XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Conceito de número no sistema de ensino de Davydov

Josélia Euzébio da **Rosa**
Doutoranda na Universidade Federal do Paraná, com bolsa do CNPq
Brasil
joselia.euzebio@yahoo.com.br
Maria Tereza Carneiro **Soares**
Universidade Federal do Paraná - UFPR
Brasil
mariteufpr@gmail.com
Ademir **Damazio**
Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC
Brasil
add@unesc.net

Resumo

O objetivo da pesquisa foi investigar as proposições do Sistema de Ensino de Davydov para o conceito de número. Mais especificamente, o movimento que articula as ideias gerais do sistema com suas proposições específicas para o ensino do conceito em questão. O método é o Materialismo Histórico-Dialético que também fundamenta as proposições de Davydov, surgidas no interior da teoria histórico-cultural com o objetivo de melhorar a qualidade da educação básica. Sua peculiaridade está no movimento oposto aquele sugerido pelas atuais propostas de ensino. A sugestão é promover, desde o primeiro ano escolar, o desenvolvimento do pensamento teórico pela apropriação dos conceitos científicos, em detrimento do desenvolvimento apenas do pensamento empírico. O que pressupõe iniciar o ensino do conceito de número, a partir da ideia de número real, sustentado nas noções de grandezas, e, na inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas.

Palavras chave: educação, matemática, número, Davydov, pensamento empírico, pensamento teórico.

A presente pesquisa está organicamente vinculada aos estudos realizados pelos integrantes do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem histórico cultural (GPEMAHC/UNESC) e do Grupo de Estudos e Pesquisa Sobre Atividades Pedagógicas (GEPAPe/USP).

Investigou-se as proposições do sistema de ensino de Davydov para o conceito de número, cuja síntese será apresentada no decorrer do presente texto. O método de pesquisa foi o materialismo histórico-dialético, ao priorizar a análise do processo na forma explicativa. Desse modo, investigou-se o movimento que articula as ideias gerais do referido sistema com suas proposições específicas para o conceito de número.

Vasili Vasilievich Davydov[1] nasceu em 1930 e faleceu em 1998. Doutor em psicologia pertenceu a terceira geração de psicólogos russos soviéticos, desde os trabalhos da equipe inicial de Vigotsky, realizados nas décadas de 1920 e 1930.

Com a revolução socialista, na União Soviética, ocorreu um trabalho de organização ou reestruturação curricular com intuito de elevar o ensino ao nível técnico-científico que correspondesse ao atual estágio de desenvolvimento da ciência. Nesse movimento, dentre os autores que fizeram proposições para o ensino da Matemática, pode-se destacar: Davydov, Galperin, Talízina, Zankov, entre outros.

O Sistema de Ensino de Davydov surgiu no interior da teoria histórico-cultural, cuja matriz filosófica é o materialismo histórico dialético, com vistas à melhoria da qualidade da educação básica. Faz parte do Sistema de Ensino de Elkonin-Davydov e é recomendado, ainda hoje, pelo Ministério da Educação e Ciência da Federação Russa para o desenvolvimento em instituições de ensino daquele país (Editora vita-press, 2010). Além disso, é referência no cenário mundial, em países como Ucrânia, Cazaquistão, Noruega, França, Alemanha, Holanda, Canadá e Japão (idem). Atualmente, também é investigado no Havaí e Estados Unidos (Schmittau & Morris, 2004; Schmittau, 2005 e. g). Nesses locais, também são produzidas pesquisas que acenam para a potencialidade das contribuições do sistema em questão para processo de ensino e aprendizagem.

Embora Davydov tenha falecido em 1998, seu sistema continua em desenvolvimento por seu grupo de colaboradores e continuadores, ou seja, não é uma obra pronta e acabada. Na presente pesquisa, são consideradas as obras de Davydov em espanhol, traduzidas diretamente do Russo por Marta Shuare (Davídov, 1987; Davídov & Markova, 1987; Davidov, 1988; Davydov, 1982), em inglês (Davydov, 1988; Davydov, 1999), o livro didático para o primeiro ano do ensino fundamental, elaborado por Davidov, Gorbov, Mikulina e Savieliev (Давыдов et al, 1997) e as orientações metodológicas para o livro didático elaboradas pelo mesmo grupo de colaboradores e continuadores do sistema de Davydov, tais como Gorbov, Mikulina e Savieliev (Горбов et al, 2008). As obras em russo são traduzidas para o português (por solicitação do GEPEMAHC) por Elvira Kim, professora de nacionalidade russa que, atualmente leciona a disciplina de Russo na Universidade Federal do Paraná. O GPEMAHC assumiu a revisão e edição de imagens e também está desenvolvendo o sistema de Davydov em uma escola da Rede Municipal de Ensino de Criciúma, SC.

