etc.

a) Se x é a largura do canteiro, qual deverá ser seu comprimento y? (Lembre-se de que as duas larguras, adicionadas ao comprimento, devem resultar 24.) $y = 24 - 2x$

b) Determine a área A do canteiro em função de x. $A = xy = 24x - 2x^2$

c) Esboce o gráfico de A em função de x.

d) Dona Rosa quer que o canteiro tenha a maior área possível usando os 24 m de tela. Qual será essa área? Quanto medirão o comprimento e a largura nesse caso? $A = 72\ m^2$; $x = 6$ m, $y = 12$ m

182

FIGURA 1 - APLICAÇÃO DO CONCEITO DE MÁXIMO E MÍNIMO

FONTE: PIRES, Célia Carolino, CURI, Edda e PIETROPAOLO, Ruy. Educação Matemática. 1ª Edição. São Paulo: Atual, 2002. 8ª série, pág. 182

Nos problemas de máximos e mínimos, como dado um perímetro fixo, determinar a maior área possível, a estratégia funcional é a mais econômica, mas existem outras. Porém, em todas elas a compreensão e mobilização de conceitos de outros campos conceituais são necessárias.

2.Algumas Escolhas para Elaboração do Teste Diagnóstico

Indícios teóricos relacionados às imbricações entre os campos conceituais das grandezas, da geometria, numérico, algébrico e funcional na Matemática Escolar, na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo e do triângulo, acrescidos da identificação do uso da fórmula de área para otimizar em livros didáticos de matemática e provas de vestibular, reforçam a necessidade de identificar nos procedimentos de resolução dos alunos, que invariantes operatórios e representações simbólicas estariam envolvidos no tratamento destas situações. Para tal, elaboramos um teste diagnóstico.

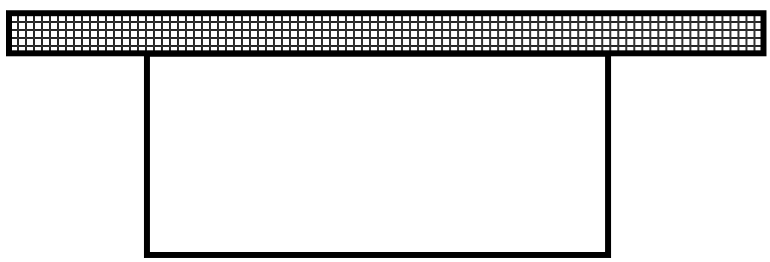
Os testes tiveram como objetivo caracterizar os conhecimentos oriundos dos diversos campos conceituais subjacentes aos procedimentos de resolução de situações envolvendo fórmula de área do retângulo, do paralelogramo e do triângulo e mapear, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), situações, invariantes operatórios e representações simbólicas referentes à fórmula de área destas figuras.

A elaboração dos testes correspondeu à culminância de vários estudos teóricos e empíricos sobre a abordagem da área de uma figura geométrica plana enquanto grandeza (DOUADY & PERRIN-GLORIAN,1989).

Foram elaborados cinco testes, cada um com quatro questões, sendo a primeira questão idêntica para todos os testes e as outras três seguindo uma lógica relacionada às imbricações entre os campos conceituais, refletida no tipo de uso da fórmula em cada questão. Ou seja, temos uma questão fixa e 15 outras que foram distribuídas em cinco tipos de testes. As fórmulas nunca são fornecidas na questão.

A questão de otimização que analisaremos coloca em jogo as seguintes variáveis e seus respectivos valores: uso da fórmula para otimizar; o tipo da figura é o retângulo; há presença da figura no enunciado; o contexto é social, relacionado à jardinagem; o domínio numérico dos dados e dos resultados é o dos números naturais; a unidade de comprimento é o metro.

Dona Rosa adora flores e deseja fazer um canteiro retangular aproveitando um muro existente em seu terreno. Ela ainda não sabe quais serão as dimensões do canteiro, mas quer aproveitar todos os 20 metros de tela que tem para cercá-lo.



Dona Rosa quer que o canteiro tenha a maior área possível usando os 20 metros de tela. Qual será essa área? Quanto medirão o comprimento e a largura nesse caso?

