



O que é número? Livros Didáticos e estudos de Zóltan Dienes

Marcela Yumi **Fukumori**

GHEMAT- Universidade Federal de São Paulo

Brasil

marcela.yumi@unifesp.br

Resumo

O texto tem como objetivo analisar o conceito de número na coleção de livros didáticos para as séries iniciais *Curso Modernos para Escolas Elementares* em comparação aos estudos do educador matemático: Zoltán Paul Dienes. A coleção referida foi publicada a partir de 1967, durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM), pela Companhia Editora Nacional (CEN) e elaborada pelas autoras Lucília Bechara Sanchez, Anna Franchi¹ e Manhúcia Perelberg Liberman. Para tanto, analisamos a apropriação da teoria do educador na produção dos livros didáticos que compõem a coleção. Por fim, concluímos que a coleção moderna utiliza, em muito, as teorias de Dienes como base metodológica, entretanto faz adaptações de forma a se adequar ao contexto de sala de aula.

Palavras chaves: séries iniciais, Movimento da Matemática Moderna, Zoltán Paul Dienes, conceito de número, Coleção *Curso Moderno para Escolas Elementares*

Introdução

Este texto enfoca resultados iniciais de pesquisa de Iniciação Científica² inserido num projeto maior “*O que é número? Passado e presente do ensino de matemática para crianças*”, Edital Universal CNPq desenvolvido pelo GHEMAT³ e coordenado pelo prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente. Este projeto tem como objetivo analisar as orientações pedagógicas para as séries iniciais no ensino do conceito de número na segunda metade do século XX. O presente texto objetiva a análise da coleção *Curso Moderno para Escolas Elementares*

¹ Anna Franchi participou na elaboração dos primeiros dois livros da coleção. Não é bem claro, mas se cogita um desentendimento entre as autoras levando ao afastamento desta.

² Projeto de Iniciação científica “Arquivo Pessoal Lucília Bechara: o conceito de número na coleção GRUEMA”, sob a orientação da Profa. Dra. Maria Célia Leme da Silva.

³ O Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT) é vinculado à Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) no Brasil.

publicado de 1967 a 1974, durante o que ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM). A análise cotejará os trabalhos do educador matemático Zoltan Paul Dienes.

O MMM envolveu, dentre outras coisas, uma proposta de reformulação no ensino de Matemática. Movimento de âmbito internacional disseminado, na segunda metade do século XX, em contraposição à “concepção tradicional” de ensino vigente até então. A reforma defendia uma matemática estruturalista privilegiando o desenvolvimento psicológico das estruturas cognitivas do aluno. Segundo Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 1998, ainda hoje no ensino de Matemática do Brasil, há muitas heranças da Matemática Moderna.

As décadas de 1950, 1960 e 1970 foram um período de grandes mudanças em todo o mundo. Externamente, tinha-se o contexto da pós-Segunda Guerra Mundial e da Guerra Fria; internamente, viviam-se a urbanização e crescimento industrial e populacional sob regime ditatorial dos militares (a partir de 1964). Assim, a época caracterizou-se por grandes mudanças ideológicas e culturais, com a valorização da ciência e a tecnologia como formas de incrementar a qualidade de vida da sociedade.

Como se sabe, a escola também reflete o que ocorre fora de seus muros; uma vez que a sociedade passa por transformações, a escola também se transforma, surgindo novas propostas de ensino que se ajustem a essas mudanças. Nesse período, não foi diferente. Para se adaptar a esta nova sociedade, houve reformulações curriculares e, em particular, uma reformulação no ensino de matemática.

No Brasil, o MMM foi muito impulsionado pelo Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), criado em 1961 por Osvaldo Sangiorgi, um dos líderes do Movimento no país. O GEEM atuou elaborando livros e realizando cursos em todo o território para divulgar as idéias do MMM até 1976.