O Sistema de Ensino de Matemática elaborado por Davydov e seus colaboradores, de acordo com Galperin, Zarporózhets e Elkonin (1987), se diferencia significativamente dos demais tanto pela amplitude, quanto pela profundidade. Tal singularidade, apontada por seus pares, contribui para a justificativa da relevância de um estudo teórico que o investigue.

Uma das singularidades das ideias de Davydov advém da relação entre pensamento empírico e pensamento teórico. Para Davydov, na educação escolar, deve-se desenvolver o

[1] No decorrer do texto será utilizada a grafia Davydov. Porém, ao se tratar de referência, será mantida a escrita conforme apresentada na obra, quais sejam: Davídov, Davidov, Davydov e Давыдов

pensamento teórico em detrimento do pensamento empírico. Para ele, o pensamento empírico tem sua importância na vida cotidiana; porém, obstaculiza o caminho quando se pretende que o estudante compreenda os conceitos científicos e desenvolva o pensamento teórico (DAVÝDOV, 1982).

Ao analisar as proposições para o ensino de sua época, Davydov (1982) concluiu que a ênfase incidia nos conceitos que desenvolvem o pensamento empírico. Por exemplo, no processo de formação do conceito de número, cada um era apresentado ao estudante com a ideia de relação direta com a quantidade de objetos em referência, conforme a figura 1:

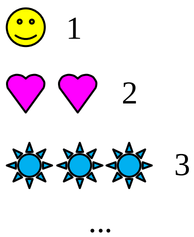

Figura 1. Número enquanto representação de quantidade

Desse modo, cada abstração verbal deveria ser correlacionada pela criança com uma imagem sensorial completamente definida e precisa. Assim, o número *dois* também poderia ser correlacionado com um par de sapatos, o *quatro* com os quatro pés da mesa, entre outros. As ilustrações se constituem no procedimento mais geral para verificar a compreensão do conhecimento. Segundo Davídov (1987), essa forma de tratar pedagogicamente o conceito de número, muito comum nos dias atuais aqui no Brasil, contribui para o desenvolvimento dos mecanismos do pensamento empírico.

Uma das conclusões de Davydov foi de que a preocupação da escola primária consistia em conservar a relação com os conhecimentos cotidianos que a criança recebeu antes de entrar na escola. Em cada etapa do ensino, se propõe às crianças apenas aquilo que são capazes de assimilar na idade dada. Desse modo, o ensino utiliza unicamente as possibilidades já formadas e presentes na criança. “Naturalmente, assim se pode justificar a limitação e a pobreza do ensino primário, apelando a características evolutivas da criança de sete anos” (Davídov, 1987, p. 147). Ou seja, subestima-se, tanto a “natureza histórica concreta das possibilidades da criança como as ideias sobre o verdadeiro papel que a educação desempenha no desenvolvimento” (idem). O ensino assim organizado é trágico para o desenvolvimento mental, por enfatizar apenas a base sensorial, reduzir os conceitos a sua base empírica e, consequentemente, desenvolver exclusivamente o pensamento empírico (Davídov, 1987).

Em contraposição, o autor defende que a educação escolar precisa se empenhar em desenvolver os fundamentos do pensamento teórico dos estudantes, o que daria outra dimensão ao pensamento empírico. O pensamento teórico opera mediante conceitos científicos. Seu objeto é a integridade, é o sistema. O processo direcionador que expressa a natureza do pensamento teórico é o da ascensão do abstrato ao concreto (Davydov, 1982).

