



Variabilidade estatística: Compreensões de estudantes dos anos iniciais

Érica Michelle S. Cavalcanti

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil - erica_cavalcanti@yahoo.com.br

Gilda Lisbôa Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil - gilda.lguimaraes@gmail.com

Resumo

Esse estudo investigou a compreensão de 48 estudantes do 2º e 5º anos do Ensino Fundamental (7 e 10 anos de idade) a respeito do conceito de variabilidade estatística. Os participantes foram solicitados a responder duas atividades envolvendo interpretação de gráficos e representação de dados. Constatou-se que alguns aspectos da variabilidade foram melhores compreendidos que outros, pois estudantes dos dois anos de escolaridade foram hábeis na explanação da variabilidade (quando os dados foram quantitativos), na representação de frequência nula e na representação de acréscimos. Entretanto, quando precisaram fazer predição a partir da moda os dois grupos de estudantes apresentaram dificuldades. Verificou-se, ainda, um desempenho significativamente superior dos estudantes do 5º ano, em relação aos do 2º, nas questões de: explanação da variabilidade de categorias; localização de ponto máximo; comparação entre pontos; representação da variabilidade e predição a partir do ponto máximo. Com isso pode-se inferir que as experiências vivenciadas pelos estudantes, inclusive com a escolarização oportunizaram tais avanços.

Palavras-chave: Estatística, variabilidade, anos iniciais, gráficos.

Resumen

Este estudio investiga la comprensión de 48 estudiantes de 2º y 5º años de Enseñanza Básica (7 a 10 años de edad) respecto al concepto de variabilidad estadística. Se pidió a los participantes responder a dos actividades relativas a interpretación de gráficos y representación de datos. Se pudo comprobar que algunos aspectos de la variabilidad fueron mejor comprendidos que otros, pues estudiantes de los dos años de escolaridad fueron hábiles en la explicación de la variabilidad (cuando los datos fueron cuantitativos), en la representación de frecuencia nula y de incrementos. Sin embargo, cuando se precisaba hacer predicción a partir de la moda, los dos grupos de estudiantes presentaron dificultades. Se comprobó también, un desempeño significativamente superior de los estudiantes de 5º año, en relación a los de 2º, en las cuestiones de explicación de la variabilidad de categorías; localización del punto máximo; comparación entre puntos; representación de la variabilidad y predicción a partir del punto máximo. Esto permite inferir que las experiencias vivenciadas por los estudiantes, a través de la escolarización propician estos avances.

Palabras clave: Estadística, variabilidad, años iniciales, gráficos.

O conceito de variabilidade estatística

O conceito de variabilidade é essencial à Estatística. Alguns autores diriam mais, que é o coração da Estatística, uma vez que não haveria necessidade desta se os dados não variassem, como argumentou Watson e Kelly (2002b). Apesar da centralidade desse conceito no campo da Estatística, a discussão a respeito do mesmo é bem recente. Reading (2004) afirma que o estudo de Shaughnessy, Watson, Moritz e Reading (1999) foi um dos primeiros trabalhos que tentou compreender, de modo sistemático, o que acontecia com o entendimento de variabilidade dos estudantes. Somente em 2003, no terceiro *Fórum de Pesquisa em Alfabetização, Pensamento e Raciocínio Estatístico* (SRTL-3), o conceito de variabilidade foi o tema central do encontro, assim como, das edições de novembro de 2004 e maio de 2005 do SERJ (*Statistics Education Research Journal*).

Na tentativa de compreender melhor o conceito Reading e Shaughnessy (2004) distinguem variabilidade e variação. Os autores argumentam que variabilidade refere-se à característica da entidade que é observada, propensa a variar ou mudar, enquanto a variação será a descrição ou medida dessa característica.

Garfield e Ben-Zvi (2005) propõem sete componentes para um desenvolvimento profundo do raciocínio de tal conceito. Da proposta dos autores o presente estudo deter-se-á a aspectos de alguns dos componentes, aqui julgados pertinentes de serem explorados com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os aspectos investigados foram aqueles relacionados à descrição da variabilidade, à predição de resultados, à representação da variabilidade (em situações de construção de gráfico) e à reflexão de formas de se reduzir a variabilidade de um conjunto.

Quando se concebe os aspectos da variabilidade como situações diferenciadas, pode-se reportar a Vergnaud (1996) que argumenta a respeito da importância de diferentes situações para a compreensão de um conceito. Isso porque de acordo com o autor no ensino e na aprendizagem um conceito não pode ser reduzido a sua definição, afinal, as situações e problemas a resolver é que permitem que o mesmo adquira sentido para a criança. Vergnaud (1996) argumenta ainda que um conceito é formado por três conjuntos: *S, I, R*.

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência);

I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);

R: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

A partir da proposta de Vergnaud (1996) conclui-se que o desenvolvimento da variabilidade enquanto conceito e a melhor compreensão do mesmo pelos estudantes requerem práticas de ensino que abranjam situações diversas, representações distintas e conhecimento dos invariantes (propriedades) da mesma. Assim como pesquisas que busquem conhecer o conceito de forma mais sistemática.