Entre os integrantes do GEEM, as professoras Lucília Bechara Sanchez, Anna Franchi e Manhúcia Perelberg Liberman lideraram o MMM no ensino primário, publicando artigos, livros e ministrando a maioria dos cursos para professores, relativos a essa faixa de ensino. Possivelmente, essa representatividade foi um fator determinante, no convite da Companhia Editora Nacional (CEN), a elaborar uma coleção de livros didáticos para as séries iniciais de primeira a quarta série, com título *Curso Moderno de Matemática para as escolas Elementares*, cujos dois primeiros volumes da coleção foram publicados em 1967.

Esta coleção constitui-se de cinco livros de 1ª a 4ª séries⁴, assinada pelas autoras Lucília Bechara Sanchez, Anna Franchi⁵ e Manhúcia Perelberg Liberman. Depois da Lei nº5692 em 1971, a coleção é reeditada e ampliada para os oito anos do, então, Ensino de 1º grau e com mais duas autoras – Anna Averbuch e Franca Cohen Gottlieb⁶.

A CEN era a principal editora de livros didáticos da época e a coleção foi um sucesso de vendagem, sendo a segunda maior, em tiragem da editora – ficando atrás somente da Coleção

⁴ Os dois primeiros livros da coleção deveriam ser utilizados na 1ª série, um em cada semestre; os outros três livros deveriam ser utilizados no período de um ano cada.

⁵ Anna Franchi participou na elaboração dos primeiros dois livros da coleção. Não é bem claro, mas se cogita um desentendimento entre as autoras levando ao afastamento desta.

⁶ A reedição da coleção justifica-se pela mudança na Lei de Diretrizes de Base (LDB) que alterou a classificação do ensino básico em 1971. Antes desse ano, pela Lei nº4024 de 1961, o ensino dividia-se em primário (4 anos) e secundário (ginásio e colégio). Pela Lei nº5692 em 1971, o 1º grau passou a ter oito anos (de 1ª a 8ª série) com o ingresso das crianças aos sete anos.

Matemática Curso Moderno para os Ginásios de Osvaldo Sangiorgi, segundo dados do acervo da CEN⁷.

A escolha dos textos do professor Z. Dienes⁸, para a análise da coleção, foi motivada pelos depoimentos das autoras, nos quais elas falam da utilização dos trabalhos dele, como base para a produção dos livros; também constam, na Referência Bibliográfica da coleção, os trabalhos do professor Dienes. Além disso, este educador matemático modernista teve as séries iniciais como objeto de estudo em muitos trabalhos, sendo reconhecido por isso. Em 1971, ele esteve no Brasil divulgando suas idéias e conseqüentemente, influenciando o Movimento no país.

A proposta de Dienes diferenciou-se por, influenciado por Piaget, preocupar-se com o desenvolvimento psicológico para a construção de conceitos matemáticos das crianças. Para que se tivesse sucesso, no processo de ensino, seis etapas deveriam ser seguidas utilizando, em jogos em pequenos grupos, materiais manipuláveis como os blocos lógicos⁹, multibase¹⁰ e material dourado¹¹.

As seis etapas do processo de aprendizagem de Matemática de Dienes foram formuladas, visando à capacitação das crianças a abstração, de acordo com as estruturas matemáticas. As etapas são resumidas por ele:

- 1º Noção do meio: Nesta etapa, o professor deve ter bem fixo o conceito de aprendizagem como a capacidade de adaptação a um determinado meio. É preciso criar um meio artificial, destinado à aprendizagem de um ‘Conjunto qualquer de noções matemáticas’;
- 2º Regras do jogo: Inicia-se introduzindo vários jogos, cujas regras no início são impostas, para mais tarde a criança criar suas próprias;
- 3º Abstração: Sugerem-se vários jogos semelhantes para que através das regras da etapa acima (concreta) a criança realize abstração. Mas é importante frisar que a criança ainda não tem condições de utilizar esta abstração;
- 4º Processo de representação: A criança fala do que abstraiu, na etapa acima, examina outros jogos e consegue refletir sobre estes;
- 5º Descrição da representação (linguagem): Cada criança cria sua própria linguagem, criando axiomas, e mais tarde discute com o resto do grupo qual a melhor linguagem a ser adotada;

