Resignificando la pendiente a través de prácticas

David **Esteban** Espinoza
Universidad Ricardo Palma
Perú
david.esteban@urp.edu.pe

Resumen

Objetivo: Resignificación de la pendiente por estudiantes a través de prácticas. Se alinea con el marco de la Teoría Socioepistemológica, se emplea el esquema metodológico planteado por Montiel y Buendía (2012). La problemática de la investigación reconoce el saber presentado al estudiante – el objeto matemático pendiente en el que prevalece el manejo semiótico a través de símbolos, fórmulas y técnicas como única vía para su enseñanza. Investigaciones previas refieren que transitar de la gráfica de f a su expresión algebraica y viceversa resulta complejo para el estudiante, con tránsitos confusos y de escasa significación. Los estudiantes asocian significados de la pendiente que difieren del saber institucional   Se realiza una experiencia con tres estudiantes, implementada a partir de las prácticas modificar la pendiente (Pmp) y medir la pendiente (mp) se complementa con el diseño de bloques prismáticos. Se evidencia que las estudiantes resignifican la pendiente.

Palabras clave: Educación Matemática; Pendiente; Resignificación.

Introducción

La trasposición didáctica permite adaptar el saber matemático para su ingreso al sistema escolar (Chevallard,1998). Sin embargo, no resulta una adaptación natural, por poseer Matemática y Matemática Escolar roles distintos. En esta investigación detectamos que el saber presentado al estudiante – el objeto matemático pendiente- prevalece el manejo semiótico a través de símbolos, fórmulas y técnicas como única vía para su enseñanza, caracterizando su escaza significación.

Transitar de la gráfica de la función lineal a su expresión algebraica y viceversa resulta complejo para el estudiante, con tránsitos confusos y de escasa significación (Birgin, 2012; Cruz, 2011; Dolores, 2004). Por ejemplo, los estudiantes pueden asociar el significado de la pendiente con la longitud de la hipotenusa, medida del ángulo agudo, localizando puntos sobre la recta, o señalando la intersección con los ejes coordenados (Cruz 2011, Dolores, 2004). Los estudiantes asocian significados de la pendiente que difieren del saber institucional.

Fiorella escribe la fórmula de la pendiente, pero no recuerda su significado (Figura 1).

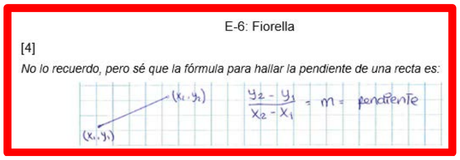

Figura 1. Respuesta de Fiorella.

Sostener la enseñanza basada exclusivamente alrededor del objeto matemático puede llevar a instrumentalizar fórmulas y símbolos matemáticos, sin llegar a entender los conceptos representados.

En los diversos niveles de enseñanza se promueve una epistemología que restringe el uso del conocimiento matemático del ser humano, no considera otras fuentes de significación como la epistemología de prácticas y el uso del conocimiento. Estas consideraciones inician investigaciones que se descentran del objeto matemático, redirigiendo la atención a lo que tiene sentido y funcionalidad para el estudiante. Indagar sobre los usos de la pendiente a través de prácticas tanto las que se transmite culturalmente como aquellas que viven en el cotidiano. Objetivo: Resignificar la pendiente a través de prácticas.

Referencial teórico

Para dominar de forma estable el concepto de pendiente de una recta y, como consecuencia, comprender la variación lineal continua es imprescindible comprender el Teorema de Thales (Filloy y Lema, 1996).

Un estudio previo indaga acerca de la comprensión de la pendiente (Stump, 2001) Otros estudios exploran las dificultades de los estudiantes al conceptualizar la pendiente (Birgin, 2012; Cruz, 2011; Dolores, 2004), mientras que Nagle y Moore-Russo (2014), establecen categorías de la pendiente.

Mediante el estudio de Nagle y Moore-Russo (2013) se procura establecer conexiones entre la pendiente y la realidad.

Es el estudio de Covian (2005) que identifica el uso de la pendiente, vinculado al contexto y realidad, se realiza mediante un acercamiento socio epistemológico, pues establece un parámetro de variación entre la base y el techo de una vivienda maya.

Palacios (2017) elabora un registro arqueológico y etnográfico, en el Sitio la Explanada-Perú, donde muestra evidencia cultural del empleo de la pendiente por pobladores andinos pre hispánicos.

Esteban y Inga (2021A) analizan el uso de la pendiente en la cultura andina.

Esteban y Inga (2021 B) analizan el uso de la pendiente a través de prácticas a nivel técnico en un contexto de agricultura andina, además de evidenciar las significaciones de la pendiente en escenario escolar y cotidiano.