Neste problema o aluno é confrontado com uma situação em que figuras com perímetros iguais apresentam áreas distintas. O conhecimento matemático é mobilizado numa situação de jardinagem, a primeira observação refere-se à própria solicitação dos problemas: com **metros de tela** cercar uma região retangular. A tela é um objeto do mundo real, possui duas dimensões: comprimento e largura, portanto, possui área, no entanto solicita-se que o aluno utilize-a apenas na perspectiva linear, ou seja, como comprimento. Ao canteiro é atribuído o modelo matemático do retângulo. A figura geométrica, neste caso, modeliza o que necessariamente pode não ser retangular e ainda por cima todas as dimensões indicadas implícita ou explicitamente são inteiras.

A principal solicitação do problema é distribuir os 20 metros de tela em 3 partes, sendo 2 iguais e uma diferente, isto porque, a figura é um retângulo, mas os 20 metros de tela formam uma linha poligonal aberta. Uma das propriedades do retângulo refere-se à medida dos lados paralelos serem iguais.

O domínio estritamente natural para as medidas apresentadas no problema favorece o procedimento numérico, ou seja, ir desenhando retângulos, fazendo tentativas até achar o retângulo de maior área, o que é facilitado pelo fato do número 20 possuir muitos divisores.

Utiliza o conceito de variável. Explorando a idéia que o **x** e o **y** variam dentro de um certo domínio. Vários tipos de representações podem ser utilizados: tabela, gráfico, expressão algébrica, a relação estabelecida é linear.

Um procedimento correto, nesta questão, consiste em representar simbolicamente a relação entre os 20 metros de tela e as dimensões que precisa cercar: $2x+y=20$, a partir desta expressão deduzir o valor de **y**: $y=20-2x$. Como a área do retângulo é dada pelo produto dos comprimentos dos lados: $x.y$ temos então:

$$A = x(20-2x)$$
$$A = 20x - 2x^2$$

Esta expressão representa uma função do 2º grau com **a < 0.** Assim, para calcular a área máxima basta calcular a abscissa do ponto máximo **(X_v)** e substituir na expressão anterior:

$$x_v = \frac{-20}{2.(-2)} = 5$$
$$A = 20.5 - 2.5^2$$
$$A = 100 - 50$$
$$A = 50\,m^2$$

O que levará a concluir que o comprimento e a largura do retângulo serão respectivamente 10 m e 5 m.

Outra versão do mesmo problema, onde acrescenta-se uma tabela no item c, neste problema buscamos indicar, através dos itens que precisa responder, os passos para que o aluno calcule a área máxima produzida a partir de um perímetro fixo. Mobilizamos várias representações simbólicas: a representação funcional, ou seja, exprimir uma grandeza geométrica em função de outra, que envolve uma distinção entre o que Germi (1997) chama de fórmula básica e fórmula algébrica.

Nossos estudos preliminares indicaram que nos problemas de otimização, fórmula basíca é a fórmula que expressa a relação entre os comprimentos dos lados e a área do retângulo; fórmula algébrica seria a fórmula de base com os elementos substituídos pelas variáveis. Numa situação de otimização intervém o caráter de ‘variável” de A (área), as letras envolvidas evoluem passando de um status de número desconhecido fixado (incógnita) para o status de número desconhecido, mas que varia em função dos elementos da figura (GERMI, 1997). Por outro lado, a utilização de tabelas e gráficos, obriga a considerar as letras como números desconhecidos que não são fixos (GERMI, 1997). Assim, um dos objetivos nesta questão, que interessa a nossa pesquisa sobre imbricações, é identificar se o aluno compreende a letra como variável. Completar a tabela com alguns valores possíveis de x e de y, no **item c**, envolve entre outras coisas, romper com o domínio estritamente natural, já que propomos mais espaços a preencher do que as alternativas inteiras possíveis para a questão.

A organização deste tipo de representação simbólica envolve substituir o x por um valor numérico e efetuar cálculos. Algumas questões intervêm neste momento: que tipo de valor numérico pode ser escolhido? Apenas natural? E os racionais positivos? Escolhido o domínio numérico, que valores são possíveis para o x? e para o y? A expressão geral é: $y=ax^2+bx$, sendo a< 0. Neste caso algumas dificuldades relacionadas às operações com números inteiros negativos podem interferir.

Um dos procedimentos possíveis para determinar o canteiro de maior área por tentativas, consiste em desenhar retângulos com as várias possibilidades de distribuição dos metros de tela.