Desse modo, investigar situações ou aspectos diferenciados a respeito do conceito de variabilidade junto a estudantes em início de escolarização é importante, uma vez que o ensino de conhecimentos estatísticos é uma orientação do currículo escolar brasileiro para o Ensino Fundamental com os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), desde 1997 e pouco se sabe a

respeito das compreensões de estudantes desses anos quanto ao conceito de variabilidade estatística.

A partir do que foi exposto, delineou-se o objetivo do presente estudo, que foi investigar as compreensões apresentadas por estudantes de 2º e 5º anos do Ensino Fundamental a respeito do conceito de variabilidade. Para isso, entrevistou-se 48 (quarenta e oito) estudantes de 2 (duas) escolas públicas municipais do Recife-Brasil, sendo 24 (vinte e quatro) estudantes do 2º ano (entre 7 e 8 anos de idade) do Ensino Fundamental e 24 (vinte e quatro) estudantes do 5º ano (entre 9 e 10 anos de idade). Durante a entrevista utilizou-se uma metodologia que se aproximou do método clínico-piagetiano, uma vez que as justificativas dos estudantes nas atividades foi o interesse maior na pesquisa. Como instrumento de pesquisa utilizou-se duas atividades, uma de interpretação de gráfico de barras e outra de representação de um conjunto de dados. Metade dos estudantes responderam às atividades numa sequência diferente da outra metade. A seguir, apresentam-se ambas as atividades com os resultados encontrados e discussões a respeito das mesmas.

A atividade 1 foi adaptada da pesquisa realizada por Watson e Kelly (2002a), realizada com sete estudantes na faixa etária de seis anos de idade. A mesma teve como objetivo explorar a interpretação de gráficos e a predição de resultados a partir do que o gráfico expõe. As informações comunicadas no gráfico são próximas ao que frequentemente se verifica nos gráficos apresentados pelos livros didáticos, aos quais os estudantes normalmente têm acesso.

O gráfico abaixo mostra os resultados da pesquisa que a professora Patrícia realizou quanto à forma que as crianças de sua turma chegou a escola em um dia.

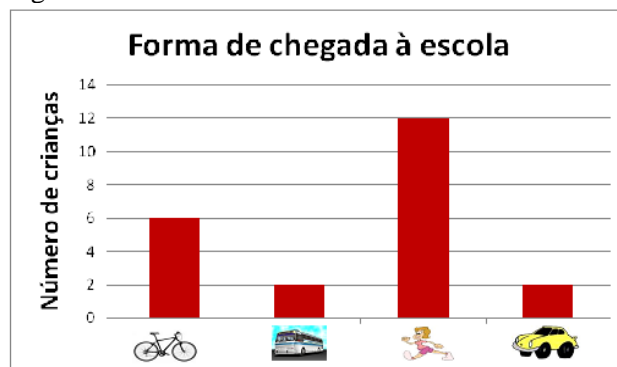


Figura 1. Gráfico apresentado aos estudantes na atividade 1

Q1.1) Você pode dizer como essas crianças chegaram à escola nesse dia? A forma de chegada variou de uma criança para outra? (*explicação da variabilidade de dados*)

Q1.2) Qual o meio de transporte mais utilizado por essas crianças nesse dia? (*Localização de ponto máximo*)

Q1.3) Considerando o gráfico, como você pensa que uma nova criança chegaria à escola? (*predição a partir da moda*)

Q1.4) Quantos a mais chegaram caminhando que de ônibus? (*comparação entre dois pontos*)

Q1.5) Se tivesse ocorrido, nesse dia, uma greve de ônibus, mas essas crianças tinham que ir à escola, não podiam faltar. O que precisaríamos mudar no gráfico (como ele ficaria)? (*manipulação das barras*)

A atividade 1 explora distintos aspectos da variabilidade de dados. A primeira questão (Q1.1) requeria dos estudantes a *explicação da variabilidade* do conjunto de dados. Esperava-se que os estudantes explicitassem que havia uma variabilidade de meios de locomoção apresentados no gráfico, ou seja, a *variabilidade de categorias*. Respostas como “*uma de bicicleta, outro de ônibus, outra a pé e outra de carro*” (S521) demonstram que o estudante percebeu a variabilidade de categorias e, por isso, justificativas do tipo foram consideradas como adequadas. Além dessas, considerou-se como apropriadas respostas que contemplaram não apenas as categorias como também as frequências, por exemplo: “*6 vieram de bicicleta, 2 de ônibus, 12 caminhando e 2 de carro*” (S514). Poucos estudantes foram hábeis em oferecer respostas nesse nível, no 2º ano (8,3%) e no 5º ano (20,8%). Surgiram ainda outros tipos de respostas como não se referir aos elementos representados e apresentando argumentos como o sujeito (S220) que responde “*chegaram trabalhando, escrevendo...*”. Foi frequente entre os estudantes do 2º ano (33,3%) a referência a apenas um elemento do gráfico como, por exemplo, responder que todos vieram de ônibus “*porque acho que o colégio é longe*” (S211). É possível perceber nesse trecho de fala que a vivência do sujeito foi mais relevante que o próprio gráfico para a resposta. Os estudantes do 2º ano não apresentaram uma preocupação em esgotar todas as categorias apresentadas. Quando comparamos esses percentuais, verificou-se uma diferença bastante significativa no desempenho dos dois grupos de sujeitos ($t(46) = 3,93$, $p < 0,001$), uma vez que 79% dos estudantes do 5º ano e 29% dos estudantes do 2º ano responderam adequadamente a essa questão.