⁷ Dados e tabelas podem ser encontrados na tese de doutoramento de Lúcia Villela (2009)

⁸ Zoltán Paul Dienes (1916--) é um matemático húngaro que iniciou seus estudos na França; em 1939 Doutorado em Matemática e Psicologia na Inglaterra pela Universidade de Londres também trabalhando em outras escolas e universidades desse país; no período de 1961 a 1964 foi professor em Psicologia na Universidade de Adelaide na Austrália; e tornou-se Diretor do Centro de Investigação em Psicomatemática em 1964 em Sherbrooke (Quebec).

⁹ Os blocos lógicos consistem em 48 peças de madeira, normalmente, com os seguintes aspectos variáveis: cor, tamanho, forma e espessura. (MEDINA, 2010)

¹⁰ O material multi base é feito de madeira e apresenta formas geométricas de duas ou três dimensões (MEDINA, 2010)

¹¹ O material dourado Montessori, também feito de madeira, é utilizado na aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional, sendo constituído por cubinhos (1 unidade), barras (10 unidades), placas (100 unidades) e cubos (1000 unidades). Disponível em <<http://educar.sc.usp.br/matematica/m212.htm>>. Acesso em 15/01/2010, 21:34.

6º Regras do jogo de demonstração (Teoremas): Após concluir-se qual a melhor linguagem adota-se como regra. Nesta etapa, pode-se dizer que a criança conseguiu atingir a noção lógica Matemática, formulou teoremas (DIENES, 1972, capítulo 1)

Dada a importância das autoras e da coleção *Curso Moderno de Matemática para as escolas Elementares* e a influência dos trabalhos de Dienes na Matemática Moderna para séries iniciais, o presente texto objetiva a análise do conceito de número apresentado na coleção referida, em comparação aos trabalhos de Dienes. De que forma as autoras lançam mão dos trabalhos de Dienes sobre a aquisição do conceito de número?

Conceito de número na coleção *Curso Moderno de Matemática para escolas elementares*

Feitas as considerações anteriores, partimos neste item, para a análise da Coleção. Podem ser citados pontos inovadores nos livros, como propostas da Matemática Moderna. São exemplos disso: materialidade, didática, metodologia e conteúdo (VILLELA, 2009, p.158).

No que diz respeito à materialidade, por exemplo, as páginas dos livros são apresentadas em fichas soltas, o que foi uma inovação. A proposta era que as professoras não precisassem carregar o livro todo, podendo levar apenas o que fosse utilizar no dia. (VILLELA, 2009, p.102) As fichas constituem-se de exercícios, bem ilustrados até o segundo volume da coleção. A forma em fichas lembra um material - *Mathématique Vivante*¹² - confeccionado por Dienes e Tellies, publicado pela Éditions Hurtubise, em 1973. Apesar das datas não coincidirem, é possível que esta proposta, em fichas, também tenha sido uma influência de Dienes. Muito provavelmente, as autoras tiveram contato com esse material antes dessa data, que é da publicação na França.

Em *Os primeiros passos em Matemática* (1977, capítulo 2) obra traduzida para o português e muito difundida no Brasil, Dienes propõe a seguinte seqüência de tópico a serem abordados, para trabalhar o conceito de número: (a)Conjuntos, (b)Correspondência biunívoca, (c)Tamanho, (d)Igualdade e Desigualdade, (e)Conservação do número, (f)Sucessão, (g)Adição, (h)Subtração, (i)Multiplicação e (j)Divisão. Como estes assuntos são abordados ao longo dos cinco livros da coleção, com níveis crescentes de complexidade, preferimos a análise de cada tópico, separadamente, passando por toda coleção, ao invés da análise de cada livro da coleção.