Quando fixamos um perímetro e queremos calcular a maior área possível do retângulo construído com este perímetro, utilizamos a idéia de máximos e mínimos de uma função ou mobilizamos um conhecimento do campo geométrico referente à propriedade que fixando um perímetro o retângulo de maior área possível é um quadrado.

3.Discussão Dos Resultados - As Imbricações Entre Campos Conceituais Como Foco De Interpretação Do Processo De Aquisição E Uso Das Fórmulas De Área

Os testes, aplicados com 259 alunos de 2ª série do Ensino Médio, de cinco escolas do Recife e Região Metropolitana, permitiram investigar a mobilização de invariantes operatórios e representações simbólicas, nos procedimentos de resolução de alunos e confirmar a pertinência da hipótese de tomar as imbricações entre campos conceituais como foco de interpretação do processo de aquisição e uso das fórmulas de área. Dos 259 alunos que responderam os testes, 49 responderam à primeira versão da questão (sem tabela- questão 4 do teste 1**(Q4 –T1**) e 60 alunos responderam à questão com tabela (4 do teste 4 **(Q4 – T4).** As duas questões foram baseadas em livros didáticos para 8ª série e 1ª série do Ensino Médio.

TABELA 1: Visão geral dos testes aplicados

	ESCOLA 1	ESCOLA 2	ESCOLA 3	ESCOLA 4	ESCOLA 5	**TOTAL**
TESTE 1	8	14	11	9	7	49
TESTE 4	11	21	10	10	8	60

Dos sessenta alunos que responderam o teste 4, apenas 27 (45%) responderam total ou parcialmente a questão 4 e 55% (33 alunos) deixaram totalmente em “branco”. Na questão Q4 do teste 1, que chamamos **“**Metros de Tela” (sem tabela), destacamos erros relacionados aos diversos campos conceituais. Ao campo das grandezas, a confusão entre área e perímetro, amplamente discutida em pesquisas da Educação Matemática. Ao campo algébrico, erro na modelagem da questão e na manipulação algébrica e ao campo funcional, desconsiderar o caráter variável da letra.

i) ERRO RELACIONADO AO CAMPO DAS GRANDEZAS

- **Erros relacionados à confusão entre área e perímetro** - Para 6 alunos área e perímetro são iguais ou mantêm a mesma proporção ou ainda a maior área possível é 20. No primeiro protocolo o aluno explicita que a área e o perímetro do canteiro precisam ser iguais, mobilizando um falso teorema-em-ação identificado em várias pesquisas anteriores. A comparação que o aluno faz evidencia uma concepção numérica. E reforça a necessidade de trabalhar a dissociação área e perímetro na abordagem do conceito de área.

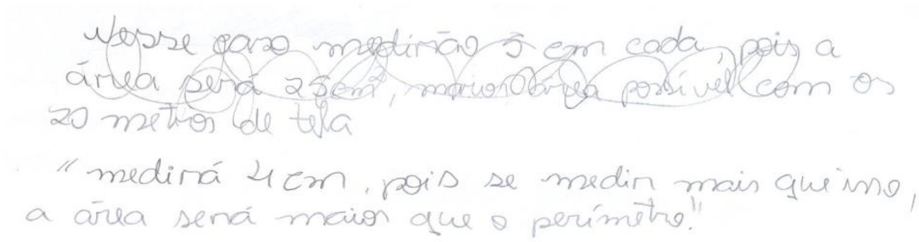


FIG. 2. Prot. 8 -. Q4T1F$_1$

Neste outro protocolo, a explicitação aparece via representação algébrica. O aluno não atribui valores particulares para as dimensões do retângulo, dando indícios da mobilização da noção de variável, mas toma como ponto de partida que x. y é igual a 20, ou seja, a área é igual a medida da tela que dispõe para cercar o canteiro.