A segunda questão (Q1.2) buscava investigar a compreensão dos estudantes sobre moda e a forma de chegada *caminhando* seria aquela considerada adequada. Contudo, obteve-se um baixo percentual (41,7%) de sujeitos no 2º ano escolhendo tal categoria. Essa constatação se agrava quando se verifica, a partir das justificativas, que desses 41,7% apenas 29,2% realmente compreenderam a questão. Isso porque os outros 12,5% escolheram *caminhando* argumentando “*Andando, porque muita gente não pega carro*” (S203), o que é um fato comum no cotidiano desses sujeitos, entretanto, as informações apresentadas no gráfico não foram levadas em consideração. Entre os estudantes do 5º ano equívocos desse tipo também ocorreram. Porém, dos 79,2% que citaram a barra *caminhando* 66,7% justificaram adequadamente sua escolha, como o estudante que aponta para a barra *caminhando* e afirma: “*Porque passa de todo mundo*” (S221). Comparando o desempenho dos dois grupos de estudantes, constatou-se que os sujeitos do 5º ano foram mais hábeis na leitura do ponto máximo no gráfico do que os sujeitos do 2º ano ($t(46) = 2,75$, $p = 0,009$). Dentre os que escolheram outro meio de locomoção que não *caminhando*, um número expressivo de estudantes, principalmente no 2º ano, citaram *ônibus*. A opção pelo *ônibus* como forma mais utilizada, contrariando as informações do gráfico, esteve relacionada com outros fatores que não o tamanho das barras no gráfico ou frequência expressada na escala, os que optaram pelo mesmo justificaram: “*ônibus porque cabe mais gente*” (S205).

A terceira questão (Q1.3) requeria dos estudantes a habilidade de *predição a partir da moda*. Apesar da diferença de desempenho entre os grupos de estudantes não houve diferença significativa entre os grupos ($t(46)=1,41$, $p = 0,16$). Considerou-se como justificativas que indicaram compreensão da *moda*, enquanto medida que subsidiou a predição, respostas como: “*De pé, por que a maioria veio de pé*” (S502). Contudo, apenas 16,7% dos estudantes do 5º ano deram esse tipo de resposta e no 2º ano esse índice baixou para 4,2%. Desse modo, constatou-se que mesmo os estudantes percebendo a moda, eles não utilizaram essa informação para fazer as predições. Novamente encontramos respostas como “*acho que a pé porque muita gente não tem*

carro, nem bicicleta...” (S508) que evidenciam claramente respostas mais comprometidas com suas vivências. ou imaginação do que preocupadas em considerar os dados representados no gráfico.

Ao se comparar o desempenho dos estudantes nessa questão (Q1.3) com a questão anterior (Q1.2), percebeu-se que os sujeitos que ofereceram uma resposta adequada na Q1.3 (predição a partir da *moda*) fizeram o mesmo na Q1.2 (identificação da *moda*). Isso significa que poucos estudantes foram hábeis não apenas em encontrar a *moda* como também em refletir a respeito da mesma. Por outro lado, pode-se concluir que nem sempre habilidade em perceber a *moda*, tarefa amplamente explorada pelos livros didáticos e por professores dos anos iniciais quando se trabalha com leituras de gráficos, possibilita que os estudantes reflitam sobre os dados para fazer predições.

A quarta questão (Q1.4) propunha a *comparação entre dois pontos*, na qual os estudantes precisariam expressar quanto variou, ou seja, uma medida. Tal tarefa mostrou-se difícil, assim como a atividade anterior, principalmente para os estudantes do 2º ano, pois nesse último nenhum estudante acertou. Quanto aos estudantes do 5º ano, 37,5% dos mesmos acertaram a questão. A diferença de desempenho entre os grupos foi significativa ($t(46) = 3,71$, $p = 0,001$). Assim, medir variação parece ser uma atividade trabalhada na escola, mesmo que de modo não sistemático ou, ainda, que sujeitos do 5º ano podem estar generalizando conhecimentos construídos em outros eixos da Matemática. Foram encontrados diferentes tipos de resposta, entretanto, apenas dois deles podem ser considerados como adequados. Um deles foi quando os estudantes ofereceram o valor correto, ou seja, expressaram a diferença entre as barras (20,8%), a partir da compreensão da escala utilizada no gráfico, o que só ocorreu entre estudantes do 5º ano. Já o outro tipo foi quando os estudantes apontaram a diferença entre as barras, mas demonstraram não compreender a escala (16,7%), uma vez que suas respostas basearam-se na diferença das linhas de grade. Esse tipo de resposta também foi constatado apenas entre estudantes do 5º ano. Em ambos os tipos de respostas a proposta da questão foi compreendida, uma vez que um valor da medida de variação foi exposto.