Los estudios previos dan cuenta que es posible realizar investigaciones que trasciendan el plano cognitivo, descentrarse del objeto matemático pendiente. Indagar sobre sus usos a través de prácticas tanto las que se transmite culturalmente como aquellas que viven en el cotidiano con el propósito de incidir en su resignificación.

La Matemática es la fuerza cultural (Kline,1953) que interviene y modela la cultura moderna, así las personas son poseedoras de una cultura matemática (Bishop, 1999)

Teoría Socioepistemológica (TSE)

Considera a la Matemática como una producción del ser humano, la sitúa como parte de la cultura. Pieza esencial y elemento vivo, situada culturalmente (Cantoral, 2013). Se manifiesta a través de diversas maneras permisibles al elaborar pensamiento matemático, saber popular, técnico o sabio. Actividades diarias y en lo profesional

Principio normativo de la práctica social (pNP). La práctica social orienta la construcción del conocimiento, que emerge de lo social.

Principio de la racionalidad contextualizada (pRC). La manera en que el hombre se vincula con el saber, está determinada por el contexto.

Principio del relativismo epistemológico (pRE). La diversidad de saberes no poseen validez absoluta, La legitimidad del saber es relativa, de acuerdo al contexto.

Principio de la resignificación progresiva (pRP). El ser humano se relaciona con el objeto mediante la acción y produce significado (Cantoral, 2013). Volver a poner en funcionamiento el significado, en una nueva situación, se resignifica, provocando conocimientos.

Método

La investigación es cualitativa. El esquema metodológico empleado es el propuesto por Montiel y Buendía (2012), la investigación se concentra en el nodo *problemática* y la acción relacionante *análisis sociepistemológico* – resignificación del saber.

Participantes: Tres estudiantes de pre grado que tomaron previamente un curso de Matemática la cual incluía el estudio de la pendiente: Melany, Wendy y Shantal.

Primer momento: Se le presenta hojas impresas. Se solicita que relacionen las razones:
$\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$

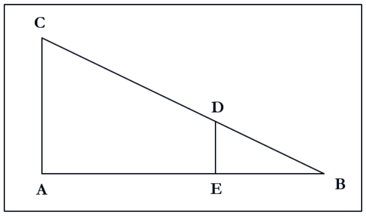

Figura 2. Triángulo rectángulo ABC, AC y DE paralelos.

A partir de las respuestas de las estudiantes se realiza una entrevista no estructurada, Trujillo et al (2019) refieren que esta se caracteriza por considera preguntas núcleo, carecen de un guion. Se prioriza la pregunta núcleo conforme se dispone de las respuestas de las participantes. Las respuestas son espontáneas y autónomas.

Segundo momento: Se proporciona dos tipos de prismas rectos.

i) Prismas rectos (con base triángulo rectángulo) y prismas regulares (de base cuadrada) Figura 3.

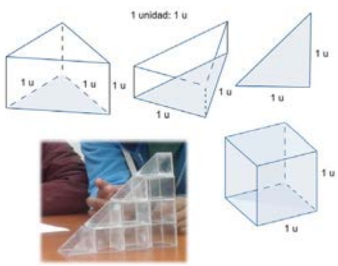

Figura 3. Prismas rectos 1 unidad de arista, primer caso.

ii) Prismas rectos (con base triángulo rectángulo) y prismas regulares (de base rectángulo) Figura 4.

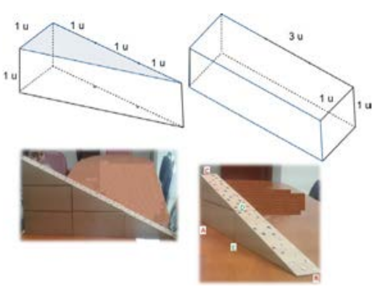

Figura 4. Prismas rectos 3 unidades por 1 unidad de arista, segundo caso

Las preguntas núcleo que guía la entrevista se estructuraron considerando la relación que establecieron los estudiantes entre las razones en el primer momento:

Análisis realizado

Para analizar los resultados se considera el planteamiento de Filloy y Lema (1996), para dominar de forma estable el concepto de pendiente de una recta y, como consecuencia, comprender la variación lineal continua es imprescindible comprender el Teorema de Thales. Por ello en el primer momento se solicita a las participantes que relacionen las razones:

$$\frac{CA}{AB} \text{ y } \frac{DE}{EB}$$

Se espera que las estudiantes respondan con un estado inicial de significación personal. Posteriormente, se identifica las prácticas *modificar la pendiente (Pmp) y medir la pendiente (mp)* se implementa a partir de las consideraciones de Esteban y Inga (2021A). En el segundo momento, se toma en cuenta la relación del ser humano con el objeto mediante la acción y esta interacción produce significado (Cantoral, 2013), al volver a poner en funcionamiento el primer significado, en una nueva situación y respetando el mismo esquema de construcción, se resignifica, lo que provoca conocimientos.