Para promover o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes, Davídov (1987) afirma ser necessário mudar o conteúdo e os métodos de ensino. Ao entrar na escola, a criança deve: sentir claramente o caráter novo dos conceitos, perceber que é diferente da experiência pré-escolar, isto é, trata-se de conceitos científicos. É tarefa da educação, influenciar e dirigir o desenvolvimento e, inclusive, mudar o tipo geral e os ritmos do desenvolvimento psíquico das crianças. O ensino terá como princípio criar nos estudantes as condições e premissas do desenvolvimento psíquico. Cada novo conceito deve começar com a introdução das crianças em situações que necessitem dos mesmos em seu caráter teórico. A sugestão do referido autor em referência é que as crianças estudem o conteúdo geral dos conceitos como base para a ulterior identificação de suas manifestações particulares.

Porém, no atual ensino do conceito de número no Brasil, em consonância com as orientações apresentadas na maioria das proposições didáticas atuais, se adota a seqüência fragmentada dos números naturais aos reais (números naturais → números racionais → números inteiros → números irracionais e reais). Geralmente, o ponto de partida em cada campo numérico são situações do dia-a-dia dos estudantes, da realidade imediata, em que são utilizados tais conceitos.

O movimento linear, apresentado anteriormente, se aproxima das etapas do desenvolvimento histórico desse objeto matemático: números naturais → números racionais → números irracionais e reais → números relativos (Caraça, 1984). Com uma única exceção, na evolução histórica, os relativos foram os últimos números a serem produzidos no campo que conhecemos hoje como campo dos reais. Nas duas seqüências, o movimento do desenvolvimento do conceito segue do particular para o geral.

Entretanto, a ordem genética do desenvolvimento dos conceitos em Vigotski, na idade escolar, consiste no inverso, de "cima para baixo, do geral para o particular e do topo da pirâmide para base" (2000, p. 165). Um conceito se sobrepõe aos outros e incorpora o mais particular. Isso implica em começar, na escola, como sugere Davydov, com a ideia de número real e não apenas pelos números naturais.

No contexto do conhecimento matemático, Caraça (1984, p. 04) afirma que o número natural "não é um produto puro do pensamento, independe da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números para depois contarem" ao "contrário, os números naturais foram se formando lentamente pela prática diária de contagens*"*. Os números racionais, por sua vez, surgiram da necessidade prática da medida. Medir consiste em "comparar duas grandezas da mesma espécie: dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc." (idem, p. 29). Do ponto de vista aritmético, os racionais surgiram da impossibilidade da divisão, nos casos em que o dividendo não era múltiplo do divisor.

Medir e contar, segundo Caraça (1984, p. 29), "são operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior freqüência". Da realidade prática, por meio da medida e da contagem, a humanidade tirou a ideia dos números naturais e racionais, depois, produziu todas as conseqüências: os irracionais, para resolver o problema teórico da medida e, por último, os números relativos para resolver o problema das grandezas que podem ser tomadas em dois sentidos opostos, concluindo o campo relativo tradicionalmente conhecido como o campo dos reais. Ou seja, *é o* "número natural, surgindo da necessidade da contagem, o número racional da medida e o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisições diferentes" (Caraça, 1984, p. 125).

De acordo com Vigotski (2000, p. 372), existe uma relação de generalidade entre os conceitos: "O pré-conceito é uma abstração de número a partir do objeto e uma generalização nela fundada das propriedades numéricas do objeto. O conceito é uma abstração a partir do número e uma generalização nela fundada das outras relações entre os números".

Considerando o movimento histórico, o número natural e o racional são pré-conceitos, são uma abstração de número a partir do objeto. No entanto, o número real, por ser uma abstração a partir do número é o conceito propriamente dito. É no conceito (números reais) que todas as operações fundamentais do cálculo são possíveis de serem realizadas. "O conceito, segundo a lógica dialética, não inclui unicamente o geral, mas também o singular e o particular" (Vygotski, 1996, p. 78).

As propriedades das sete operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação, logaritmação e potenciação) constituem o conjunto das leis operatórias do cálculo que, juntamente, com as propriedades estruturais são mantidas em todos os campos numéricos. Porém, quanto mais particular for o campo numérico menos operações serão possíveis de serem realizadas. No campo natural, por exemplo, "todas as operações inversas apresentam casos de impossibilidade, por vezes mais freqüentes que os de possibilidade" (Caraça, 1984, p. 28). As operações inversas são: subtração, como inversa da adição; divisão como inversa da multiplicação; radiciação e a logaritmação como inversa da potenciação.