Na coleção, antes da introdução do conceito de número em si, os exercícios tratam, inicialmente, da identificação pelas crianças de semelhanças entre figuras, ou seja, classificação de elementos que formam um conjunto. Por exemplo, no exercício da página seis do primeiro volume, dado várias figuras geométricas, a criança deve pintar as de mesma forma com a mesma cor. Também se propõe, nessa concepção moderna, que os alunos sejam levados, mesmo que de forma artificial, à dedução da ideia de conjunto -uma vez que este conceito é, posteriormente, utilizado para definir número- antes da simbologia dos números, diferenciando-se do *ensino tradicional*. Nessa antiga forma de se ensinar, a simbologia numérica já era apresentada em exercícios, antes da formulação cognitiva dos conceitos matemáticos em desacordo com a seqüência lógica-dedutiva, proposta pelo MMM.

¹² Este material é parte do Arquivo Pessoal Lucília Bechara, doado pela autora, e em fase de organização pelo GHEMAT. Informações disponíveis em <
<http://www.unifesp.br/centros/ghemat/index.htm>>

Vale observar que, apesar da liberdade para a criança observar que as figuras semelhantes formam um conjunto de elementos, as etapas de Dienes não são totalmente “obedecidas”, pois existe uma orientação do que a criança deve fazer. Por exemplo, novamente no exercício da página seis, devem-se pintar as figuras geométricas iguais, de mesma cor, ou seja, a criança já é direcionada a buscar características comuns, com vista à noção de conjunto, caracterizando a 2ª etapa postulada por Dienes. A liberdade para que a criança descubra essa propriedade por si só, apenas pelo jogo, 1ª etapa, é “violada”. Em contraposição às orientações contidas no Prefácio; nessas, as autoras orientam que os exercícios sejam feitos apenas para a fixação de conceitos trabalhados previamente através de dramatizações e jogos livres, inicialmente, e regrados posteriormente, em grupo com material concreto, como os blocos lógicos, seguindo as seis etapas. As autoras fazem o mesmo para a dedução de outros conteúdos ao longo da coleção, sempre orientando o aluno a chegar ao conceito. Essa diferença observada entre as orientações do prefácio, de cada livro, e o que é colocado efetivamente nos exercícios, se deve, possivelmente, a dificuldades que os professores teriam na aplicação de exercícios não regrados, em salas de aulas, com um número considerável de crianças. É importante ressaltar que os jogos da 1ª etapa são elaborados de forma a direcionar as crianças à dedução das estruturas matemáticas, através dos materiais manipuláveis, elaborados com esse objetivo, ou seja, o meio deve ser artificial; a liberdade existe, contudo esse meio direciona a dedução.

Aqui, vale uma análise, referente à “tradução” de uma teoria de aprendizagem para a produção de um livro didático, isto é, como o livro didático diferencia-se da teoria, apesar de nela se basear para a sua elaboração. Os enfoques são distintos, pois o livro tem o papel de se adequar às condições de uma sala de aula, às suas regras, ao tempo limitado, ao número de alunos, às condições do professor, além de fatores econômicos, visto que a vendagem é, também, uma importante variável. Assim, é natural que sejam feitas adaptações, com exclusão de etapas ou conteúdos colocados na teoria, sendo um exemplo a coleção em questão não seguir, com rigor, as seis etapas das teorias de Dienes. Segui-las, à risca, para cada tópico a ser trabalhado demandaria tempo, disposição dos alunos, controle desses por parte dos professores e material para os jogos. Os professores têm um número de horas de aula restrito; as crianças são imprevisíveis e muitas vezes, não acham prazeroso o estudo. Ainda há a questão de estrutura física e material para se trabalharem os jogos. Dessa forma, justificam-se as diferenças encontradas entre a teoria e os livros didáticos.

