

XVI CIAEM 

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education

 UNIVERSIDAD DE LIMA Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

El desarrollo del pensamiento matemático a través de la modelación matemática en situaciones de riesgo ambiental

Ana Elizabeth **González** González
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
Universidad Antonio Nariño
Colombia
anaelizabet.gonzalez@uptc.edu.co
Osvaldo Jesús **Rojas** Velázquez
Universidad Antonio Nariño
Colombia
orojasv69@uan.edu.co

Resumen

La modelación matemática estimula los procesos cognitivos de los estudiantes a la vez que los forma en una de las competencias que se requieren en el siglo XXI. Por lo anterior se tiene como objetivo desarrollar el pensamiento matemático mediante la modelación matemática involucrando situaciones de riesgo ambiental. La investigación tiene un enfoque cualitativo, bajo una técnica de investigación acción. Los resultados indican que a través de la modelación matemática interdisciplinaria en la cual se involucran problemas del contexto ambiental, los estudiantes comprenden, construyen y aplican conceptos matemáticos, desarrollan técnicas para la solución de problemas y estrategias metacognitivas, adquieren rigor en la comunicación y argumentación de sus modelos matemáticos, entre otros aspectos que conllevan al desarrollo de su pensamiento matemático. Además, el enfoque ambiental como recurso didáctico aparte de favorecer procesos de aprendizaje, contribuye a los objetivos de desarrollo sostenible.

Palabras clave: Pensamiento matemático; Modelación matemática; interdisciplinaria; Metacognición; Situaciones de riesgo ambiental.

Introducción

El desarrollo del pensamiento matemático, la modelación matemática en la cual interviene la resolución de problemas, la interdisciplinariedad educativa, constituyen temáticas abordadas en congresos, eventos y reuniones. En particular el International Congress on Mathematical Education (ICME), el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), la Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática (CIAEM), la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), entre otros. La importancia de estos aspectos interconectados, radica en explorar las relaciones entre las matemáticas y el mundo real que se da en los entornos educativos, el cual hace parte de la finalidad de la presente investigación.

Según Niss y Blum (2020) existen competencias de modelado tales como ser capaz de analizar los modelos existentes, diseñar modelos en diferentes contextos y validarlos, analizar y construir modelos matemáticos relacionados con otras áreas y finalmente comunicar resultados y monitorear el proceso de modelación. También es de resaltar las estrategias metacognitivas, las cuales son importantes para avanzar en el ciclo de modelación. Saijam y Seebut (2017) afirman que se pueden establecer y mejorar los niveles de competencia de modelado de los estudiantes a través de problemas.

Ortiz y Camelo (2020) identifican en los trabajos investigados en los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME) celebrados entre 2012 y 2015, escasas investigaciones y aportes en cuanto a la modelación matemática. Los autores hacen un llamado a la comunidad de educadores matemáticos para generar canales que permitan conocer, los desarrollos que se están presentando en torno a la modelación matemática y desde tal reconocimiento avanzar en la construcción de colectivos de trabajo alrededor de ella. Los investigadores concluyen con una preocupación, la cual tiene que ver con la interpretación que, tal vez, se le está dando en las aulas colombianas a las prácticas de modelación matemática, por lo que invitan a la comunidad académica a unir esfuerzos con tal fin.

Por lo anterior, se pretende promover competencias de modelado en estudiantes de grado séptimo a través de problemas matemático-ambientales que conlleven al desarrollo del pensamiento matemático.

Marco teórico

Respecto a la modelación matemática Niss, Blum & Galbraith (2007) la consideran como una estrategia didáctica que permite la creación o uso de modelos matemáticos a través del planteamiento de problemas en contexto. Según Ang (2001) estos modelos matemáticos pueden ser considerados como una simplificación o abstracción de un problema complejo del mundo real en una forma matemática. Esta estrategia permite a los estudiantes comprender la matemática, ver su aplicación y relación en problemas contextuales reales. El ciclo de modelación permite al estudiante sobrepasar sus niveles de competencia en el modelado debido a que utiliza habilidades en cada una de las etapas generales, como son: simplificar, matematizar, interpretar, validar y comunicar.

Por otro lado, Bourguignon (1997) define la interdisciplinariedad teniendo en cuenta lo expuesto por Piaget (1972) como “el caso cuando existe una cooperación real entre disciplinas autónomas para proporcionar una comprensión de un dominio particular del conocimiento; aquí, hay un objetivo común”(p. 2). En este sentido, la interdisciplinariedad tiene la función de aportar desde diferentes disciplinas a la solución de un problema matemático real; el objetivo común en este caso es la construcción del modelo matemático que favorezca situaciones ambientales.