Portanto, não faz sentido ficar nos primeiros anos do ensino escolar somente no campo dos naturais em que a maioria das operações tornam-se impossíveis de serem realizadas. Em Matemática, as propriedades formais são aplicadas constantemente e quem as conhecer bem terá "a chave do cálculo algébrico" (Caraça, 1984, p. 25).

Restringir o conceito de número, durante todo o primeiro ano do ensino fundamental, a ideia de número natural a partir da contagem de objetos, como se faz comumente, significa orientar a criança por uma etapa de desenvolvimento já realizada, tornando-o ineficaz sob o ponto de vista das possibilidades gerais da criança. Isso acontece porque o ensino, assim orientado, ocorre atrás do processo de desenvolvimento ao invés de orientá-lo.

Na escola, a criança precisa aprender o novo, o que ainda não sabe e pode lhe ser acessível por meio da colaboração. Davydov (1982) aponta que o ensino escolar deve: proporcionar às crianças conceitos genuinamente científicos, desenvolver o pensamento científico e as capacidades para o sucessivo domínio independente do número sempre ascendente de novos conhecimentos científicos. Para o referido autor, a gênese do conceito de número natural é a mesma do conceito de número racional: a partir do estudo das grandezas.

A criança elabora, nas atividades espontâneas, algumas significações empíricas do conceito de número (sabe dividir uma barra de chocolate para três pessoas, sabe que três figurinhas mais duas figurinhas são cinco figurinhas ...). Cabe à escola começar no que ainda não foi desenvolvido nos conceitos espontâneos, em seu aspecto mais geral a partir da ideia de número real (Davydov, 1982). O conceito de número real vai se desenvolver de cima para baixo por meio das noções empíricas de número que foram elaborados na atividade espontânea da contagem e de medida. Esses, por sua vez, irão percorrer o caminho contrário de baixo para cima por meio do seu próprio sistema.

É só no campo dos reais, tomados em sua dinâmica, atividade e movimento, que o conceito de número reflete sua verdadeira natureza. A relação do número real com o objeto pressupõe a existência de relação entre os naturais, racionais, irracionais e inteiros, ou seja, um sistema de conceitos. Segundo Vigotski, cada conceito precisa ser tomado em conjunto da mesma forma que uma "célula deve ser tomada com todas as suas ramificações através das quais ela se entrelaça com o tecido comum" (2000, p. 294).

Em um determinado momento do desenvolvimento histórico da Matemática, quando a humanidade só havia produzido os números naturais, seria aceitável limitar seu ensino ao conceito de número natural. Mas, atualmente, o conceito não só foi ampliado e recebeu maior precisão, como também foi renovado como um sistema integral. O conteúdo de uma disciplina não é idêntico à totalidade dos avanços da ciência correspondente, mas é obrigação da educação proporcionar as abstrações e generalizações ao nível inteiramente moderno (Davydov, 1982).

Conforme anunciado, para Davydov (1982, p. 431), o objetivo da disciplina de Matemática durante o ensino fundamental é "criar nos alunos uma concepção circunstanciada e válida de número real a partir do conceito de grandeza". Para o autor, os números, naturais e reais, são um aspecto particular de um objeto matemático mais geral, o conceito de grandeza. Ele propõe que primeiro a criança se familiarize com este objeto geral para, posteriormente, estudar os casos particulares de sua manifestação.

De acordo com Davydov (1982, p. 433-434), o "simbolismo literal, as correspondentes fórmulas literais e a interconexão das mesmas, consolidativo das propriedades fundamentais das grandezas, são inteiramente acessíveis às crianças", mesmo antes de conhecer "as características numéricas dos objetos" (idem, p. 434).

Segundo Davydov, seu Sistema de Ensino apresenta elevadas exigências para o intelecto da criança. Com certa organização do ensino, elas são capazes de assimilar. E, surge nela, antes do que de costume, as premissas para formar a aptidão do raciocínio teórico. Dessa forma, constitui um vigoroso impulso para o desenvolvimento de sua capacidade para avaliar as relações abstratas dos objetos, "o que se revela já ao estudar as etapas seguintes do programa, por exemplo, ao familiarizar-se com o número - segundo semestre do primeiro ano" de escolarização (Davydov, 1982, p. 434).