A quinta questão (Q1.5) envolvia a habilidade de manipulação das barras, a partir do momento que se propunha a retirada de uma categoria, diminuindo a variabilidade no conjunto. A maioria dos estudantes, de ambos os grupos, aceitaram propor caminhos alternativos para o problema apresentado aos mesmos. Então, se o ônibus não podia ser utilizado naquele dia (uma barra foi eliminada), um ou mais caminhos alternativos foram citados (uma ou mais barras foram apontadas) pelos estudantes. Justificativas como *“Iam ter que ir a pé...”* (S501) e ainda *“Vai ficar sem criança (aponta p a barra ônibus) e vinham de carro”* (S516) revelam a escolha de uma entre as formas dispostas no gráfico. O primeiro trecho de fala evidencia a opção pela forma (barra) *caminhando* e o segundo trecho a opção por outra forma (barra). A distinção realizada entre a escolha da forma *caminhando* e as demais foi necessária, uma vez que verificou-se um alto percentual de estudantes tanto no 2º ano (37,5%), quanto no 5º ano (41,7%) citando *caminhando* como a forma que poderia estar sendo utilizada já que o ônibus estava em greve. Ainda foi possível encontrar respostas que buscaram oferecer mais de uma opção para o problema proposto, como o sujeito (S509) que afirma: *“Podiam vir de bicicleta ou a pé”*. Após a descrição das respostas oferecidas pelos estudantes para questão (Q1.5) realizada, reflexões a respeito do real objetivo da mesma tornam-se necessárias. A partir dos trechos de fala evidenciados acima, pode-se argumentar que dentre as respostas dos estudantes para a Q1.5

considerar adequações ou não é problemático, uma vez que não foi possível obter um mínimo de garantia de que os estudantes estivessem realizando algum tipo de leitura do gráfico ou simplesmente baseando suas escolhas em fatos vivenciados por eles no cotidiano. Essa discussão será retomada no tópico a seguir.

Discussão da atividade 1

Como já explicitado na metodologia, a atividade 1 foi elaborada por Watson e Kelly (2002a) e adaptada no presente estudo, o que torna possível a comparação dos resultados descritos acima com aqueles encontrados por tais autores. Entretanto, sabe-se que é importante respeitar as especificidades de cada estudo. A pesquisa realizada por Watson e Kelly (2002a), por exemplo, contou com apenas 7 (sete) sujeitos, os quais durante a atividade precisaram de ajuda na leitura da escala no gráfico utilizado. Aqui, entende-se que tal ajuda seria um direcionamento que geraria respostas diferentes daquelas que os estudantes poderiam estar oferecendo espontaneamente. Desse modo, optou-se por não fazê-lo. Essa opção, por outro lado, acarretou menores possibilidades de comparação. Abaixo, discute-se as questões da atividade 1 possíveis de serem relacionadas com estudos anteriores.

Para a questão (Q1.2) que requeria a leitura do ponto máximo no gráfico, os resultados revelam um baixo percentual (29,2%) de adequação da resposta entre os estudantes do 2º ano, estando os estudantes do 5º ano com um índice significativamente melhor. O baixo percentual no desempenho do 2º ano contradiz o estudo de Watson e Kelly (2002a) com crianças de faixa etária aproximada (seis anos), no qual todos os estudantes localizaram o ponto máximo ou *moda*. Entretanto, salienta-se que esses sujeitos contaram com ajuda na leitura da escala do gráfico, o que se optou, aqui, por não fazer.

Já a questão de predição a partir da moda (Q1.3), mostrou-se uma questão de difícil compreensão tanto nos resultados do presente estudo quanto nos resultados dos autores citados. Em ambas as pesquisas, os estudantes que não utilizaram o gráfico para predizer contaram histórias imaginativas ou baseadas em suas vivências. Como em outras atividades a habilidade de predição (a partir do ponto máximo, assim como da tendência do gráfico) também foi testada, essa discussão será retomada mais adiante.

