



Sobre o tema de uma atividade de modelagem matemática: uma abordagem com professores em formação continuada

Karina Alessandra Pessoa da **Silva**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Brasil
karinapessoa@utfpr.edu.br

Jader Otavio **Dalto**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Brasil
jaderdalto@utfpr.edu.br

Resumo

De modo a evidenciar o que revelam as considerações relatadas por um grupo de professores sobre o tema de uma atividade de modelagem que desenvolveram como modeladores, neste artigo realizamos uma análise qualitativa de cunho interpretativo fundamentada no quadro teórico da formação de professores em Modelagem Matemática. Considerando as situações de aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem, bem como nas abordagens da modelagem como conteúdo e veículo, evidenciamos que um grupo de professores em formação continuada sugeriram usar ou mesmo adaptar o tema de uma atividade para ser implementado em sala de aula que atuam. De modo geral, as adaptações levam em consideração despertar o interesse dos alunos para com o tema a partir de interpretação da situação, coleta de dados empíricos e outra configuração de encaminhamento.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação continuada de professores; Modelagem Matemática; Aprender por meio da modelagem; Modelagem como veículo; Modelagem como conteúdo; Tema.

Introdução

Para que professores implementem práticas com modelagem matemática em sala de aula, é preciso que conheçam aspectos relativos ao fazer modelagem e métodos apropriados para ensinar

usando modelagem (Almeida & Silva, 2015, Borromeo Ferri, 2018, Malheiros et al., 2020). Esses aspectos, de modo geral, podem ser abordados na formação inicial ou continuada de professores.

Na literatura é crescente o interesse por estudos e pesquisas relativos à formação de professores em modelagem. No entanto, ainda existem desafios no que compete à implementação de práticas com modelagem na sala de aula e defende-se que devam existir espaços para que essas práticas sejam mais discutidas nos cursos de formação de professores (Malheiros et al., 2020).

Almeida & Silva (2015) ponderam que o professor em formação experiencie três situações: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem. Aprender sobre modelagem consiste em conhecer os aportes teóricos relativos a essa tendência da Educação Matemática. Aprender por meio da modelagem matemática diz respeito a desenvolver atividades de modelagem enquanto modeladores. Já ensinar usando modelagem matemática se configura com a implementação de uma ou mais experiências com atividades de modelagem na prática de sala de aula. Essas situações de formação podem dar subsídios aos professores para articularem teoria e prática quando da implementação em uma prática de sala de aula.

Ponderando que professores em formação continuada articulam suas aprendizagens com o contexto da sala de aula em que estão atuando, neste artigo, centramos nossa atenção na questão de pesquisa: O que revelam as considerações relatadas por um grupo de professores sobre o tema de uma atividade de modelagem que desenvolveram como modeladores, ou seja, na situação de aprender por meio da modelagem? Para trazer reflexões sobre essa questão de pesquisa, realizamos uma análise qualitativa de cunho interpretativo sobre as considerações dos professores em formação continuada em uma disciplina de Modelagem Matemática no contexto de um mestrado em ensino de matemática no ano de 2022.

Formação de professores em Modelagem Matemática

Embora existam diferentes configurações e formas de tratar a modelagem matemática na Educação Matemática, Galbraith (2012) indica que, de modo geral, existam duas abordagens com objetivos e perspectivas específicas: modelagem como veículo e modelagem como conteúdo.

Na modelagem como veículo, o foco está em ensinar conteúdos matemáticos. Galbraith (2012, p. 13) afirma que “algumas partes de um processo de modelagem, ou aspectos relacionados à modelagem, são usadas para melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos que formam parte da matemática curricular incluída nos programas”. Na abordagem da modelagem como conteúdo tem-se como objetivo aprender sobre modelagem. Com isso, o foco está em “capacitar os alunos a usar seus conhecimentos matemáticos para resolver problemas reais e que continuem a desenvolver essa habilidade com o tempo” (Galbraith, 2012, p. 13).