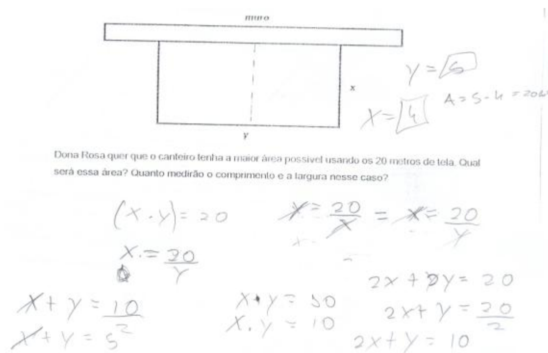


FIG. 3 – Prot. 10 - Q4T1D$_4$

ii) ERRO RELACIONADO AO CAMPO ALGÉBRICO

- **Erro na modelagem da questão:** diante da dificuldade de passar da linguagem natural para linguagem simbólica, que é uma das etapas para resolução de um problema algébrico (DA ROCHA FALCÃO, 1997), ou seja, modelar a questão o aluno prefere um procedimento numérico caracterizado pela tentativa. Um dos aspectos que dificulta a modelagem é esquecimento do muro.
- **Erro de manipulação algébrica :** o protocolo abaixo evidencia como um erro numa das etapas para resolução de um problema algébrico, interfere na obtenção de soluções verdadeiras para problemas envolvendo fórmulas de área. Também reforça a importância do estudo das imbricações entre campos conceituais. O aluno modela corretamente o problema, demonstra domínio nas operações com as letras, mas um erro de sintaxe prejudicou seu resultado.

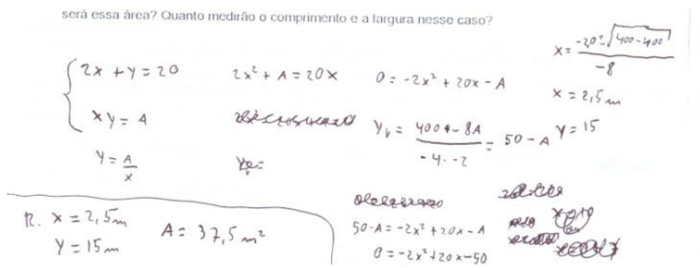


FIG. 4. Prot. 12 - Q4T1G_1 – **.**

iii) ERRO RELACIONADO AO CAMPO FUNCIONAL

No protocolo abaixo o aluno, ao interpretar a figura, considera o muro como um retângulo do qual se precisa calcular a área também, para isto fixa uma unidade para x, ou seja, desconsidera o caráter variável da letra. O desenho é apenas uma representação do real, possuindo várias possibilidades de composições para o x e para o y.

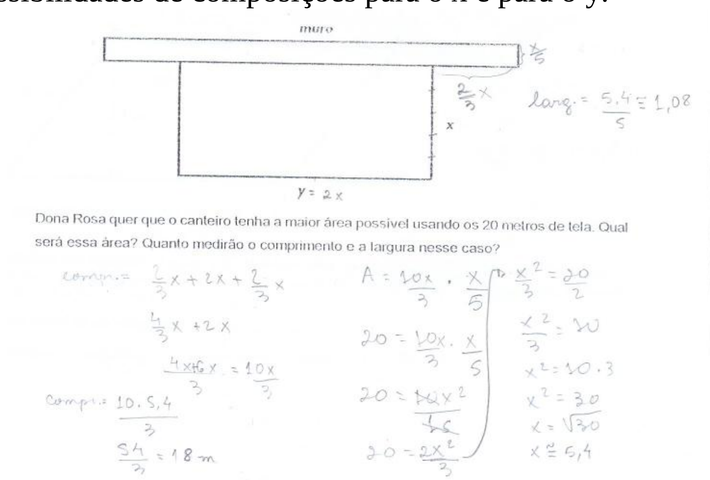


FIG. 5. Prot. 13 - Q4T1C_5 .

Como observamos no protocolo acima, o aluno exprime o valor de x e y incorporando a “área” do muro (inclusive mobiliza corretamente a fórmula da área do retângulo). Não interpreta corretamente o problema, inclusive confundindo área e perímetro, ou seja, num mesmo procedimento de resolução é possível identificar características dos vários campos conceituais, evidenciando o papel das imbricações como entrave para resolução de determinadas situações.

A pesar de, em nossa análise teórica, relacionamos este tipo de questão basicamente ao procedimento algébrico ou funcional, identificamos a opção por procedimentos numéricos. O protocolo abaixo, de um dos 29 alunos que tentaram algum procedimento de resposta para a questão, 59% preferiram procedimento numérico. Praticamente metade acerta a questão com este procedimento. Dentre as estratégias numéricas destacamos o protocolo abaixo, onde o aluno decompõe 20 e multiplica os fatores obtidos:

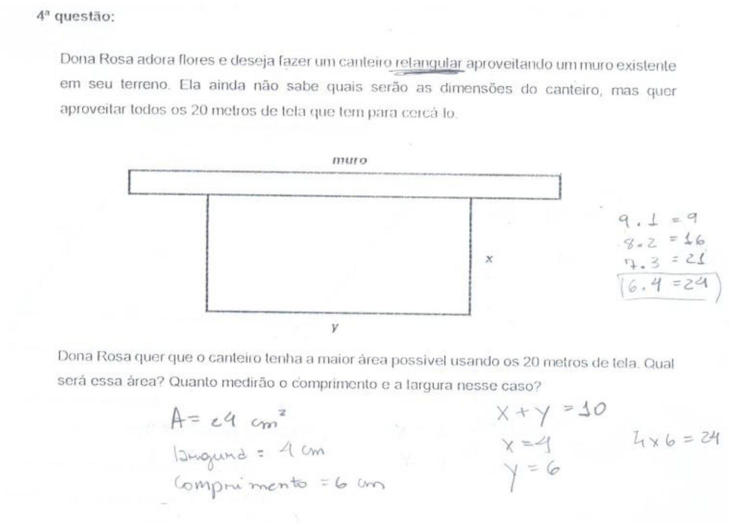


Fig. 6 – Prot. 54 Q4T1C$_1$

Dentre as respostas corretas obtidas para a área máxima, destacamos o protocolo abaixo, onde apesar do aluno errar na aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração, gerando uma expressão errada para A em função de x, acerta a medida da maior área, pois o procedimento escolhido (calcular o ponto máximo da função independe do expoente de x).

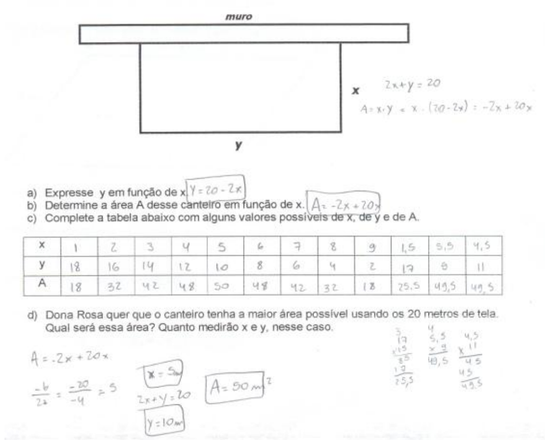


FIG. 7 – Prot. 14 - Q4T4A$_1$

Os itens a e b exigem um procedimento algébrico, ou seja, modelar uma situação tomando como referencial conhecimento do campo das grandezas – área e perímetro – a ausência de respostas e a quantidade de respostas erradas sinalizam dificuldades relacionadas a esta tarefa. Dentre os erros na escrita algébrica destacamos a mobilização da relação errônea entre as dimensões do canteiro gerando a expressão $2x+2y=20$, que corresponde a equação equivalente $y=10-x$, ou seja, evidencia a erro na modelagem que conduz ao erro na questão embora os conhecimentos do campo algébrico e dos demais sejam corretamente mobilizados nas fases subseqüentes.

Inicialmente, a interpretação errada do problema, que faz parte da 1ª etapa para resolução de um problema algébrico (Da Rocha Falcão, 1997) gera uma relação funcional errada. Embora a escrita algébrica seja coerente, levar em consideração que a tela também deve cercar o muro conduz a decompor os 20 metros de tela, que correspondem ao perímetro pretendido, como sendo $x+x+y+y=2$.

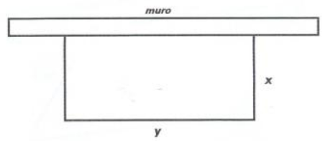
Em conseqüência, a fórmula da área em função de x, apesar da manipulação algébrica correta:

$$P=2x+2y=2$$

Logo:

$y=10-x$, como $A=x.y$ então $A=x(10-x) \Rightarrow A=10x-x^2$, não produz uma resposta verdadeira, tanto por tentativas usando procedimento numérico ou calculando o valor de x.