Quanto à questão de comparação entre dois pontos no gráfico (Q1.4), na qual se expressa com um valor a variação entre duas barras, mostrou-se difícil para os dois grupos de estudantes, como já discutido anteriormente. Os sujeitos do 5º ano obtiveram um desempenho significativamente melhor que os do 2º ano (no qual não houve acerto). Entretanto, os resultados de Watson e Kelly (2002a) são bem diferentes, uma vez que cinco dos sete estudantes (na faixa etária de seis anos) solucionaram o problema proposto. Entretanto, as crianças de Watson e Kelly (2002a) obtiveram ajuda com a leitura da escala, uma explicação possível pode advir de tal orientação, o que merece maiores investigações. Os dados dos autores citados diferem não apenas aqui como também daqueles alcançados por Guimarães (2002). Mas, como argumenta Guimarães (2002), pequenas intervenções foram suficientes para que estudantes de 4º ano compreendessem a tarefa. Isso indica o quanto a escola pode contribuir para a aprendizagem.

Por último, tem-se a questão de *manipulação das barras* (Q1.5) na qual a proposta era reduzir a variabilidade de um conjunto a partir da retirada de uma categoria. A proposta era que os estudantes buscassem caminhos alternativos de modo que conservassem a quantidade total de crianças no gráfico. Verificou-se nos resultados da questão, que sugerir opções para aquelas

crianças que não poderiam utilizar o ônibus foi uma tarefa fácil. Afinal, a maioria dos estudantes de ambos os grupos citaram uma ou mais alternativas para se chegar à escola. O mesmo aconteceu com os sujeitos da pesquisa realizada por Watson e Kelly (2002a). Entretanto, cabe a reflexão a respeito da possibilidade de que os estudantes quando optaram por uma ou mais formas de se chegar à escola não estivessem fazendo uma leitura do gráfico, no sentido de distribuir a frequência de crianças que não poderiam utilizar o ônibus (duas no caso) nas demais barras. Afinal, os estudantes poderiam estar respondendo de acordo com suas experiências apenas. Acredita-se que na proposta da questão a leitura da frequência e distribuição da mesma pelos estudantes deveriam ter sido exploradas para que se pudesse avaliar com maiores subsídios a habilidade dos sujeitos em conservar a quantidade total no gráfico ao se reduzir categorias e consequentemente a variabilidade do conjunto.

Atividade 2

A atividade 2, adaptada de Watson (2009), ressalta a construção de gráfico como forma de representar a variabilidade de dados. Como na tarefa anterior, questões de interpretação também são exploradas, entretanto, na segunda atividade isso ocorre a partir das construções dos próprios estudantes.

Temos aqui vários cartões. Uns representam crianças e outros representam livros lidos por elas. (Explicitou-se as seguintes informações: Ana leu 4 livros; Daniel leu 1; Luíza leu 6; Bruno leu 3. Foram disponibilizados para os estudantes 18 cartões, 14 representando livros lidos e 4 representando as crianças leitoras) (disponibilizava-se os cartões para o sujeito)

Q2.1) Você pode usar esses cartões para mostrar essas informações? (*Representação da variabilidade*)

Q2.2) Se alguém entrar na sala e observar a figura que você fez o que (ela ou a criança) poderia dizer da leitura de livros por essas crianças? Como a pessoa poderia descrever a figura? (*Explicação da variabilidade*)

Q2.3) Você sabe o que é um gráfico? Você pode organizar um com esses cartões? (para as crianças que não fizeram um gráfico)

Q2.4) (Apresentar mais um cartão representando uma nova criança) Suponha que Henrique não leu nenhum livro. Você pode mostrar na sua figura que ele não leu livros? (*Representação de ausência de variabilidade*)

Q2.5) (Apresentar mais cinco cartões representando livros lidos) Agora, suponha que todos foram à biblioteca e leram mais um livro cada um. Você pode mudar sua figura para mostrar que todos eles leram mais um livro? (*Representação de acréscimos*)

Q2.6) Quem você acha que provavelmente gostaria de receber um livro no Natal? Por que você pensa isso? (*Predição a partir do ponto máximo*)

Assim, iniciou-se a primeira questão (Q2.1) solicitando que os estudantes representassem uma figura que mostrasse a quantidade de livros lidos por quatro crianças. Procurou-se esclarecer que a figura construída por eles fosse auto-explicativa, ou seja, apenas olhando qualquer pessoa poderia saber a quantidade de livros que cada criança leu. Para isso, os estudantes foram informados, logo de início, que uma foto da representação criada seria mostrada a outra pessoa para ela saber as quantidades de livros lidos por cada criança. Três tipos de respostas foram considerados adequados, uma vez que as representações criadas em tais casos permitiram a expressão do critério mínimo proposto, que foi saber a quantidade de livros que cada criança leu sem a necessidade de manipulação dos cartões na contagem. Adequações das representações quanto à proposta da tarefa foram mais frequentes entre os sujeitos do 5º ano (70,8%) do que entre os do 2º ano (33,3%). Isso significa que para os estudantes do 5º ano essa foi uma atividade

fácil, pois a maioria compreendeu. Constatou-se uma diferença significativa ($t(46) = 2,75$, $p = 0,009$) no desempenho entre os grupos de estudantes.

