

XVI CIAEM 

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education

 UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023


xvi.ciaem-iacme.org

Problemas de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise das estratégias dos alunos

Susane Cristina Pasa **Pelaquim**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil

susipasa@gmail.com

Karina Alessandra Pessoa **da Silva**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil

karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo fazemos uma análise qualitativa das estratégias utilizadas por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental para resolver um problema de modelagem matemática. Para isso, nos subsidiamos na semiótica peirceana que possibilita inferir sobre a produção e a utilização de signos para se referir a um objeto. Partindo de uma situação da realidade, os alunos estabeleceram estratégias para chegar a uma solução para um problema de modelagem em que signos gesticulados, falados e escritos se articularam com os objetos relativos ao problema, às hipóteses e à matemática empregada sob questionamentos e orientações da professora.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Problema de modelagem; Semiótica; Ensino Fundamental.

Introdução

Na Educação Matemática, a modelagem matemática refere-se, em termos gerais, à investigação de uma situação da realidade por meio da matemática (Almeida et al. 2012, Niss & Blum, 2020). Trata-se de uma observação do mundo ao nosso redor de modo a apresentar soluções para um problema formulado.

Formular um problema de modelagem pode se configurar como um desafio, pois é preciso identificar ao nosso redor uma situação possível de ser analisada matematicamente. Documentos oficiais do Ensino Fundamental, no Brasil, asseveram que os procedimentos matemáticos suscitados por meio da modelagem, por exemplo, “são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)” (Brasil, 2018, p. 266).

Todavia, além da análise matemática, “um problema de modelagem também deve fornecer espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução” (Bliss & Libertini, 2016, p. 12). Essas escolhas podem estar subsidiadas em estratégias dos alunos ao levantar hipóteses sobre a situação em estudo, buscar informações por meio da coleta de dados, identificar e selecionar variáveis, realizar simplificações, representar matematicamente a situação, validar essa representação e comunicar os resultados para os pares (Almeida et al., 2012).

Analisar estratégias que alunos de um 5º ano do Ensino Fundamental utilizaram para resolver um problema de modelagem matemática é nosso foco de análise neste artigo. Entendemos que a mobilização das estratégias é evidenciada por uma multiplicidade de linguagens e representações que os alunos utilizam para resolver um problema de modelagem. Levando em consideração esse fato, nos pautamos na semiótica peirceana que investiga os signos escritos, falados e gesticulados que uma pessoa (intérprete) utiliza para se referir a algo (objeto) (Peirce, 1972). O objeto, em nossa investigação, é o problema de modelagem formulado com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal brasileira.

Modelagem matemática e semiótica peirceana

Em uma atividade de modelagem matemática parte-se de uma situação inicial (problemática) e, por meio de procedimentos matemáticos, chega-se à uma situação final, uma solução para o problema (Almeida et al., 2012). De modo geral, um problema é entendido como uma situação em que o sujeito identifica qual é seu objetivo, mas não identifica imediatamente meios para atingir esse objetivo (Dörner, 1976). Segundo Elfringhoff & Schukajlow (2021, p. 10) “problemas em modelagem são centrados em uma situação real e requerem uma transferência exigente entre o mundo real e a matemática” (Elfringhoff & Schukajlow, 2021, p. 10).

Solicitar aos alunos que formulem um problema de modelagem e colem dados empíricos pode ser uma ação que permite inseri-los na atividade de modelagem, promovendo estratégias de resolução. Hartman (2001) caracteriza estratégia como uma operação consciente e planejada e que, embora possa ser aprendida e aplicada conscientemente, no decorrer do tempo pode ter um uso inconsciente.

Por meio do encaminhamento das estratégias para solucionar o problema de modelagem formulado, culmina uma representação matemática, um modelo matemático que tem como objetivo “descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas [...] e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões” (Almeida et al., 2012, p. 16). Para Tortola (2016), o modelo matemático deduzido nos anos

iniciais do Ensino Fundamental, apresenta especificidades quanto à simbologia matemática, sendo apresentado de diferentes formas, desde que esteja estruturado e baseado em conceitos matemáticos que o sustente e solucione a situação apresentada. Neste sentido, um modelo matemático pode ser representado por meio de esquemas, gráficos, desenhos, materiais manipuláveis, colagens e língua natural.