Seguindo a sequência colocada por Dienes, as autoras propõem exercícios de correspondência biunívoca e de noção de quantidade (onde há mais? onde há menos elementos?). A correspondência é trabalhada em exercícios, em que as crianças devem ligar um elemento de um conjunto a um do outro, percebendo se a quantidade de elementos de um conjunto é igual, maior ou menor. O entendimento da correspondência biunívoca, pelos alunos, é importante, pois a definição de número é dada como uma propriedade invariante de conjuntos e uma vez que diferentes conjuntos sejam correspondentes, eles terão essa característica ou propriedade em comum, invariante que é o número.

Formados os conceitos de conjunto e correspondência, o conceito de número foi introduzido, podendo-se trabalhar a simbologia, sempre relacionando o símbolo do número à quantidade de elementos de diferentes conjuntos.

O conceito de número, relacionado a conjuntos não fica restrito ao primeiro volume, aparecendo nos demais. Entretanto, de forma diferenciada. Não são exercícios específicos sobre conjuntos, mas este conceito é utilizado para definir as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Estas, também, são tratadas em níveis crescentes de complexidade ao longo da coleção.

Em seguida, aparece a operação de adição. Para tanto, é necessário trabalhar, preliminarmente, o conceito de sucessão que envolve a ordem entre os números, já que este conceito está intimamente ligado à operação de adição. Os exercícios propõem que se coloquem em ordem os conjuntos de acordo com a sucessão: a partir do conjunto com menor número de elementos, o conjunto vizinho deve conter um elemento a mais.

A adição é, então, introduzida como a união de dois ou mais conjuntos. Os exercícios colocam conjuntos resultando em um novo conjunto, cuja propriedade numérica se quer saber. Essa definição utilizada é a mesma colocada por Dienes em seus trabalhos:

“(...) adição de número é união de conjuntos sem elementos comuns.”
(DIENES, 1977, p. 30)

A partir dessa definição, percebe-se que a ideia de conjunto é necessária para a definição de operações envolvendo número. As autoras também seguem a orientação do autor de se trabalhar apenas números pequenos:

Todavia, cremos que é mais seguro limitarmo-nos no início a números pequenos: as crianças adquirem a idéia de adição com idêntica eficácia, tanto com números pequenos como com grandes (Dienes, 1977, p.32)

No segundo volume, quando se trabalha a adição com três ou mais números, são colocadas, implicitamente, as propriedades comutativa ($a+b=b+a$) e associativa $(a+b)+c=a+(b+c)$ da adição. Neste ponto, percebemos a 5ª etapa de Dienes: a forma implícita como são trabalhadas as propriedades, de certa forma, levam a criança a observar os axiomas e talvez, criar sua própria linguagem para eles.

É também relevante notar que a definição formal e a nomenclatura só são feitas e exercitadas no quinto volume, quando, provavelmente, os alunos já possuem um maior grau de abstração para que essa linguagem matemática seja apresentada, representando a 6ª etapa em que se adota a melhor linguagem como regra. A imprecisão na linguagem matemática era um ponto de crítica do Movimento Modernista em relação ao ensino Clássico; a Matemática Moderna, então, enfatizava as estruturas e a linguagem matemática. Dessa forma, a apresentação dessas propriedades ou estruturas da operação de adição é colocada seguindo a tendência modernista de ênfase nas estruturas matemáticas. (VILLELA, 2009, p.68)

A operação oposta à adição, a subtração, é apresentada na sequência. Dienes coloca sobre esta:

A operação de subtração de um número de outro número é o correspondente numérico da operação de pesquisa do conjunto-diferença entre os dois conjuntos. Seja o conjunto formado pelos meninos com cabelos louros. Podemos separar esse subconjunto, então a diferença entre o conjunto de meninos e o conjunto dos meninos com cabelos louros, consta do conjunto dos meninos sem cabelos louros (...) O cálculo da propriedade numérica do conjunto-diferença de dois conjuntos, constitui a operação de subtração (DIENES, 1977, p.32)

Essa mesma proposta é observada nos exercícios da coleção *Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares*, neles as crianças são orientadas a construir o que foi dito por Dienes: obter o conjunto resultante da diferença entre um conjunto e um subconjunto deste.