A análise mais detalhada dos tipos de respostas revela que surgiram tipos de respostas, nos quais não se atendeu a necessidade de mostrar a variabilidade de livros lidos por crianças, sem manipulação dos cartões. Houve o tipo de resposta menos elaborado, de acordo com a proposta da questão, que foi a disposição dos cartões sobre a mesa sem qualquer correspondência entre quantidade de livros lidos e crianças (Figura 2). A exposição dos cartões de modo misturado foi realizada por 25% dos estudantes do 2º ano e apenas 8,3% estudantes do 5º. Um percentual alto de estudantes do 2º ano (41,7%) organizou os cartões em grupos, cujos cartões também não podiam ser contados sem manuseá-los, pois formaram pilhas (Figura 3), no 5º ano o percentual foi de 20,8%.



Figura 2. Exemplo de exposição de cartões misturados (S217)



Figura 3. Exemplo de organização de cartões em pilhas (S210)

Quanto aos tipos de respostas apropriados, apenas 8,3% dos estudantes do 2º ano e no 5º ano 20,8% organizaram os cartões em grupos que podiam ser contados, conforme Figura 4. Um tipo de resposta julgada mais elaborada que essa foi a organização dos cartões em filas (Figura 5), pois admite não apenas a contagem como também facilita comparações entre quantidades. A organização em filas apareceu na mesma frequência para os dois anos, 25%. Finalmente, houve aquele tipo de representação que além de permitir contagens e comparações em filas, utilizou a mesma base para as filas (Figura 6). Essa representação foi denominada pictograma, configuração que se aproxima do gráfico de barras e aconteceu apenas entre estudantes do 5º ano (25%).



Figura 4. Exemplo de organização em grupos que podiam ser contados (S518)



Figura 5. Exemplo de organização dos cartões em filas (S220)



Figura 6: Exemplo de organização de pictograma (S512)

A segunda questão (Q2.2) da atividade 2, como na atividade 1, também explorou a habilidade dos estudantes na *explanação da variabilidade*. Aqui, entretanto, fatores diversos determinaram outros tipos de respostas e índices maiores no percentual de justificativas consideradas adequadas. Das respostas oferecidas pelos estudantes, no 2º ano 79,2% foram analisadas como apropriadas dentro das possibilidades da questão e no 5º ano esse número foi altíssimo, uma vez que 95,8% dos sujeitos justificaram partindo de uma percepção mínima dos dados representados. A diferença de desempenho entre os grupos não foi significativa ($t(46) = 1,76$, $p = 0,084$). Um tipo de resposta, pouco frequente, porém presente nos dois grupos (12,5% no 2º ano e 4,2% no 5º ano) foi o estudante não responder à questão, justificando que não sabia. Observou-se que 8,3% dos estudantes do 2º ano expressaram uma opinião sobre uma das crianças, como o sujeito que aponta para o cartão representando *Daniel* e responde: “*Ele é comportado*” (S218). O tipo de resposta predominante, no 2º ano (41,7%) e principalmente no 5º ano (62,5%) foi a valorização das crianças representadas nos cartões enquanto leitoras. A resposta do sujeito (S510) “*são legais, inteligentes e se interessam pelas coisas*”, como exemplo, evidencia que apesar da maioria dos estudantes (52,1%) não expressarem claramente em suas falas comparações (quantificando ou não) entre os dados representados, os mesmos foram coerentes com a questão, uma vez que a mesma requeria a opinião deles. De fato, ressaltar que existiam várias crianças leitoras é importante e desejado pelos educadores.

As respostas que demonstraram leitura do ponto máximo foram consideradas adequadas, pois essa era também uma possibilidade de resposta. De fato, essa questão foi um tanto vaga, então diferentes respostas podem ser consideradas corretas. O foco no ponto máximo foi pouco frequente entre os dois grupos de sujeitos, no 2º ano 8,3% e no 5º ano, 4,2%, como por exemplo: “*Essa daqui (aponta para Luiza). Ela leu mais!*” (S222). Finalmente, a descrição das quantidades foi realizada por 29,2% dos estudantes de ambos os grupos. Um exemplo desse tipo de resposta pode ser: “*Luiza pegou a maior quantidade de livros, Ana um pouco da metade, Bruno quase metade...*” (S520). Considerou-se a ação de descrever as quantidades como um tipo mais elaborado de resposta. Tal descrição revelou uma preocupação com o conjunto de dados como um todo durante a explanação, não apenas com o ponto (categoria) de maior frequência, mesmo que se concorde que para a leitura do ponto máximo foi necessário realizar comparações entre os dados.

Na terceira questão (Q2.3), o que se pretendia era a obtenção de maiores esclarecimentos a respeito da representação da quantidade de livros lidos no formato de pictograma. A dúvida era: Os estudantes que não construíram pictograma, não conheciam gráficos ou escolheram não utilizar esse tipo de representação? Para isso, questionou-se: *Você sabe o que é um gráfico?* Constatou-se que três sujeitos do 5º ano refizeram suas figuras e construíram pictograma,

totalizando 9 construções desse tipo. O percentual de estudantes que criaram pictograma subiu de 25% para 37,5%. Os demais sujeitos responderam que não sabiam o que era gráfico.