A diversidade de representações que um modelo matemático pode assumir está relacionada com os signos produzidos ou utilizados pelos alunos. O signo representa o objeto. Dizer que um signo “representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediatamente devido ao objeto” (Santaella, 2008, p. 58). Esse “algo” corresponde a um signo – interpretante – criado na mente do intérprete.

Peirce (1972) organizou seus estudos por meio de uma arquitetura triádica na qual o signo estabelece mediação entre objeto e interpretante. Segundo Santaella (2007, p. 7), “o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)”. Para Santaella (2012, p. 8), é a mente “que constrói o mundo, de acordo com um potencial que lhe é próprio, a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos”.

Considerando um problema de modelagem formulado, estratégias para sua solução podem ser evidenciadas pelos signos produzidos ou utilizados por alunos de um 5º ano do Ensino Fundamental. Corroboramos com English (2010, p. 288) que afirma que a implementação da modelagem matemática na sala de aula “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos” (English, 2010, p. 288).

Procedimentos metodológicos

Neste artigo trazemos resultados parciais de uma pesquisa de mestrado desenvolvida em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, formada por 18 alunos de uma escola municipal brasileira. Para analisarmos as estratégias que esses alunos utilizaram para resolver um problema de modelagem nos pautamos nos signos produzidos ou utilizados por eles.

Para isso, nos valem dos relatórios escritos, bem como das gravações em áudio e vídeo no desenvolvimento de uma atividade de modelagem cujo problema foi formulado pela professora: Quantas pedaladas preciso dar para percorrer o caminho da escola até minha casa? Esse problema foi inserido na terceira atividade de modelagem matemática implementada na referida turma e teve duração de 4 aulas, de 1 hora e 30 minutos, distribuídas entre os dias 10 e 16 de maio de 2022. As discussões foram transcritas na íntegra de modo a se constituírem dados para análise. A análise qualitativa de cunho interpretativo é respaldada na articulação com o referencial teórico.

A equipe diretiva e pedagógica da escola autorizou a realização da pesquisa, além disso, foi solicitado o consentimento dos pais ou responsáveis, a partir do preenchimento e assinatura de um termo livre e esclarecido, autorizando o uso dos dados coletados. De modo a preservar as identidades dos alunos, utilizamos nomes fictícios ao longo do texto.

Estratégias evidenciadas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem

A primeira ação para o desenvolvimento da atividade foi solicitada pela professora como tarefa: *anotar no caderno o endereço de casa*. No dia seguinte à solicitação da tarefa, com os registros escritos dos alunos, a distância da casa até a escola de cada um deles foi determinada com o auxílio do Google Earth. Os alunos falavam o endereço da casa e todos observavam, por uma projeção utilizando o Datashow, o caminho e a distância a ser percorrida. Na Figura 1 apresentamos a projeção do caminho e a distância (232,14 m) da casa de Tati (uma das alunas do 5º ano).



Figura 1. Caminho e distância da casa de Tati até a escola.

Ao conhecerem a distância e o caminho que cada colega percorria para chegar à escola, a professora questionou: *Se eu vier de bicicleta para a escola, quantas pedaladas tenho que dar para percorrer a distância da minha casa até na escola?* Tratava-se de um problema que corresponde a uma situação em que há um objetivo, porém ainda não estavam claros meios para atingi-lo (Dörner, 1976).

