Contextualização e descontextualização em atividades de modelagem matemática

Lourdes Maria Werle de **Almeida**
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br
Brasil
Kassiana Schmidt **Surjus**
Universidade Estadual de Londrina
email.kaka@gmail.com
Brasil
Rosângela Maria **Kowalek**
Universidade Estadual de Londrina
rosangelakowalek1@gmail.com
Brasil

Resumo

Esta oficina é dirigida à exploração da contextualização e da descontextualização em atividades de modelagem matemática. Considerando um quadro teórico, discute-se uma atividade de modelagem em que estes aspectos são evidenciados. Na sequência duas outras atividades de modelagem são propostas aos participantes com a finalidade de gerar um processo reflexivo relativo ao potencial da modelagem matemática para prover uma contextualização sem, entretanto, livrar o professor da necessidade de promover a descontextualização, oferecendo aos estudantes meios para o domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio e capacidade de análise e abstração.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação; Ensino Presencial; Implementação Curricular; Modelagem Educacional; Pesquisa Qualitativa; Cálculo Diferencial; Contextualização; Descontextualização.

Ideias iniciais

Discussões relativas à relevância da contextualização dos objetos matemáticos nas aulas de matemática são recorrentes no âmbito da Educação Matemática (Luccas & Batista, 2008; Ferruzzi, 2011). Conforme discute Ferruzzi (2011), uma das suas finalidades é considerar situações, em geral não oriundas da própria matemática, mas mediante as quais os estudantes podem produzir significado e, então aprender matemática, considerando inclusive um panorama histórico, social e cultural em que os objetos matemáticos foram sendo caracterizados.

Documentos orientadores de currículos em diferentes países tratam da contextualização como princípio pedagógico. No caso do Brasil, por exemplo, os parâmetros curriculares apontam que ela não pode ser feita de maneira ingênua e não deve aparecer como forma apenas de *ilustrar* o enunciado de um problema (Brasil, 2006). Dois aspectos são fundamentais para a eficácia da contextualização na aula de matemática: os meios de realizá-la na sala de aula e a descontextualização.

Nesse sentido, como sugerem Luccas e Batista (2008), a contextualização diz respeito aos contextos em que se pode localizar um objeto matemático, sendo esses, na maior parte das vezes, associados a situações da realidade. Assim, apontamos para a modelagem matemática como meio de contextualização. Em termos gerais, a modelagem matemática se refere à obtenção de uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade e inclui a construção e validação de um modelo matemático. Assim, na sala de aula os estudantes discutem, mediados pela matemática, situações cuja problemática tem origem em um contexto externo à matemática (Almeida et al., 2022).

Sendo a modelagem meio para a aproximação do contexto social e temporal dos estudantes com objetos matemáticos, não se pode perder de vista a necessidade de promover o acesso às estruturas desses objetos, a flexibilidade de raciocínio e o apoia à abstração requerida em matemática. Esses aspectos são mediados pela descontextualização que, conforme sugerem Luccas e Batista (2008), tem como função principal a identificação da estrutura dos objetos matemáticos que caracteriza a sua universalidade.

.

Contextualização e a Modelagem Matemática como Meio de Ação

De acordo com Luccas e Batista (2008, p. 8) a contextualização "é o processo de construção da inter-relação de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação, ou seja, em um determinado contexto todos os aspectos, bem como as articulações por eles estabelecidas devem ser considerados". Nesse sentido, a contextualização é a utilização de contextos para abordar um objeto matemático.

Estes contextos podem estimular os alunos a se envolver nas atividades propostas, assim, "a contextualização dos objetos matemáticos pode estimular os alunos para que se sintam motivados a aprender, principalmente quando envolve um contexto diferente do puramente matemático" (Luccas & Batista, 2008, p. 9).

A modelagem matemática, requerendo a interlocução entre matemática e realidade pode, portanto, ser um meio de contextualização. De acordo com Almeida et al. (2013), ela pode fomentar a motivação dos estudantes, o trabalho cooperativo, a realização de diferentes resoluções para um mesmo problema, aspectos que se alinham ao papel da contextualização em sala de aula e o envolvimento dos estudantes.

No entanto, uma vez contextualizado um objeto matemático, sua universalidade e aspectos complementares àqueles que se evidenciaram na atividade de modelagem devem se tornar conhecidos pelos estudantes. Desse modo, o professor é fundamental no processo de descontextualização, uma vez que deve proporcionar a percepção e apreensão da estrutura dos objetos matemáticos que emergiram da atividade de modelagem, sendo responsável pela sistematização dos conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos.