Por lo anterior en la investigación, se utiliza el modelo matemático interdisciplinario realizado por Doğan et al., (2019), porque se centra especialmente en los procesos cognitivos que surgen durante las etapas del modelado. En la figura 1 se ilustra esta propuesta. Este tipo de modelado también apoya el aprendizaje basado en el contexto y las habilidades de pensamiento de orden superior (por ejemplo, resolución de problemas, pensamiento matemático, habilidades de razonamiento, pensamiento creativo, alfabetización científica, entre otras).

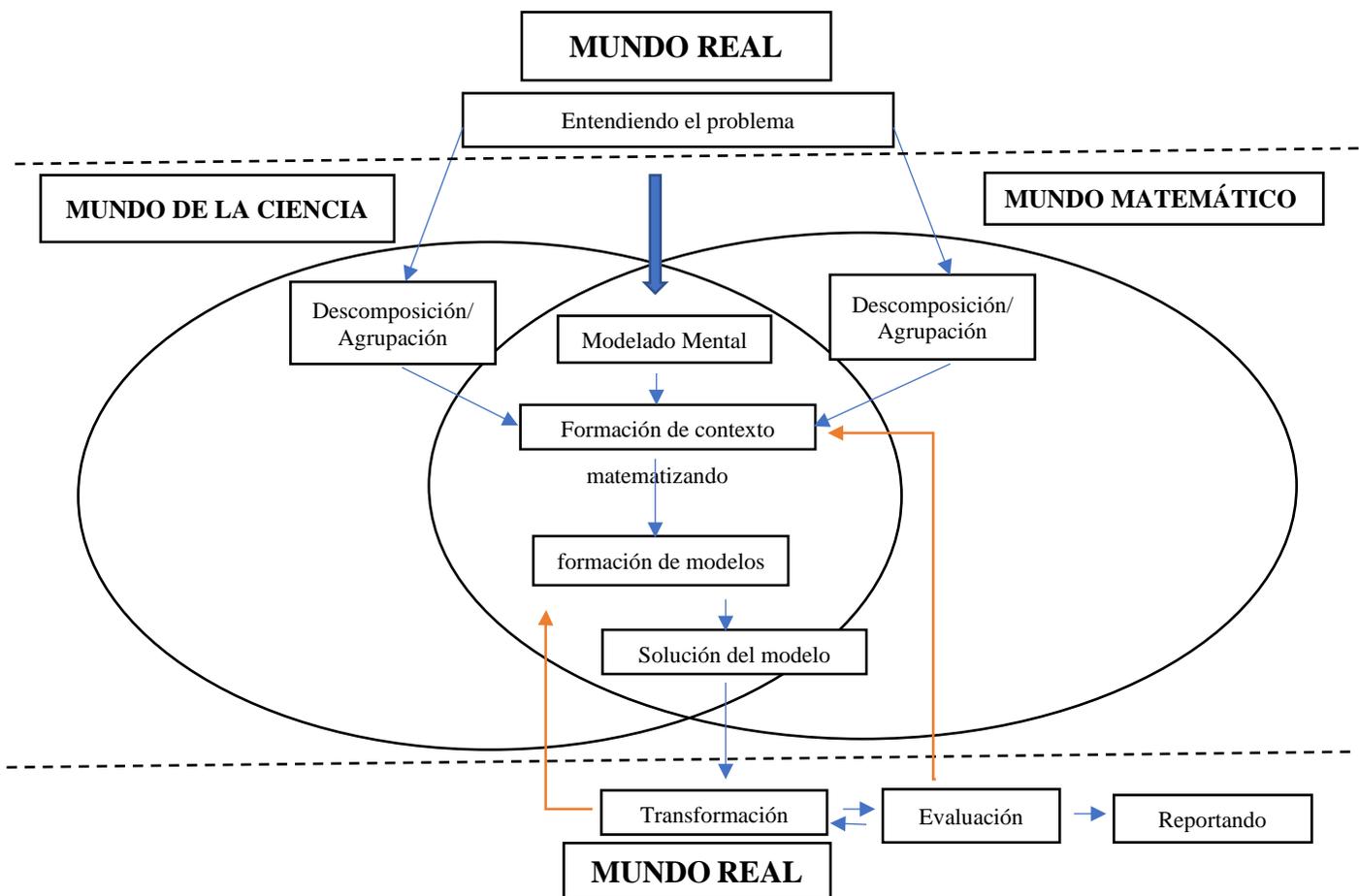


Figura 1. Proceso de modelado matemático interdisciplinario (Doğan et al., 2019)