Ao longo dos outros volumes, o grau de complexidade dessas operações vai se elevando. No segundo volume, a adição com três ou mais números é apresentada e exercitada,

trabalhando o conceito de unidade-dezena. No terceiro, a adição com reserva e subtração com recurso; no quarto, adição e subtração de números naturais; no quinto livro, como já apresentado acima neste texto em relação à adição, são apresentadas as propriedades dessa e da subtração, além de aplicações, marcando o caráter moderno, uma vez que a estrutura matemática é colocada na programação através das propriedades, assim como a matemática funcional através das aplicações. Também neste último volume, as crianças aprendiam a adição e subtração de números racionais.

A respeito do ensino dos tópicos relativos à adição e à subtração tratados, no último volume da coleção, a idéia de conjunto é secundarizada, uma vez que nessa idade, as crianças já possuem um grau de abstração mais elevado -podendo ser apresentadas formalmente às propriedades, caracterizando a 6ª etapa de Dienes relacionada a adoção da linguagem matemática.

Na sequência dos conceitos que envolvem a definição de número, aparece a multiplicação, a qual para Dienes, é operação que resulta no conjunto de todas as combinações possíveis, entre dois ou mais conjuntos, sendo a melhor forma de se introduzir essa operação o produto cartesiano¹³, pois este ocuparia tanto as crianças mais rápidas, como as mais lentas. (DIENES, 1977, p.32-33) Dienes propõe uma atividade para introduzir a multiplicação:

Sejam dois conjuntos – um de chapéus e outro de crianças. Não é preciso haver tantos chapéus quantos forem as crianças. Vamos examinar todas as maneiras possíveis de colocar um chapéu na cabeça da criança, e formemos um novo conjunto com todos os pares que podemos constituir com uma criança e um chapéu. Vamos admitir que sejam cinco crianças e três chapéus – a criança poderá colocar na cabeça qualquer um dos três chapéus. Assim, a primeira terá três possibilidades, a segunda, a terceira, a quarta e a quinta crianças, terão as mesmas oportunidades. Ao todo, quinze combinações. O conjunto de todas as combinações possíveis entre um chapéu e uma criança chama-se produto do conjunto dos chapéus pelo conjunto de crianças (DIENES, 1977, p.32-33)

Esta operação é introduzida no 2º volume da coleção. Comparando a forma como é abordado o assunto e o proposto pelo professor, percebe-se a nítida semelhança. Os exercícios pedem para as crianças obterem todas as combinações possíveis entre dois conjuntos; em um deles, devem-se dizer quantos trajes ou combinações podem ser feitas, entre o conjunto de camisas e o de saias. A proposta é muito parecida à de Dienes, só se trocam os elementos dos conjuntos.

O produto cartesiano sugerido pelo educador matemático, em questão, também aparece nos exercícios. As crianças devem fazer as possibilidades de combinações entre dois conjuntos formando pares ordenados, colocando em prática a 2ª etapa, pois as regras estabelecidas, no caso deste exercício de produto cartesiano, conduzem a criança à abstração através de regras estabelecidas nos exercícios.

É interessante observarmos que novamente, a idéia de conjunto é utilizada para definir esta operação, uma vez que a multiplicação é definida como um conjunto resultante do produto de outros dois conjuntos.

Dienes, em seus trabalhos, alerta que professores não devem colocar a multiplicação como um adição repetida, apesar de ambas as operações chegarem ao mesmo resultado:

¹³ Considere dois conjuntos A e B, o produto cartesiano $A \times B$ é o conjunto de todos os pares ordenados com a primeira coordenada de A e a segunda de B.