Explorando uma situação: a contextualização e a descontextualização pela modelagem matemática de uma situação

Visando apontar para o potencial da modelagem para promover a contextualização, nesta oficina, inicialmente apresentamos uma atividade de modelagem com a temática *Pipoca de Microondas.*

Pipoca de Microondas

O milho de pipoca se caracteriza por possuir grãos pequenos e duros que têm a capacidade de estourar quando aquecidos em torno de 180 ºC, diferenciando-se do milho comum. As embalagens de milho de pipoca para serem estouradas no forno de microondas apresentam, em geral, a seguinte informação: "*o tempo ideal para retirar a pipoca do forno de microondas varia entre 2 e 5 minutos, dependendo da potência do forno. Mas em geral, o instante ideal para tirar o pacote do forno é quando o tempo entre um estouro e outro for superior a 2 segundos*".

Os fornos de micro-ondas, geralmente, possuem um botão para programar o tempo de preparo das pipocas, tempo este determinado empiricamente pelos fabricantes. Para estudar como esse tempo pode ter sido determinado, foram estourados quatro pacotes de 100 gramas de milho de pipoca de mesma marca em um forno cujo tempo programado para preparo da pipoca é de 2 minutos e 50 segundos, ou seja, 170 segundos. Os dados coletados experimentalmente são conforme mostra a tabela 1.

Tabela 1
Dados obtidos com o preparo de quatro pacotes de pipocas.

Pacote de pipoca	Quantidade inicial de milho (grãos)	Instante do primeiro estouro (em segundos)	Instante em que o pacote foi retirado do micro-ondas (em segundos)	Grãos que não estouraram
Pacote 1	715	96	170	52
Pacote 2	715	97	170	75
Pacote 3	715	92	170	63
Pacote 4	715	98	170	40

O que os grupos devem responder mediante a modelagem da situação é: 1) Qual o modelo matemático que descreve o comportamento dos estouros da pipoca? 2) Qual é o tempo ideal para retirado da pipoca do forno para que haja menor quantidade de grãos sem estourar e sem queimar?

Do processo empírico de estourar as pipocas é possível considerar a hipótese: a variação do número de grãos que se transformam em pipoca é proporcional ao número de grãos que ainda não se transformaram em pipoca em cada instante. Desta forma definimos as variáveis:
n – Tempo em segundos
P_n*– número de grãos que não se transformaram em pipoca no instante n.*

Para a construção do modelo matemático vamos realizar duas abordagens. Na primeira, considerando P_n o número de grãos que ainda não se transformaram em pipoca no instante n e P_{n+1} o número de grãos que ainda não são pipoca no instante $n+1$, temos que $P_n - P_{n+1}$ corresponde ao número de grãos que estouram no intervalo entre n e $n+1$. Assim, em linguagem matemática, podemos escrever a hipótese como: $P_n - P_{n+1} = k.\,P_n$, em que k é uma constante de proporcionalidade. Na segunda abordagem faremos a relação da razão da variação dos grãos que se transformam em pipoca com os que não se transformaram ainda, utilizando os conceitos de derivadas e de equação diferencial ordinária e a variável tempo como sendo contínua. Na tabela 2 apresentamos os conceitos matemáticos que emergem na resolução:

Primeira abordagem	Segunda abordagem
$P_n - P_{n+1} = k.\,P_n$ Utilizando recursividade obtemos $P_n = P_0\,(1-k)^n$ Pelo Princípio da Indução, podemos escrever: $P_n = P_0\,(1-k)^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$. De acordo com os dados da Tabela 1, o tempo médio para que as pipocas comecem a estourar é de aproximadamente n = 96 segundos, então podemos considerar que P_n para $n \geq 96$, e considerando $P_0 = 715$, temos: $\mathrm{P}n = \begin{cases} 715, & se\ 0 < n < 96 \\ 715.\,(1-k)^{n-96}, & se\ n \geq 96 \end{cases}$ Fazendo P(170) = 58 em P(t) obtemos a expressão $1 - k = 0{,}96662$. Considerando na função que encontramos, temos como modelo matemático para o problema: $Pn = \begin{cases} 715, & se\ 0 < n < 96 \\ 715.\,(0{,}96662)^{n-96}, & se\ n \geq 96 \end{cases}$	$P(t) = \begin{cases} \dfrac{dP}{dt} = \alpha P \\ P(0) = 715 \end{cases}$ Em que t é o tempo (em segundos) De acordo com os dados da Tabela 1, o tempo médio para que as pipocas comecem a estourar é de aproximadamente t = 96 segundos. Resolvendo a equação diferencial separável, e usando a condição inicial, obtemos o modelo: $P(t) = \begin{cases} 715, & se\ 0 < t < 96 \\ 715.\,e^{-0{,}0346(t-96)}, & se\ t \geq 96 \end{cases}$