Em busca de uma solução para essa situação, alguns alunos sugeriram como iriam medir o tamanho da pedalada, como podemos observar na transcrição a seguir:

João: *Deixar um pedal aqui e o outro aqui, [coloca uma mão na frente do corpo e outra mão próxima ao corpo para definir a distância dos dois pedais] tem que medir daqui até chegar nesse daqui.*

Professora: *Tá, mas essa é a distância que você percorreu no chão?*

João: *Não, então tem que medir amanhã [se referindo a trazer a bicicleta no dia seguinte].*

Professora: *Tá, mas nós vamos medir no pedal?*

João: *Sim.*

Professora: *No pedal?*

José: *Não!*

Professora: *Onde, José?*

José: *Assim, empresta a régua. [segura régua e define a posição dos pedais no início e fim da*

régua]. O pedal daqui até aqui você vai medir assim [régua na horizontal]. Ele vai ter que girar [gira a régua para a posição vertical].

Professora: *Tá, e quanto eu andei na rua está medindo aí?*

José: *[pensativo]*

Professora: *Quando o pedal faz esse movimento eu vou medir onde?*

João: *Mede contando, uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete.... [fazendo o movimento com o corpo como se estivesse pedalando].*

Professora: *É?*

José: *[balança os ombros, expressando dúvida].*

Professora: *Amanhã, com a bicicleta a gente consegue ver melhor esta situação né?*

Alunos: *Sim*

Podemos evidenciar que os alunos entenderam que, ao medir a distância dos pedais e contar quantas pedaladas dariam, estariam medindo a distância que estão percorrendo. O problema formulado pela professora promoveu espaço para interpretação e “escolhas no processo de solução” (Bliss & Libertini, 2016, p. 12), ou seja, se configurou como um problema de modelagem.

Com os questionamentos da professora, o aluno José ficou com dúvidas, havendo necessidade de vivenciar a experiência de andar de bicicleta para perceber como obter o espaço percorrido. José produziu signos interpretantes relacionados à ação de manipular o objeto físico – bicicleta – para solucionar o problema de modelagem – objeto da atividade em estudo. Desse modo, “a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos” (Santaella, 2012, p. 8), os alunos produziram signos relativos à estratégia para resolver a situação, via medição da professora. Porém, ainda não estavam certos sobre o que mediriam.

Na aula seguinte, duas bicicletas de alunos foram levadas para a escola. Então, a turma foi dividida em dois grupos com nove alunos cada. Mas antes de cada grupo realizar os procedimentos com as bicicletas, foi promovida uma discussão em sala de aula para perceberem que teriam que medir o espaço que o pneu da bicicleta percorria ao dar uma pedalada. Esta percepção só foi possível ao verem o movimento da pedalada. De acordo com Santaella (2012), a vivência de uma experiência, analisada com questionamentos, mudou o conceito de que a distância dos pedais mede o espaço que a bicicleta percorre ao dar as pedaladas. Na mente do intérprete houve uma ruptura de significado de como medimos o espaço que percorremos ao dar pedaladas. As estratégias planejadas para a coleta de dados possibilitaram evidenciar relações com o problema de modelagem.

Para a coleta de dados, os alunos foram até o pátio da escola. Cada grupo com uma bicicleta iniciou a coleta, medindo o comprimento da circunferência do pneu, com auxílio de barbante e trena (Figura 2).



Figura 2. Alunos coletando dados.

De modo a demarcar a distância de uma pedalada, marcaram com giz a posição inicial do pneu, deram uma pedalada e marcaram a posição em que o pneu parou. Dessa forma, conseguiram medir o espaço percorrido por uma pedalada.

Considerando a aula de matemática, ao retornarem à sala de aula, a professora definiu conceitos matemáticos referentes a círculo e circunferência. Os alunos construíram novos signos para as formas que eles já conheciam, por meio de relação do que se conhece com o que este representa (Santaella, 2007), construindo conceitos na mente do intérprete com relação aos objetos matemáticos círculo e circunferência.

Com a medida da distância percorrida com uma pedalada (229 cm), os alunos definiram hipóteses para calcular a quantidade de pedaladas, além disso, consideraram um percurso plano e manter uma marcha na bicicleta.