Resultados

Primer momento:

Tabla 1
Respuestas de las estudiantes

	Primer Caso $\frac{CA}{AB}$ ¿? $\frac{DE}{EB}$	Segundo Caso $\frac{CA}{AB}$ ¿? $\frac{DE}{EB}$	Tercer Caso $\frac{CA}{AB}$ ¿? $\frac{DE}{EB}$
Melany	$\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Catetos más grandes	$\frac{CA}{AB} = \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Los lados parten del punto medio	$\frac{CA}{AB} < \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Contiene menos área que el otro
Wendy	$\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Coloca escalas y compara	$\frac{CA}{AB} < \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? No argumenta	$\frac{CA}{AB} < \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? No argumenta
Shantal	$\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Por el tamaño	$\frac{CA}{AB} = \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Igual al paralelo	$\frac{CA}{AB} < \frac{DE}{EB}$ ¿Qué argumenta? Triángulo DEB está más cercano al CA

Las estudiantes significan la pendiente de modo personal, consideramos que es un estado inicial de significación.

Segundo momento:

Considerando que el largo de cada bloque es tres veces el ancho (se compara el ancho con el largo del bloque) Figura 5.

Figura 5. Trabajando con bloques.

Considerando, además, las respuestas que dieron anteriormente en papel y que ahora el ancho del bloque es 1u y el largo 3u, relacionen las razones $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$

[114] Wendy (W): Esto vale tres (señalando al lado de 3u).
[115] Shantal (S): tres, seis, nueve (señalando) los tres bloques que forman AB.
[116] W: Ya tenemos CA y AB.
[117] Melany (M): Toma un bolígrafo y escribe.
[118] W: Esto vale tres (señalando DE).
[119] S: No dos.
[120] M: Hay que ponerlos por módulos mejor […]. Aquí hay tres módulos (señalando el largo del bloque), aquí hay tres y aquí vale seis (señalando a EB) […] Ya […].

Reflexionan por un momento:
[121] W: ¿Cuánto vale CA?
[122] M: Tres […] Tres sobre (señalando la razón $\frac{CA}{AB}$) […]. CA vale tres […] ¿Y todo? (Indica AB).
[123] W, S y M: Tres, seis, nueve […].
[124] S: Ah está bien.
[125] W: Escribe aquí (señala el papel).
[126] Melany: Escribe tres sobre nueve.
[127] W: ¿Y este? (señalando la razón $\frac{DE}{EB}$).
[128] M: ¿Tres sobre nueve también?
[129] W: Seis (indicando EB) …Y ahora observa las razones $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$ … mitad uno, mitad tres (simplifica la fracción 2/6).
Ríen
[130] W: Está bien, para ver si es mayor o igual.
[131] S: No, pero se supone […].
[132] W: Cual es mayor.
[133] S: Cual es mayor, claro.
[134] W: CA es mayor.
[135] M: Esta es mayor (señalando $\frac{CA}{AB}$), porque si hablamos de áreas.
[136] Entrevistador (E): ¿Son iguales? (haciendo referencia a $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$).
[137] W: No, no.

[138] E: Sigue siendo mayor (haciendo referencia a lo que inicialmente habían indicado $\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$
[139] E: ¿Cómo hicieron a ver, cuéntenme?
[140] S: Lo que hicimos fue, aquí hay tres (señalando el lado de 3u) y en total habría nueve (señalando AB).

[141] E: Bueno entonces cuál es la relación (haciendo referencia a $\frac{CA}{AB}$)
[142] M: Tres sobre nueve.
[143] E: Ahora DE y EB.

Piensan
[144] E: Quizá si lo escriben, se vería un poco mejor.

[145] M: Dos sobre seis (señala $\frac{DE}{EB}$)
Escribe 3/9>2/6
[146] W: Es lo mismo […] simplifica […] yo lo dije.
[147] E: ¿Entonces son iguales?
[148] W, S y M: Asienten con la cabeza.

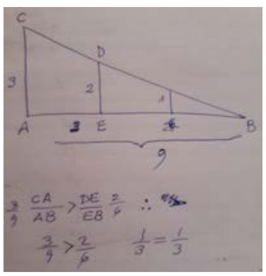

Figura 6. Comparación entre razones.