Figura 1. Abordagens matemáticas para a atividade da Pipoca

Para determinar o tempo ideal de retirada do pacote do forno é preciso usar a condição informada no pacote de que o tempo entre um estou e outro não pode ser superior a 2 segundos. Assim, usando a condição $P_n - P_{n+1} = 1$ na primeira abordagem e $P(t) - P(t+2) = 1$ na segunda, é possível obter que o tempo ideal de retirada do pacote do forno é de 209 segundos.

A Descontextualização e o Agir Docente

A atividade de modelagem viabilizou o uso de objetos matemáticos, proporcionando a sua contextualização. Objetos como função exponencial, proporcionalidade, indução matemática, entre outros, passam a ser caracterizados dentro de um contexto específico: o estouro de pipocas. Porém é na descontextualização que os participantes terão acesso a estrutura universalizante desses objetos. Esta ação das ministrantes de tratar da conceitualização e das características desses objetos para além do que a atividade proporcionou, fortalece o desenvolvimento do pensamento lógico-racional e abstrato do estudante.

Cada modelo matemático obtido explora e dá ênfase a aspectos específicos da estrutura matemática emergente na resolução. Na abordagem 1, especificidades e a universalidade dos objetos matemáticos (função exponencial e processos recursivos) serão explorados pelas ministrantes da oficina. Os participantes serão instigados a colaborar e manifestar o que sabem, o que aprenderam e a indicar o que ainda lhes requer maior entendimento. Na sequência, a ação das ministrantes, sistematizando e formalizando os conceitos emergentes, estabelece um vínculo entre o conhecimento empírico e a teorização de tal conhecimento, conforme aponta o esquema da figura 2.