Según Doğan et al., (2019) para modelizar un problema hay que moverse entre el mundo real, el mundo matemático y el mundo de la ciencia. El proceso de modelación comienza con entender el problema del mundo real, en este paso es donde se introduce el mundo STEM. Posteriormente se identifican las variables necesarias de las innecesarias y el problema se simplifica estableciendo las variables relacionadas al problema. Luego el estudiante crea un

modelo mental a través de sus ideas e hipótesis. Los conceptos simplificados se separan y se relacionan con la disciplina relevante o asociada (descomposición y agrupación). Posteriormente genera un contexto para la modelación interdisciplinaria (formación del contexto).

Luego el estudiante transforma el modelo creado en su mente a una forma matemática, lo que se conoce como matematizar y crea un modelo matemático para resolver el problema (transformación). Este paso está en el mundo de las matemáticas por el uso de sus conceptos y operaciones, pero también utiliza información de otra área o disciplina. Después se prueba la validez del modelo y su aplicabilidad en la vida real (evaluación), luego se realiza un informe que resume el proceso de resolución de problemas y los resultados del mismo (reporte).

La estrategia de resolución de problemas propuestas por Polya (1965) se articula adecuadamente al modelado matemático interdisciplinario propuesto por Doğan et al., (2019). Según el Ministerio de Educación de Singapur (2006) la capacidad de resolución de problemas matemáticos depende de cinco componentes entre los que se destaca la metacognición, considerada como la capacidad de regular el pensamiento o controlar sus propios procesos.

Desde esta perspectiva, la transición flexible entre las fases del modelado matemático disciplinario, permite el desarrollo de estrategias de metacognición individual. Las estrategias de metacognición en tareas de modelado son propiciadas por el trabajo con problemas interdisciplinarios en los cuales intervienen procesos de planificación, seguimiento y validación del mismo. En cada una de estas fases los estudiantes discuten sus conjeturas, articulan el conocimiento, justifican, validan, interpretan soluciones y establecen conclusiones.

En consecuencia, esta investigación tiene en cuenta lo planteado por Mason, Burton, & Stacey (2010) al considerar al pensamiento matemático como “un proceso dinámico que permite el aumento de la complejidad de las ideas que podemos manejar extendiendo nuestra capacidad de comprensión” (p.167). Por lo anterior, se presenta un problema matemático de los abordados en la investigación, en torno a situaciones de riesgo ambiental, como una de las herramientas y vías para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, a medida que van experimentando las fases del modelado matemático de carácter interdisciplinario.

Metodología

Se asume un enfoque cualitativo en el que según Sampieri et al. (2014), su finalidad radica en “describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes” (p. 11). Los participantes son estudiantes de grado séptimo de Boyacá que oscilan entre 12 y 14 años. Se adopta la investigación-acción en virtud a lo expuesto por Sandín (2003), ya que este diseño pretende “propiciar el cambio social, transformar la realidad y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación” (p. 161). Para la obtención de resultados cualitativos y cuantitativos se llevaron a cabo instrumentos como el diario de campo, encuestas de satisfacción y se valoraron los desempeños de los estudiantes a través de talleres.

Problema de modelación matemática interdisciplinaria “Tu huella de carbono”

En el día a día, realizamos actividades que dejan huella de carbono. La huella de carbono es una medida o indicador ambiental que refleja la cantidad de gases de efecto invernadero

(GEI), expresada como CO₂ equivalente. Por ejemplo, cuando consumimos energía al prender la luz, al bañarnos con agua caliente o al mandar un mensaje por correo o por celular, etc. Puedes determinar tu huella de carbono personal, la cual se genera de las actividades de consumo asociadas al uso de energía eléctrica en el hogar, los medios de transporte, entre otras. ¿Cómo puedes disminuir tu huella de carbono al mes asociada al uso de la energía eléctrica?

Las respuestas de las siguientes preguntas pueden ayudarte:

- a. Sabías que el consumo de energía depende de dos cosas: los vatios de potencia de tus electrodomésticos y el tiempo de uso en horas al mes. ¿Sabes cómo identificar los vatios de energía en un electrodoméstico?
- b. ¿Qué actividades realizas al día que consumen energía eléctrica y qué cantidad de horas la realizas?
- c. ¿Cómo convertir un vatio en kilovatio? d. ¿Cuál será el factor de conversión de la huella de carbono producidos por cada kwh?