[149] E: ¿Y qué les hacía pensar que $\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$?
[150] W: El área, pensamos en el área.
[151] M: Claro como área.

[152] E: ¿Y qué nombre le pondrían a $\frac{CA}{AB}$?

Silencio…
[153] E: Bueno […] Ahora, se requiere hallar la misma relación ($\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$) considerando que ahora los lados tienen 1u (se muestra los bloques).

Se escribe $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$
¿Será $\frac{CA}{AB} > \frac{DE}{EB}$ como lo dijeron inicialmente?

[154] W, S y M: Son iguales.
[155] E: Siempre.
[156] W, S y M: Si.
[157] E: Pero, a qué se debe que ahora son iguales, ¿qué estará detrás?
[158] W: Está en pendiente.

[159] E: ¿Y qué tiene la pendiente?
[160] W: Escribe
5/5 4/4, simplifica
1=1
[161] E: ¿Van a ser iguales?, o van a ser distintos mayores, menor.
[162] M: Si van a ser iguales.

Los resultados fueron interpretados del siguiente modo:

En el primer momento las estudiantes significaban relacionando $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$ de manera personal pero distinta (tabla 1). Al implementar el segundo momento mediante las prácticas *modificar la pendiente (Pmp) y medir la pendiente (mp) y* establecer relación del ser humano con el objeto mediante la acción, (el objeto pendiente con los bloques prismáticos), esta interacción produce significado ([120], [126], [129]), se resignifican ([160], [162]).

Un momento clave de análisis se presenta en [147] expresado en la figura 6 al concluir que las razones son iguales, lo mismo ocurre en [154] y [156]. Nos permite reconocer que las variables involucradas (la acción sobre el objeto y la intervención de la práctica medición de la pendiente), permite reconocer que los estudiantes resignifican la relación entre $\frac{CA}{AB}$ y $\frac{DE}{EB}$

Conclusiones

Nos planteamos resignificar la pendiente a través de prácticas. Las estudiantes lograron resignificar la pendiente a través de las prácticas *modificar la pendiente (Pmp) y medir la pendiente (mp),* se logró al establecer una relación del ser humano con el objeto mediante la acción, (el objeto pendiente con los bloques prismáticos), esta interacción produce significado inicial que luego se resignifica.

Referencias y bibliografía

Birgin, O. (2012). Investigation of Eighth-Grade Students Understanding of The Slope of the Linear Function. *Boletim de Educação Matemática*, 26 (42), 139-162.

Bishop, A. (1999). Enculturación Matemática- La Educación Matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidos.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Cruz, J. (2011). *Estudio del discurso escolar de la pendiente (tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados* (tesis de maestría), Instituto Politécnico Nacional, México.

Covian, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: el caso de la cultura maya* (tesis de maestría). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, México.

Chevallard, I. (1998). *La transposición didáctica - Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.

Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones de los estudiantes de Bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7*(3), 195-218.

Esteban, D. y Inga, M.G. (2021A). Uso de la pendiente en la cultura andina. *Educa UMCH, 18*, 75-92. https://doi.org/10.35756/educaumch. 202118.204

Esteban, D. y Inga, M.G. (2021 B). Usos de la pendiente desde las prácticas en la agricultura a las significaciones en lo escolar y cotidiano. *Revista Inclusiones, 8* (4), 288-304.

Filloy, E., y Lema, S. (1996). El teorema de Thales; significado y sentido en un sistema matemático de signos. En *Investigación en Matemática Educativa*. F. Espinoza (Ed). México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Kline, M. (1953). *Mathematics in Western Culture*. Oxford University Press.

Montiel, G. y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: Ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (eds.), *Metodología en matemática Educativa. Visiones y reflexiones* (pp. 61-88). Lectorum.

Nagle, C. R. y Moore-Russo, D. (2013). Connecting slope, steepness, and angles. *Mathematics Teacher*, 107(4), 272-279.

Nagle, C. R. y Moore-Russo, D. (2014). Slope Across the Curriculum: Principles and Standards for School Mathematics and Common Core State Standards. *The Mathematics Educator*, 23(2), 40-59.

Palacios, J. (2017). *Agua- Ritual y culto en Yañac (Ñaña): la montaña sagrada*. Lima: Universidad Peruana Unión.

Trujillo, C.A., Naranjo, M., Lomas, K.R. y Merlo, M. (2019). *Investigación Cualitativa*, Universidad Técnica del Norte.

Tur Marí, J. A. y Pons Biescas, A. (2005). La alimentación en el mundo Púnico. En J. Salas-Salvadó, P. García Lorda y J. M. Sánchez Ripollés (Eds.), *La alimentación y la nutrición a través de la historia* (pp. 82–112). Glosa.