A quarta questão (Q2.4) requeria dos estudantes a modificação de suas construções a partir da aceitação ou não da frequência nula na representação. Para atender ao objetivo da questão, a seguinte pergunta foi proposta aos estudantes: “*Henrique não leu nenhum livro. Você pode mostrar que ele não leu livro algum?*” (*Representação de ausência de frequência*). Nos dois grupos, a maioria dos estudantes aceitou incluir *Henrique* na figura, no 2º ano 66,7% concordaram com essa possibilidade e no 5º ano 70,8%. Não houve diferença significativa entre os grupos ($t(46) = 0,30$, $p = 0,76$).

A quinta questão (Q2.5) também solicitava que os estudantes modificassem a representação construída. Porém, na Q2.5 a proposta foi que os estudantes acrescentassem um livro lido para cada criança representada. Dos tipos de respostas, considerou-se como apropriado apenas aquele em que os estudantes acrescentaram um livro para cada leitor. Essa mostrou-se uma tarefa fácil, principalmente para os estudantes do 5º ano, cujo desempenho foi de 83,3% na adequação da resposta. Os estudantes do 2º ano conseguiram uma frequência de 62,5% para esse tipo de resposta, não sendo significativa a diferença ($t(46) = 1,63$, $p = 0,109$) entre os dois grupos de sujeitos. A Figura 7, a seguir, evidencia a distribuição de cinco cartões (representando livros) entre cinco crianças, inclusive *Henrique*, o qual não tinha lido nenhum livro, como proposto na questão anterior.

Ainda foi possível encontrar aqueles estudantes que receberam os cartões representando livros, contudo, não concordaram em acrescentar para todos os leitores. Esse tipo de resposta foi pouco frequente, porém presente entre os dois grupos de sujeitos (4,2% no 2º ano e 12,5% no 5º ano). Algumas crianças não acrescentaram livros à criança que leu mais, pois não acreditaram ser “justo” dar mais um livro para quem já tinha lido tantos. Desse modo, manipularam os cartões de acordo com suas crenças, acarretando uma diminuição na variabilidade de livros lidos, uma vez que a distância entre as frequências diminuiu sensivelmente.



Figura 7. Exemplo de representação que considera frequência nula e faz acréscimo (S509).

Ainda na Q2.5, observou-se outros tipos de respostas constatadas apenas entre estudantes do 2º ano. Foram os tipos em que os sujeitos seguraram os cartões e não fizeram a distribuição (16,7%) ou afirmaram não saber fazer (4,2%). Em ambos os casos, a questão não foi compreendida pelos sujeitos.

A sexta questão (Q2.6) requeria dos estudantes predição a partir do ponto máximo na figura representada pelos mesmos. No 5º ano, 50% dos estudantes escolheram aquela criança que tinha lido mais. Contudo, no 2º ano esse percentual foi bem inferior (20,8%), o que ocasionou uma diferença significativa entre os dois grupos ($t(46) = 2,17$, $p = 0,035$). A justificativa “*Luiza*

porque gosta de ler. Leu 6” (S216), é um exemplo de resposta apropriada para a Q2.6, que demonstra habilidade em prever resultados a partir dos dados representados. Entretanto, encontramos respostas em que estudantes escolheram a criança que leu menos (29,2% no 2º ano e 37,5% no 5º ano). Como exemplo, expõe-se a resposta: “*Henrique porque só tem um*” (S221). Está claro que os estudantes que escolheram a criança que leu menos compreendeu os dados, pois foram capazes de fazer comparações entre os mesmos. Porém, tais respostas também indicam que para esses estudantes mais relevante em suas predições que compreender os dados e fazer predições a partir dos mesmos foi a oportunidade de transformá-los de acordo com suas crenças. Isto é, esses sujeitos, talvez por uma questão de “justiça”, concordaram que o estudante que leu menos é que gostaria de receber um livro de presente. Mais uma vez estudantes ao tomarem esse tipo de decisão tenderam a diminuir a variabilidade na quantidade de livros lidos, como na questão anterior.

Por último, houve o tipo de resposta em que os estudantes não se preocuparam em fazer uma leitura dos dados, no sentido de compará-los para realizar predições. Esse foi o tipo mais comum entre os estudantes do 2º ano, metade (50%) ofereceu respostas como “*Ana porque tá mais séria*” (S503). Percebe-se no trecho de fala que crenças e vivências parecem orientar as decisões de tais sujeitos, pois acreditam que uma pessoa séria é que provavelmente gostaria de receber um livro como presente. No 5º ano a escolha de um leitor qualquer como resposta também foi realizada, contudo, foi pouco frequente (12,5%).