O multiplicador é uma propriedade dos conjuntos; o multiplicando é uma propriedade dos conjuntos; por isso, os dois fatores não possuem o mesmo universo. De fato, não há fatores no caso da adição, porque o número de elementos a adicionar não influi na natureza do problema (...) É bom lembrar que a estrutura lógica da aritmética permanece relativamente simples, enquanto se trata apenas de adição e subtração, mas a introdução da multiplicação traz problemas completamente diferentes. Daí resulta (...), uma dificuldade maior na aquisição do conceito de multiplicação quando comparada com a da aquisição do conceito de adição. Na multiplicação, trabalhamos ao mesmo tempo com dois universos diferentes, enquanto que na adição, trabalhamos com um único universo: o dos conjuntos. (...) Essa é uma diferença importante, e os exercícios que as crianças terão feito com conjuntos, e com conjuntos de conjuntos, e mesmo com conjuntos de conjuntos de conjuntos, ajudá-las-ão consideravelmente na resolução dos problemas que surgirem na multiplicação (DIENES, 1977, p.35)

Devido à correspondência de resultados entre as operações e dado o alerta do professor, as autoras tomaram o cuidado em colocar exercícios para que os alunos percebessem a correspondência, sem deixar de notar a diferença entre as operações.

Como ocorreu com a adição a subtração também, neste caso, a complexidade também vai aumentando ao longo da coleção. No terceiro volume, aparece a multiplicação com números maiores que 10; no quarto, a multiplicação de números naturais e no quinto, aparecem as propriedades, aplicações, representação gráfica e técnicas de multiplicação, sendo válidas as considerações quanto às etapas de Dienes colocadas em relação às operações já citadas.

A divisão, última operação que envolve o conceito de número, é definida por Dienes como a formação de subconjuntos de um conjunto, sendo a partição a melhor forma para se introduzir. O número de elementos que existir, em cada subconjunto, é o resultado da operação. (DIENES, 1977, p.34) As autoras fizeram como definido por ele, como percebemos analisando os exercícios iniciais de divisão, nos quais as crianças devem formar um subconjunto dentro de um conjunto, sempre, como já citado, sendo orientadas para chegar à definição (2ª etapa); nos livros didáticos da coleção, não há atividades relacionadas à liberdade da 1ª etapa de Dienes.

Apesar de seguirem a proposta de Dienes quanto às definições, as autoras, nesse ponto, deixam-no de lado em relação à simbologia, 5ª e 6ª etapas, apresentando a melhor forma de linguagem e símbolos desta operação concomitantemente aos exercícios iniciais de abstração. Segundo o professor, a simbologia viria nas etapas finais, após a abstração. Essa diferença deve ter sido feita pelas autoras pelos motivos já discutidos entre a diferença da teoria para a prática. Como já se trabalhava símbolos das operações de adição, subtração e multiplicação, seria natural um símbolo da divisão; os alunos já estariam habituados a simbologias para as operações matemáticas.

Os subconjuntos, a serem formados, nos exercícios propostos da coleção não se limitam a pedir agrupamentos (subconjuntos) de dez elementos para utilizar a base mais usual no nosso cotidiano, pedindo nas bases três, quatro, cinco, sete, mostrando que as autoras preocuparam-se com o entendimento do conceito matemático; trabalhando essas diversas bases de agrupamentos, as crianças não ficariam limitadas a fazer sempre por repetição, elas teriam que compreender o conceito e aplicar aos outros números.

A apresentação da divisão, como no caso da multiplicação, ocorreu no segundo volume. O aumento da sua complexidade também se deu ao longo da coleção e na terceira, já se colocou divisão com resto, através de exercícios relacionados ao cotidiano das crianças,

como a repartição de doces. Entretanto, as ilustrações são trocadas por enunciados. O quarto livro trata da divisão com números naturais e introduz as frações que são definidas e aplicadas no quinto livro. O último livro trata de divisores comuns, divisão nos conjuntos dos números dos naturais e dos racionais.

Com o término da divisão, finalizamos a análise dos conceitos relacionados à definição de número nas séries elementares em comparação aos trabalhos de Z. P. Dienes.