Vale lembrar que Davydov se apóia em Vigotski ao dizer que o ensino constitui a forma internamente indispensável, pois adianta-se ao desenvolvimento intelectual. As leis da educação exercem influência sobre o desenvolvimento. Por isso, "constitui um dos problemas mais difíceis, porém mais importante quando se trata da organização da escola futura" (Davídov, 1987, p. 151).

Na organização atual do ensino da Matemática, em nosso país, é comum nos depararmos com a seguinte sequência: inicialmente a aritmética, depois a geometria e a álgebra. O estudo da álgebra inicia na 6ª série/7ª ano do Ensino Fundamental e aprofunda-se na 7ª série/8ª ano do Ensino Fundamental (Gil & Ruth, 2008). Como dito anteriormente, o primeiro conceito matemático abordado é o de número com ênfase na contagem, que contempla apenas a significação aritmética. Tal tricotomia ainda é muito presente na educação Matemática escolar brasileira que, segundo Khidir (2006), há, inclusive, uma desconexão como se fossem elementos de ciências distintas.

Porém, há muito tempo, no processo de evolução da Matemática, os números adquiriram, também, as significações algébricas e geométricas, na inter-relação das quais que o referido conceito revela a sua verdadeira natureza. Cita-se, por exemplo, sua localização na reta numérica (significação geométrica) e seu valor genérico, privado de uma expressão concreta (significação algébrica).

Como diz Aleksandrov (1976), a aritmética e a geometria não só se aplicam uma à outra, como também, são fontes de outros métodos, ideias e teorias gerais. Para medir o comprimento de um objeto, adota-se certa unidade e se calcula quantas vezes é possível repetir essa operação: o primeiro passo (aplicação) é de caráter geométrico, o segundo (cálculo) é aritmético.

O Sistema de Ensino de Davydov possibilita a superação do divórcio existente entre a aritmética, a álgebra e a geometria. Em concordância com Vigotski (2000), Davydov (1982) acredita que o domínio da álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, o que possibilita uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada. A álgebra liberta o pensamento da criança da prisão das dependências numéricas concretas e o eleva a um nível mais generalizado.

A sequência de ensino que segue o movimento da aritmética para a álgebra também corresponde, segundo Davydov (1982, p. 109), "diretamente com as etapas fundamentais da história empírica" da Matemática. Ou seja: "no princípio os números eram o objeto fundamental (aritmética), depois as transformações idênticas e as equações (álgebra), mais tarde veio o cálculo diferencial e integral (análise Matemática), seguida das operações de conjuntos e as estruturas Matemáticas" (idem, p. 109-110).

A história do desenvolvimento da ciência é testemunha que, com o aparecimento de algumas ideias, não acontece a simples ampliação dos conhecimentos e maior precisão dos conceitos, mas a re-estruturação de toda a ciência dada que se renova como sistema integral. Como anunciado "a estruturação das disciplinas devem considerar este momento transcendental do desenvolvimento das ciências, cujos fundamentos se estudam na escola" (Davydov, 1982, p. 107).

Davydov chama a atenção de que a apresentação da história de um conceito não é suficiente para que os estudantes atinjam o nível de pensamento teórico. A sugestão é que o professor coloque-os em atividade, leve-os a reproduzir a gênese, a origem do conceito, o que não significa reproduzir o processo empírico da história. Para o referido autor, o papel da educação escolar é tornar a criança contemporânea de sua época e a referência desse trabalho são os conceitos científicos. Sua afirmativa é de que os conceitos cotidianos têm sua razão de ser na vida diária das crianças, mas obstaculizam o desenvolvimento do pensamento teórico pelos seus fortes vínculos empíricos.

Em seus trabalhos, Davydov procurou confirmar, experimentalmente, a tese de Vigotski que a educação das crianças determina o caráter de seu desenvolvimento psíquico (Davidov, 1988). Reafirmamos que a peculiaridade inédita de sua proposta para a educação está no movimento oposto ao sugerido pelas atuais propostas de ensino. A preocupação é promover, desde o primeiro ano escolar, o desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação dos conceitos científicos. Isso implica em uma mudança transcendental do conteúdo e dos métodos de ensino. O foco é para o estágio mais desenvolvido da ciência.