Discussão da atividade 2

A Q2.1, na qual se requeria a representação da variabilidade de livros lidos, no presente estudos sujeitos do 5º ano obtiveram um desempenho significativamente melhor que os sujeitos do 2º ano, o que foi encontrado também por Watson e Kelly (2002a).

No estudo citado um sujeito representou a quantidade de livros de modo que não poderia ser contado (em pilhas). Nós consideramos esse tipo de resposta inadequada uma vez que a questão solicitou a leitura de uma foto, conforme instrução oferecida e não a manipulação dos cartões. Esse tipo de resposta foi frequente (41,7%) entre os estudantes do 2º ano. No 2º ano 8,3% formaram grupos e 25% formaram filas. Essas respostas também foram encontradas por Watson e Kelly (2002a). No presente estudo estudantes apenas do 5º ano organizaram os cartões em colunas (entendido aqui como pictograma) o que também foi realizado pelos sujeitos do estudo de referencia. Uma explicação para esse fato pode ser o questionamento por parte dos autores citados a respeito da quantidade total de livros do conjunto, o que pode ter levado os mesmos a refletirem sobre a representação criada por eles. Acredita-se que quando os sujeitos na pesquisa são estimulados a refletirem a respeito de suas construções tem-se um processo de ensino, o que torna o estudo uma pesquisa de intervenção. Esse não foi o objetivo do atual estudo, caracterizado por um processo de diagnose. Assim, optou-se por evitar questões que pudessem interferir de modo direto nas respostas dos estudantes.

As demais questões da atividade 2 não permitem uma discussão mais profunda de seus resultados com a literatura utilizada como base, uma vez que nos estudos anteriores não foram analisadas individualmente, porém como um todo. Apenas a Q2.6 permite comparação, pois Watson e Kelly (2002a) afirmaram que predizer quem gostaria de receber um livro de presente no Natal (*predição a partir do ponto máximo*) foi fácil, já que os sujeitos escolheram aquela criança que leu mais. Diferente dos resultados dos autores citados, no presente estudo outros

tipos de respostas foram encontrados para a questão e a resposta considerada adequada foi constatada com metade dos alunos do 5º ano e com apenas 20,8% dos estudantes do 2º ano, entretanto, não oferecemos instruções a respeito da leitura de escala como no estudo citado.

Finalmente, é importante ressaltar que não se verificou diferenças expressivas no desempenho dos estudantes em função da ordem de apresentação das atividades (construir/interpretar) para os dois anos estudados.

Conclusões

Os resultados apresentados permitem que se conclua que dos diversos aspectos do conceito de variabilidade explorados no atual estudo a partir das diferentes questões, os estudantes do 5º ano obtiveram um desempenho significativamente superior ao dos estudantes do 2º ano na maioria delas. Com isso pode-se inferir que as experiências vivenciadas pelos estudantes, inclusive com a escolarização oportunizaram tais avanços. Outras questões foram facilmente compreendidas pelos dois grupos (explicação da variabilidade quando os dados foram quantitativos; representação de frequência nula e representação de acréscimos). Já a predição a partir da moda foi difícil para todos, o que faz com que se acredite que esses estudantes, principalmente os do 5º ano, são hábeis em localizar ponto máximo/moda, entretanto, refletir a respeito da mesma é uma tarefa mais complexa.

Desse modo, ressalta-se a importância que a proposta de Vergnaud (1996) de formação do conceito adquire nesse estudo, pois o reconhecimento da formação do conceito de variabilidade (diferentes situações, diferentes representações e diferentes invariantes) e a relação desse com outros conceitos poderá contribuir para avanços na pesquisa e no ensino da variabilidade, assim como da Estatística, uma vez que tal conceito é essencial a mesma.

Referências

- BRASIL. (1997). Ministério da Educação e do desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª)* Brasília, DF.
- GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, v. 4, n. 1, p. 92-99. <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>.
- GUIMARÃES, G. L. (2002). Interpretando e construindo gráficos de barra. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva), UFPE, Recife.
- READING, C.. (2004). Student description of variation while working with weather data. *Statistics Education Research Journal*, v. 3, n. 2, p. 84-105. <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- SILVA, C. B. (2007) *Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com professores de Matemática*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC-SP, São Paulo.
- VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUM, Jean (org.). *Didáticas das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 3, p. 155-191. (Coleção Horizontes Pedagógicos).
- WATSON, J.; KELLY, B. A. (2002a). Emerging concepts in chance e data. *Australian Journal of Early Childhood*, 27(4), p. 24-28. <http://www.highbeam.com/doc/1G1-95915291.html>
- WATSON, J.; KELLY, B. A. (2002b). Can grade 3 students learn about variation? *Proceedings of the Sixth International Conference on Teachings Statistics*. South Africa. <http://www.stat.auckland.ac.nz/>
- WATSON, Jane (2009). The influence of variation and expectation on the developing awareness of distribution. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), pp 32-61. <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/>