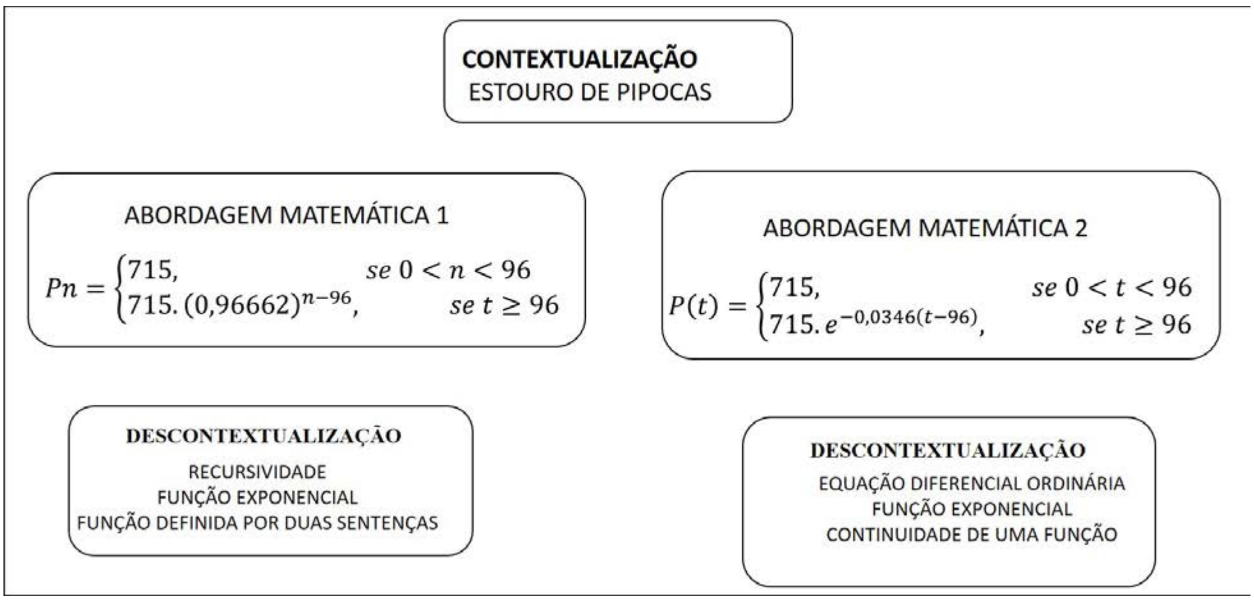

Figura 2. Esquema: da contextualização para a descontextualização

Trabalho dos Grupos na oficina

A parte prática da realização da oficina segue, a partir dos encaminhamentos anunciados nas seções anteriores, com a proposição de duas situações em que os participantes, distribuídos em grupos, farão uma abordagem matemática, obtendo uma solução para o problema identificado em cada situação. Cada grupo de participantes irá propor uma solução para o problema identificado na situação. Uma vez concluída a resolução, cada grupo fará uma apresentação, elucidando os procedimentos e a resposta obtida. Nas discussões com todos os participantes, serão exploradas as possibilidades de contextualização de objetos matemáticos e na ação do professor para a descontextualização pertinente.

Os grupos receberão informações sobre a situação-problema conforme segue. Para a construção de um modelo matemático e apresentação de uma solução, os grupos serão orientados e assessorados pelas ministrantes da oficina. Nas atividades de modelagem, por um lado a investigação de uma situação da realidade é iniciativa dos estudantes. Por outro lado, a descontextualização é ação do professor para evidenciar a estrutura universalizante dos objetos matemáticos utilizados na resolução.

Ao término do desenvolvimento das atividades pelos grupos, será promovida uma discussão sobre a contextualização e a descontextualização dos objetos matemáticos em cada atividade a partir dos encaminhamentos propostos nos grupos.

Situação-problema 1: o crescimento de um formigueiro

A abordagem matemática para o crescimento de um formigueiro sob certas condições é realizada em Almeida e Dias (2004). As formigas, cuja existência se mede na casa dos cem milhões de anos, segundo Sales (1998), manifestam a sua inteligência principalmente pela forma como dividem suas tarefas, desenvolvem suas habilidades e vivem em sociedade. Toda esta eficiência faz com que a massa viva de todos os formigueiros alcance um milhão de toneladas, o que a torna apenas cerca de 300 vezes menor que o peso total da humanidade. Em função da ampla variedade de espécies de formigas conhecidas, escolhemos as saúvas, mais especificamente, a saúva limão, cujo nome científico é *Atta sexdens rubropilosa*. Embora sua função no ecossistema seja importante, quando não controladas, podem causar danos muito grandes.

Alguns dados: a longevidade média das formigas operárias é de 150 dias; a longevidade média da rainha é de 5475 dias (15 anos); a duração média do ciclo evolutivo desta espécie é de 57 dias; o período que a rainha permanece no canal que vai se transformar em formigueiro até a primeira postura é de cinco dias; a população estimada de um formigueiro adulto é de, aproximadamente, cinco milhões de formigas.

Com estas informações, propomos a seguinte situação problema: como ocorre o crescimento de um formigueiro da saúva-limão?

Situação-problema 2: a catedral da cidade de Londrina – Paraná

A Catedral de Londrina, (Figura 3), foi projetada pelos arquitetos Edoardo Rosso e Yoshimasa Kimach. e está localizada no centro da cidade de Londrina no Paraná, Brasil. Considerada um monumento de arte e de fé, moderna e majestosa, é sempre notada pela sua estrutura e tamanho. A partir da imagem, propomos o problema: Qual é a altura da catedral?

Figura 3. Catedral de Londrina
Adaptado de Maeda (2010)

Referências e Bibliografia

Almeida, L. M. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2013). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. 1ª Ed., 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto.

Almeida, L. M. W., Silva, K. P, & Brito, D. S. (2022). Interface Didática entre Modelagem Matemática e Semiótica *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 36, n.73, p.777-800, ago.

Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 17, nº 22, p. 19 a 36, setembro.

Brasil, M. E. C. (2006*). Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio*. Brasília: SEMTEC.

Ferruzzi, E.C. (2011). *Interações discursivas e aprendizagem em Modelagem Matemática* [Tese de doutoramento, Universidade Estadual de Londrina]. Ed. UEL, Londrina-PR.

Luccas, S., & Batista, I. D. L. (2008). A importância da contextualização e da descontextualização no ensino de Matemática: uma análise epistemológica. *Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, *2*, 1-17.

Maeda, L. (2010). Um passeio por Londrina. *Vida de uma fotógrafa*. http://vidadeumafotografa.blogspot.com/2010/11/um-passeio-por-londrina.html.

Sales, F. J. M. (1998). *Saúvas: comportamento, domesticação e aleloquímicos*. Ediatta.