Enfim, de acordo com Davydov (1982 e 1998), o papel da escola, no que diz respeito ao ensino da Matemática, é desenvolver o pensamento teórico, de forma que ultrapasse os limites da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Seu argumento é de que a aritmética tem fortes vínculos com o conhecimento empírico e, como tal, no processo ensino-aprendizagem, cria obstáculos para o desenvolvimento do pensamento teórico-matemático.

Desse modo, o Sistema de Ensino de Davydov se apresenta como uma possibilidade para repensar a educação escolar brasileira. Por isso, foi eleito como objeto de estudo. No processo de elaboração de seu Sistema ele considerou seis princípios (Davídov, 1987, p. 153-154):

1) Todos os conceitos que constituem a disciplina escolar devem ser assimilados pelas crianças por via da análise das condições de origem, que os tornam indispensáveis. Dito com outras palavras, os conceitos não aparecem como “conhecimentos prontos”;

2) A apropriação dos conhecimentos de caráter geral e abstrato precede a dos conhecimentos mais particulares e concretos. Este princípio advém da orientação de revelar a origem dos conceitos e corresponde com as exigências da ascensão do abstrato ao concreto;

3) No estudo das fontes de uns e outros conceitos, os estudantes devem encontrar a conexão geneticamente inicial, geral, que determina o conteúdo e a estrutura do campo de conceitos dados. Desse modo, para todos os conceitos da Matemática escolar a conexão geral advém do estudo das grandezas;

4) É necessário reproduzir as conexões em modelos objetais, gráficos ou simbólicos e que permitam estudar suas propriedades. As crianças podem representá-las em fórmulas literais, apropriadas para o estudo ulterior das suas propriedades;

5) Deve-se formar nos estudantes ações objetais, de tal maneira a permitir que eles revelem no material de estudo e reproduzam nos modelos a conexão essencial do objeto e, logo, estudar suas propriedades. Por exemplo, para revelar a conexão que está na base dos conceitos de números inteiros, racionais ou reais, é necessário desenvolver nas crianças uma ação especial para determinar a característica de divisibilidade e multiplicidade das grandezas;

6) Os estudantes devem passar, gradualmente e a seu devido tempo, das ações objetais à realização no plano mental.

Desse modo, no sistema de Davydov, (Давыдов et al, 1997; Горбов et al, 2008), inicialmente, a criança não tem contato com a contagem e nem com os numerais. Primeiro promove-se o desenvolvimento da sua ação investigativa, da sua capacidade de agir de forma independente, de forma que procure novos caminhos e crie seus próprios meios de aprendizagem. O objetivo é desenvolver as propriedades básicas das relações matemáticas e encaminhá-las para o mundo dos conceitos matemáticos.

Por meio de um sistema de tarefas, as crianças analisam as formas geométricas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Também, identificam as características de figuras e objetos tais como: cor, forma, tamanho (“maior-menor” e “igual”) e posição (“acima-abaixo”, “esquerda-direita” e “fica entre”). Para chegar a esse nível, elas precisam elaborar perguntas e direcioná-las, oralmente, ao professor e aos seus colegas (Давыдов et al, 1997; Горбов et al, 2008).

Durante a realização das tarefas iniciais, identifica-se a diferença entre dois tipos de características: de um lado cor e forma e de outro as grandezas (massa, comprimento, área, volume e capacidade). No segundo tipo é possível determinar a igualdade ou desigualdade com maior precisão (maior-menor).

As crianças destacam as grandezas em objetos e figuras, se familiarizam com suas propriedades fundamentais e “assimilam com bastante detalhe os conhecimentos sobre grandezas” (Davydov, 1982, p. 431). Além disso, estabelecem comparações e as representam na forma objetal, gráfica, literal e numeral. Trata-se das várias representações, desde a forma mais antiga da história do número até as atuais.

Representação Objetal: Todas as crianças respondem ao mesmo tempo e sem falar nada o resultado da comparação. Para isso, elas têm sobre a carteira três tiras (recortes de papel) iguais na cor, no comprimento da largura e espessura. Porém, a terceira é diferente no comprimento da altura. Se as características dos dois objetos ou figuras em situação de análise forem iguais, as crianças mostrarão duas tiras iguais. Por outro lado, se forem diferentes, apresentarão duas tiras diferentes (figura 2).