Análisis de la construcción del modelo matemático interdisciplinario

Para dar solución al problema matemático “Tu huella de carbono” el cual integra la física con las ciencias ambientales, se requiere que los estudiantes posean conocimientos previos en conversión de unidades de longitud y operaciones básicas con números naturales, enteros y racionales. Una vez el estudiante de grado séptimo comprende el problema, etapas plasmadas por Polya (1965) y Doğan et al., (2019), identifica las variables que intervienen (potencia, tiempo, kilowatts, entre otras), las que son necesarias y las relaciones que entre sí presentan. Este proceso de matematizar involucra tanto el mundo matemático como el mundo de la disciplina o ciencia. Se puede realizar preguntas heurísticas con el fin de orientar y desarrollar estrategias metacognitivas y competencias. Esta fase de descomponer/agrupar contribuye a concebir un plan Polya (1965), para formar un modelo mental que posteriormente de acuerdo a sus hipótesis, conjeturas, conocimiento y habilidades matemáticas construye (formación de modelos), según se observa en la figura 2.

A cada modelador, en este caso a cada estudiante, se le entrega una lista con los vatios de potencia de los electrodomésticos para que puedan según el tiempo de su uso determinar el consumo de energía. Este trabajo se lleva a cabo en el aula con el fin de aclarar las dudas que puedan existir durante el proceso de modelación.

El estudiante luego de que conoce su consumo de energía eléctrica al mes, indaga sobre el factor de emisión de la electricidad, sus unidades de medida y relación. Luego determina su huella de carbono y ajusta su modelo manipulando las variables para reducir su huella. Luego de la fase de evaluación del modelo, comunica a sus compañeros sus resultados.

La reducción del tiempo de consumo eléctrico fue llevado a la práctica, para lo cual se comparó el consumo de kilovatios por hora mensual a través del recibo de la luz, sin embargo, algunos estudiantes manifestaron la dificultad de su disminución ya que depende también de la conciencia de ahorro de otros miembros de la familia.

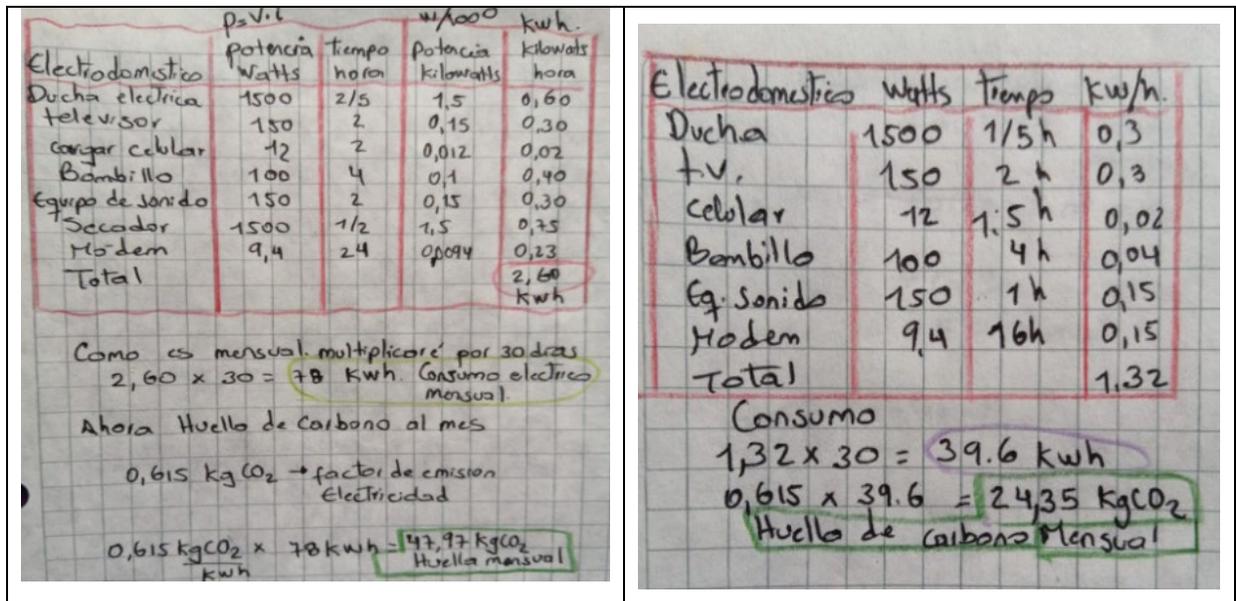


Figura 2. Desarrollo de la actividad por estudiante de grado séptimo.