Para responder o problema, os alunos fizeram transformações de medidas (deixaram tudo em centímetros ou tudo em metros) e realizaram a divisão da distância de suas residências até a escola. No caso de Tati, cuja distância da casa até a escola é de 232,14 m, ela teria de dar cerca de 101 pedaladas (Figura 3). O modelo matemático foi revelado por meio da linguagem simbólica conhecida pelos alunos dos anos iniciais (Tortola, 2016), ou seja, a estrutura matemática que subsidiou a solução do problema de modelagem foi representada por meio do algoritmo da divisão.

Distância da minha casa até a Escola: 232,14 m

$$\begin{array}{r} 232,14 \overline{) 229} \\ \underline{229} \\ 031 \\ \underline{00} \\ 314 \\ \underline{229} \\ 085 \end{array}$$

R= Vou pedalar 101 vezes até chegar à minha casa

Figura 3. Solução para o problema de modelagem.

A professora sugeriu aos alunos para que verificassem se, de fato, a quantidade de pedaladas calculada seria a necessária para executarem o percurso, como forma de validação dos resultados.

Considerações finais

Nesta atividade de modelagem matemática, evidenciamos as estratégias para a solução de um problema mediada por signos produzidos pelos alunos, sob orientação da professora e que estavam relacionados ao problema, às hipóteses construídas para a dedução de um modelo matemático e para a matemática utilizada.

Ao lançar um problema formulado, a professora convida os alunos a se envolverem com a atividade de modelagem e configurar um problema de modelagem em que estratégias para solucioná-lo foram requeridas. Inicialmente, para o levantamento de hipóteses, utilizaram signos que conheciam sobre pedaladas, todavia elas foram refutadas visto que o espaço percorrido estava associado à distância demarcada pelo pneu da bicicleta utilizada e não entre as posições dos pedais.

Defronte dos dados coletados empiricamente, os alunos utilizaram estratégias para responder, matematicamente, o problema de modelagem – algoritmo da divisão. Para isso, realizaram transformações nas unidades de medida, abarcando conhecimentos já construídos em outros momentos da disciplina, mas que foram retomados pela professora, como círculo e circunferência.

De acordo com English (2010), a implementação da modelagem matemática na sala de aula, propicia aos alunos experiências valiosas, partindo de suas vivências que são discutidas e analisadas para a construção de novos conceitos. Os alunos do 5º ano, utilizando a bicicleta, vivenciaram analisar o que correspondia à distância de uma pedalada com o comprimento da circunferência do pneu obtido com a ajuda de barbante e trena, realizaram a operação de divisão e chegaram à uma solução para o problema. A validação da solução foi sugerida pela professora como uma possibilidade de análise empírica, considerando a contagem de pedaladas no trajeto da casa do aluno até à escola.

Referências

- Almeida, L. W., y Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*, São Paulo: Contexto.
- Bliss, K., y Libertini, J. (2006). What is Mathematical Modeling? En S. Garfunkel, y M. Montgomery. *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia.
- Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília.
- Dörner, D. (1976). *Problemlösen als Informationsverarbeitung*. Kohlhammer: Stuttgart.
- Elfringhoff, M. S., y Schukajlow, S. (2021). What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante*, 30(1), 8-30.
- English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. En R. Lesha et al. (Eds.). *Modeling students' mathematical modeling competencies*. (pp. 287-300). Springer: New York, London.
- Hartman, H. J. (2001). Developing students' metacognitive knowledge and skills. En H. J. Hartman (Ed.). *Metacognition in learning and instruction*. (pp. 33-68). Dordrecht: Springer Neuropsychology and Cognition.
- Niss, M., y Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. London, New York: Routledge.
- Peirce, C. S. (1972). *Semiótica e filosofia: textos escolhidos*. São Paulo: Cultrix.
- Santaella, L. (2007). *Semiótica aplicada*. São Paulo: Thomson Learning.
- Santaella, L. (2008). *O que é semiótica*. 27. reimp. São Paulo: Brasiliense.

- Santaella, L. (2012). *Percepção: fenomenologia, ecologia, semiótica*. São Paulo: Cengage Learning.
- Tortola, E. (2016). *Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil. <https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/configuracoes-de-modelagem-matematica-nos-anos-iniciais-do-ensino-fundamental/>