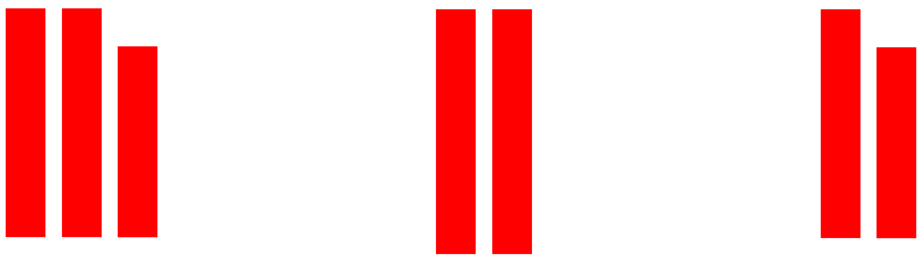

Figura 2. Representação objetal

Representação Gráfica: na seqüência, as crianças representam o resultado da comparação por meio de segmentos. Se as características dos objetos ou figuras em análise forem iguais, as crianças farão dois segmentos iguais; se forem desiguais, dois segmentos diferentes (figura3).

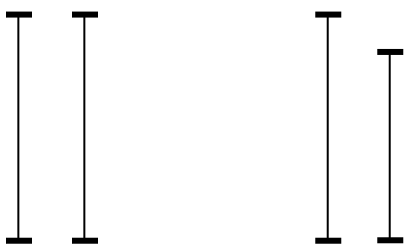

Figura 3. Representação gráfica

Representação literal: De acordo com Davydov (1982, p. 432), "os próprios objetos podem ser designados com letras". As crianças passam a anotar "os resultados da comparação mediante fórmula literal, ou seja, mediante a forma geral de representação de relações entre qualquer grandeza" (p. 431). E o resultado da comparação anota-se "com a fórmula ($a = b$, $a \neq b$, $a > b$, $a < b$)" (Davydov, 1982, p. 432). Consiste em ensinar as crianças a anotarem as variações das grandezas com sinais de adição e subtração. Esses conhecimentos permitem que elas resolvam "os mais diversos problemas relacionados com a necessidade de considerar o momento de 'equilíbrio' e as condições de sua manutenção" (idem).

As crianças estudam os métodos de passar da desigualdade para a igualdade e vice-versa, ou seja, "aprendem a formar e escrever equações" (Davydov, 1982, p. 433). Por exemplo, "se $a < b$, da desigualdade cabe passar para a igualdade: $a + x = b$. O sentido de variação das grandezas se determina pelas condições do problema (se $a > b$, $a - x = b$) quando se requer igualar a em relação a b" (idem).

Representação numeral: Davydov (1982) introduz o número como caso particular de representação das relações gerais entre grandezas, quando uma delas se toma como medida de cálculo da outra. O número é concebido na reta numérica (figura 4), onde também são introduzidas as operações fundamentais. As crianças compreendem que qualquer número tem seu lugar na reta numérica. Desse modo, o número é apreendido como um conceito em movimento: tem um lugar geométrico, pode ser representado genericamente e cada um deles tem uma relação determinada com os demais. Com base no ensino experimental, Davydov afirma que os “estudantes da primeira série passam a usar os conceitos anteriormente considerados inatingíveis para as crianças desta faixa etária” (Давыдов et al., 1997, p. 02).

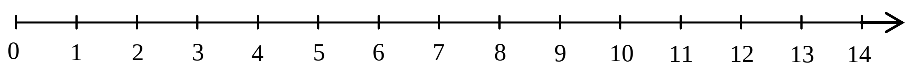

Figura 4. Reta numérica

No sistema de ensino de Davydov, são consideradas grandezas contínuas, as medidas podem não ser exatas. Um determinado comprimento, por exemplo, pode ser maior que 3 cm e menor que 4cm (na régua). Na construção da reta numérica, cada novo número é maior uma unidade que o anterior, esse processo não tem fim e quanto mais distante do zero o número estiver, maior ele será. Enfim, o número aparece contextualizado na reta numérica, tem seu lugar e uma relação com os demais números. Portanto, diferente da maioria das proposições atuais, em que o número é contextualizado empiricamente, a partir de quantidades de objetos soltos, quantidades discretas (Давыдов et al, 1997; Горбов et al, 2008).