Los estudiantes concluyeron que la reducción de la huella de carbono es posible, si el tiempo por hora de uso de cada electrodoméstico es menor mes a mes, y si este presenta los mismos vatios de potencia. Luego de abordar el proceso de modelado matemático expuesto en la figura 1, el estudiante construye y comunica el modelo válido, el cual se observa en la figura 3.

$$[(Kwh_1/mes) \times 0,615 \text{ kgCO}_2] < [(Kwh_2/mes) \times 0,615 \text{ kgCO}_2]$$

$$h_1 < h_2$$

Figura 3. Modelo matemático construido por el estudiante de grado séptimo.

Producto de la actividad, el 60% de los estudiantes redujeron el tiempo de consumo de energía eléctrica diaria en sus actividades favoreciendo actitudes proambientales. También comprendieron significativamente conceptos matemáticos referentes a conversión de unidades (vatios a kilovatios y viceversa), proporcionalidad, propiedades y operaciones entre números racionales, además de realizar análisis de patrones y relaciones entre variables, lo cual les permitió generalizar y afianzar técnicas de resolución de problemas de modelado ambiental para el desarrollo de su pensamiento matemático.

Los problemas matemático-ambientales permiten familiarizar al estudiante con procesos matemáticos existentes dentro del ciclo de la modelación matemática. Es en este campo donde los objetos matemáticos que interactúan en el ciclo de modelado tienen una estrecha relación con 33 de problemas en el cual se utiliza un proceso de modelado matemático interdisciplinario, permite a los estudiantes liderar procesos de planificación y validación de la información matematizada. Lo anterior les posibilita tomar decisiones y organizarlas mediante tablas, figuras o diagramas, intercambiar ideas, validar sus conjeturas, discutir sus justificaciones y conclusiones favoreciendo sus estrategias de metacognición. Estos procesos contribuyen a desarrollar su pensamiento matemático.

Al abordar problemas a través del modelado matemático interdisciplinario se desafían las prácticas usuales de resolución de problemas y bajo este enfoque también se promueven comportamientos proambientales.

La construcción de modelos matemáticos incrementa en los estudiantes su autoconfianza, motivación y entusiasmo porque se sienten parte de él, asimismo, evidencian cómo evoluciona sus habilidades de pensamiento y competencias en torno a la modelación matemática. La resolución de problemas es un proceso dinámico mental complejo en el que el fin último es el desarrollo del pensamiento matemático.

Los procesos de modelación matemática estimulan la aplicación de estrategias de metacognición, la argumentación matemática, la generalización, la comprensión de conceptos, propiedades y los objetos presentes en las matemáticas, que influyen notablemente en el dinamismo, la evolución y avance de las ciencias.

Referencias y bibliografía

- Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 62-74.
- Bourguignon, A. (1997). De la pluridisciplinarité à la transdisciplinarité [From multidisciplinary to transdisciplinarity]. *Congrès de Locarno, 30 Avril-2 Mai, Annexe au document de synthèse [Locarno Congress, April 30-May 2, Annex to the summary document]. UNESCO.*
- Doğan, M. F. , Gürbüz, R. , Çavuş Erdem, Z., y Şahin, S. (2019). Using Mathematical Modeling for Integrating STEM Disciplines: A Theoretical Framework. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 628-653. Obtenido de <https://dergipark.org.tr/pub/turkbilmat/issue/50604/502007>
- Stacey, K., Burton, L., y Mason, J. (2010). *Thinking mathematically*. Pearson Education Limited.
- Ministerio de Educación de Singapur (2006). *División de Planificación y Desarrollo Curricular. Programa de Matemáticas Primario*. Singapur: Copyright 2006.
- Niss, M., y Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling (1st ed.)*. London: Routledge. Obtenido de <https://doi.org/10.4324/9781315189314>.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction to modelling and applications in mathematics education. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 3–32). New York, NY: Springer. <http://doi.org/10.1007/978038729822>.
- Ortiz, M. y Camelo, F. (2020). Un panorama de la modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa entre 2012-2015. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 15(2), 251–267. <https://doi.org/10.14483/234>.
- Piaget, J. (1972). Interdisciplinarité : problèmes d'enseignement et de recherche che dans les universités Paris : OCDE. *Fondation Jean Piaget pour la recherche psychologique et épistémologique*.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Saijam, P., y Seebut, S. (2017). Using problem approach to design mathematical modeling-based learning for promoting grade 8 students' mathematical modeling competency. *The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM)*.

Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, L. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. En R. Sampieri, *Metodología de la Investigación*. Editorial McGraw Hill.

Sandín, M. (2003). La enseñanza de la investigación cualitativa. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 21, 37-52.