O extrato do protocolo abaixo ilustra esta imbricação, vale salientar ainda que este aluno acerta todas as outras questões do testes 4.



a) Expresse y em função de x. $Y=10-X$
b) Determine a área A desse canteiro em função de x. $A=X(10-X)$
c) Complete a tabela abaixo com alguns valores possíveis de x, de y e de A.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	5,5	7,5	3,5
y	9	8	7	6	5	4	3	2	1	4,5	2,5	6,5
A	9	16	21	24	25	24	21	16	9	24,75	18,75	22,75

d) Dona Rosa quer que o canteiro tenha a maior área possível usando os 20 metros de tela. Qual será essa área? Quanto medirão x e y, nesse caso.
X = 5 m
Y = 5 m
A = 25 m²

FIG. 8– Prot. 15 - Q4T4B$_1$

Este erro de interpretação, reflete-se no preenchimento da tabela, os alunos preenchem de forma que $x+y=10$, tanto no procedimento numérico, quando o aluno vai direto para tabela para indicar a área máxima, como no algébrico – o aluno escreve a expressão algébrica.

Dentre os erros no preenchimento da tabela também foi possível indicar erros relacionadas à confusão entre área e perímetro

Destacamos ainda que 20 alunos, dos 27 que esboçaram alguma reposta para este item da questão, mobilizaram um procedimento numérico, porém, 17 utilizaram apenas valores inteiros e apenas 3 utilizaram decimais só até 0,5. Estes dados refletem a dificuldade de romper com o domínio numérico dos naturais e evidencia preferência por procedimentos numéricos em detrimento aos algébricos. Mas também evidenciam aspectos relacionados ao campo conceitual das funções, pois o aluno faz uma interpretação pontual das funções e não variacional no preenchimento da tabela, como ilustrado no extrato de protocolo abaixo.

a) Expresse y em função de x. $Y=20-2x$
b) Determine a área A desse canteiro em função de x. $x=\frac{A}{y}$
c) Complete a tabela abaixo com alguns valores possíveis de x, de y e de A.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	8,5	7,5	6,5
y	18	16	14	12	10	8	6	4	2	3	5	7
A	18	32	42	48	50	48	42	32	18	25,5	37,5	45,5

d) Dona Rosa quer que o canteiro tenha a maior área possível usando os 20 metros de tela. Qual será essa área? Quanto medirão x e y, nesse caso.
50 cm² / x = 5
y = 10

FIG. 9 – Prot. 17 - Q4T4C$_1$

Por outro lado, a opção pelo procedimento numérico parece mostrar que os sujeitos pesquisados não mobilizam nesta situação conhecimento funcional suficiente para calcular a área máxima através do cálculo do ponto de máximo da função.

4. Considerações Finais:

Este estudo evidencia as imbricações entre campos conceituais, como elemento que, pela variedade de abordagens possíveis, amplia as posibilidades de compreensão dos sujeitos aprendizes e ao mesmo tempo, pela amplitude, explica a complexiade de procesos de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Em questões, como as de otimização, foi possível identificar, nos erros cometidos pelos alunos, fortes imbricações entre campos conceituais. Por exemplo relacionado ao campo geométrico, interpretação da figura. Erros de confusão entre área e perímetro, ligado ao campo das grandezas, reforçando a necessidade de trabalhar a dissociação entre área e perímetro na abordagem do conceito de área. Erro de manipulação algébrica, no campo algébrico; erro no procedimento numérico, campo numérico. Em alguns procedimentos foi possível identificar aspectos dos vários campos, evidenciando o papel das imbricações como entrave para resolução de determinadas situações. A ausência de respostas e a opção por procedimentos numéricos, aponta para dificuldades em questões que mobilizavam a fórmula para otimizar.

5. **Referências**

Baltar, Paula Moreira(1996). Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étuide de l'acquisition des relations entre lês longueurs et lesaires au collège. Grenoble. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

Da Rocha Falcão, Jorge Tarcísio(1997). A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas. In: SCHLIEMANN, Analúcia Dias. Estudos em Psicologia da Educação Matemática. 2.ed. Recife: Ed. UFPE.

Douady, Regine; Perrin-Glorian, Marie-Jeanne (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. Educational Studies in Mathematics. V. 20, n. 4. p. 387-424.

Germi, Pierre Emmanuel(1997). Statut des lettres et notion de variable. Petit x número 45. Pp. 59- 79. Grenoble, França.

Sfard, A.; Linchevski (1994). I. The gains and the pitfalls of reification – The case of algebra. Educational Studies in Mathematics 26 (p.191 – 228)

Teles, Rosinalda Aurora de Melo (1997). Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. Tese de Doutorado em Educação. UFPE.

Vergnaud, Gérard (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches em Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, nº 2, 3. Grenoble. p. 133 – 170.

*