Conclusões

Davydov investigou a organização do ensino de sua época na Rússia e identificou alguns problemas que são semelhantes aos nossos. Desse modo, as suas proposições podem contribuir para repensar a educação escolar brasileira, principalmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento teórico e a influência da educação no desenvolvimento cognitivo, por meio da aprendizagem dos conceitos científicos a partir do movimento de ascensão do abstrato ao concreto. E, na especificidade da educação matemática, destaca-se a possibilidade de inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas desde o primeiro ano da educação escolar com a idéia de número real a partir das noções de grandezas.

Em virtude da relevância do sistema de ensino de Davydov pretende-se, na continuidade da pesquisa, aprofundar as razões do surgimento do referido sistema, seu propósito, e, com qual potencial. Além disso, a hipótese é de que suas proposições expressam um movimento que articula os fundamentos filosóficos, psicológicos e matemáticos, cujas objetivações também se constituem em objeto de estudo para as futuras pesquisas.

Bibliografia e referências

Aleksandrov, A. D. (1976). Visión General de la Matemática. In A. D. Aleksandrov *et al*. *La Matemática: su contenido, métodos y significado.* (1ª ed. pp.17-91). Madrid: Alianza Universidade.

Caraça, B. J. (1984). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa editora.

Davídov, V. & Markova, A. (1987). El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. In Marta Shhuare. *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.* (pp. 173-174). Moscú: Progresso.

Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental.* (M. Shuare, Trans.) Moscu: Editorial Progresso. (Obra original publicada em 1986).

Davídov, V. V. (1987). Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In M. Shhuare (Ed.). *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.* (pp. 143-155). Moscú: Progresso.

Davydov, V. V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. (3ª ed.) (M. Shuare, Trans.) Habana: Editorial Pueblo y Educación. (Obra original publicada em 1972).

Davydov, V. V. (1988, September). Learning Activity in the Younger School-age period. *Soviet Education "Problems of developmental teaching". XXX* (9), (pp. 3-19). New York: M. E. Sharpe.

Davydov, V. V. (1998). La Renovación de la educación y el desarrollo mental de los alumnos. *Revista de Pedagogia. año XLVIII*(403), 197-199.

Davydov, V. V. (1999). What is real learning activity? In M. Hedegaard, & J. Lompsher (ed.) *Learning activity and development*. Aarhus: Aarhus University Press.

Galperin, P., Zarporózhets, A., & Elkonin, D. (1987). Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades en los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In M. Shhuare *La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.* (pp. 300-316). (M. Shuare, trans.). Moscú: Progresso. (Obra original publicada em 1972).

Gil, K. H., Ruth, P. (2008). Repensando as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. In Borges, R. M. R., Rocha Filho, J. B., & Basso, N. R. S. (org.). *Avaliação e interatividade na educação básica em ciências e Matemática.* (pp. 115-127). Porto Alegre: Edipucrs.

Khidir, K. S. (2006). *Aprendizagem da álgebra: uma análise baseada na teoria do ensino desenvolvimental de Davídov.* Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil.

Schmittau, J. (2005). The development of algebraic thinking: A Vygotskian perspective. Zentralblatt Fuer Didaktik Der Mathematik. *International Review of Mathematics Education, vol. 37*(1), pp. 16-22. Recuperado em novembro de 2010, de http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm051i.html

Schmittau, J., & Morris, A. (2004). *The development of algebra in Davydov's elementary curriculum, The Mathematics Educator.* Recuperado em out, 2010, de http:// math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV8_1/Schmittau.pdf

Vigotski, L. S. (1996). *Obras Escogidas IV: Incluye Paidologia del Adolescente, Problemas de la Psicología Infantil.* Madrid: Visor Distribuciones.

Vigotski, L. S. (2000). *A construção do pensamento e da linguagem.* (1ª ed.). (Bezerra P. Trad.). São Paulo: Martins Fontes.

Vita-press, E. (2010) Rússia. Recuperado em agosto, 2010, de http://www.vita-press.ru

Горбов, С, Ф, *et al* (2008). *Обучение математике.* 1 класс: Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида., перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб

Давыдов, В. В. О. *et al.* (1997). *Математика, 1-Kjiacc.* Mockba: Мпрос – Аргус.