Notamos ainda, em alguns exercícios, a utilização dos materiais manipuláveis sugeridos por Dienes como ilustrações. Possivelmente, os professores eram orientados a utilizá-los, em sala de aula, para estimular os alunos, já que as autoras diziam que os professores deveriam trabalhar jogos que envolvessem os conceitos, antes da apresentação dos últimos formalmente. Não sabemos como a utilização dessa coleção se procedeu em sala de aula, ficando, como sugestão, para um próximo trabalho essa análise.

Algumas conclusões

Verificou-se uma presença marcante da proposta de Dienes na coleção *Curso Moderno de Matemática para as escolas elementares*. As autoras apropriaram-se das suas teorias para elaborar a coleção, abordando, em sequência, os tópicos colocados, por ele, como essenciais para o aprendizado do conceito de número, além de seguirem muitas definições colocadas pelo educador matemático na apresentação dos conteúdos relacionados.

A grande diferença observada da coleção, em relação ao colocado pelo matemático, refere-se às seis etapas. Apesar de ter havido orientações, para os professores, seguirem a metodologia de jogos - e logo, de suas etapas - para a dedução de conceitos por parte dos alunos através dos materiais manipuláveis, criados e testados por ele, aparentemente as autoras tiveram que abrir mão de seguir, passo a passo, as etapas. O que pode ser explicado, pois não seria possível colocá-las em um livro didático uma a uma. Cada ano letivo tem um cronograma a ser seguido pelos professores, as etapas exigem tempo tanto para serem trabalhadas (em relação a cada conceito), cada aluno tem sua velocidade para a compreensão dos conteúdos. Além disso, é difícil se colocar em prática, pois, por exemplo, 1ª etapa; nela, as crianças devem ficar livres no jogo proposto, o que pode ser considerado inviável, em uma sala de aula, com várias crianças. Estas precisam ser orientadas pelos professores para que o ambiente da sala não se torne descontrolado. No caso da 3ª etapa, Dienes coloca que a criança deve realizar a abstração a partir das regras dos jogos; muitas vezes, as crianças não atingiram este estágio de “amadurecimento” para alcançar o objetivo. Outro exemplo é a 5ª etapa, em que os alunos criariam sua própria linguagem; é muito complicado fazer com que as crianças, por si, formulem uma linguagem própria que será, na 6ª etapa, substituída. O que foi feito, pelas autoras, foi uma tentativa de adaptar as etapas ao contexto de sala de aula, orientando, por meio das atividades, que os alunos passem por algumas dessas etapas. Contudo, a compreensão e efetiva utilização das etapas, no aprendizado, dependem de criança, cada um de acordo com a sua velocidade, da habilidade do professor em estimular os alunos, e outros fatores de sala de aula já citados.

Portanto, as diferenças encontradas entre as teorias de Dienes e as atividades práticas da coleção podem ser classificadas como adaptações naturais, já que a teoria deixa de considerar, muitas vezes, situações existentes na prática.

Referências

Villela, L. M. A. (2009). “GRUEMA”: Uma contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil. *Dissertação* (Tese de Doutorado). São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo.

Villela, L. M. A. (2009). “GRUEMA”: Uma contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil. *Dissertação* (Tese de Doutorado). São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo. 1 DVD.

Pinheiro, Nara V.L. (2010) *A influência de Dienes no ensino de matemática na escola Vera Cruz*. Mimeo.

Dienes, Zoltán Paul; GOLDING, E.W., (1977) “*Primeiros Passos em matemática*”, 2º volume. Editora Pedagógica e Universitária (E.P.U.).

Dienes, Zoltán Paul (1972) “*As seis etapas do processo de Aprendizagem em matemática*”, E.P.U.

Medina, Denise (2010) “*Número: como ensinar. Orientações metodológicas nas publicações da Secretaria Municipal de São Paulo(1976)*”. Mimeo;

Medina, Denise (2010) “*Práticas Pedagógicas nas Séries Iniciais: legado do Movimento da Matemática Moderna*”. Mimeo.

“O Material Dourado Montessori”, Disponível em <<http://educar.sc.usp.br/matematica/m212.htm>>. Acesso em 15/01/2010, 21:34.