As abordagens supracitadas podem se fazer presentes na formação de professores, tanto inicial quanto continuada, de modo a prepará-los para a implementação de práticas com modelagem nos diferentes níveis de escolaridade. Conhecer sobre as diferentes configurações e

modos de resolver problemas e implementar práticas de modelagem são ações que podem ser articuladas à modelagem como conteúdo e como veículo e as três situações de formação em modelagem matemática sugeridas por Almeida & Silva (2015) – aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem.

Conjecturamos que o eixo aprender sobre se aproxima da abordagem da modelagem como conteúdo, em que é discutida a existência de diferentes configurações para caracterizá-la na literatura. O eixo aprender por meio permite articular as duas abordagens – modelagem como veículo e modelagem como conteúdo – visto que os professores desenvolvem atividades de modelagem enquanto modeladores e, com isso, vivenciam aspectos do saber como usar os procedimentos de modelagem e como usar a matemática para resolver os problemas. Já o eixo ensinar usando se aproxima da modelagem como veículo, pois a implementação de práticas de sala de aula tem como objetivo ensinar conteúdos matemáticos.

Uma formação de professores considerando as abordagens abarcadas por Galbraith (2012), seguindo as situações sugeridas por Almeida & Silva (2015), “fornece subsídios para o professor pensar sua prática e conduzir as atividades conforme o contexto escolar em que se encontra” (Almeida & Silva, 2015, p. 15).

Neste artigo lançamos um olhar para o eixo aprender por meio da modelagem em que os professores em formação foram convidados a assumir o papel de modeladores. Com isso, estamos em concordância com Pollak e Garfunkel (2013, p. 8), que professores em formação “devem participar na formulação da situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo idealizado, fazer a matemática na situação idealizada e, em seguida, examinar se os resultados fazem ou não sentido na situação original”.

Aspectos metodológicos

Neste artigo apresentamos resultados parciais de um projeto de pesquisa aprovado no Edital Universal do CNPq de 2021 em que o foco está em ambientes de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. Neste artigo apresentamos uma investigação realizada na disciplina Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino em um mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade federal brasileira no primeiro semestre de 2022 com nove professores. A disciplina, que contou com quatorze encontros de três horas cada, foi organizada segundo as indicações de aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática.

Nos quarto e quinto encontros, após conhecer os aportes teóricos relativos à modelagem matemática na Educação Matemática subsidiados em ciclos de modelagem (Borromeo Ferri, 2018) e compreender que existem diferentes configurações para caracterizar a modelagem na literatura, os professores reunidos em trios desenvolveram atividades de modelagem e relataram o seu aprender sobre modelagem. Os relatos foram gravados em áudio e vídeo com o consentimento deles. Para manter o anonimato, nos referimos aos nove professores como Prof_1, Prof_2, ..., Prof_9.

A análise qualitativa de cunho interpretativo que realizamos da atividade *Parquímetro em Londrina* subsidia nossas argumentações com respeito à questão: O que revelam as considerações relatadas por um grupo de professores sobre o tema de uma atividade de modelagem que desenvolveram como modeladores, ou seja, na situação de aprender por meio da modelagem?

Após desenvolverem a atividade (Figura 1), foi encaminhada uma discussão com toda a turma de modo a viabilizar sua implementação com os alunos da Educação Básica. A partir da análise das transcrições, evidenciamos que as discussões se enveredaram por quatro considerações: adequar ou usar o próprio tema com os alunos; considerar conteúdos matemáticos conhecidos pelos alunos; avançar na abordagem matemática para sistematizar conteúdos matemáticos; auxiliar na matematização.

Neste artigo nos debruçamos na consideração relativa a *adequar ou usar o próprio tema com os alunos*, vislumbrando as assertivas de que o tema “pode despertar o interesse do aluno pela atividade” (Almeida et al., 2012, p. 25).


Descrição e análise da atividade de modelagem matemática desenvolvida

Na atividade *Parquímetro em Londrina*, a professora formadora disponibilizou informações relativas à forma de cobrança do estacionamento rotativo, conforme apresentado na Figura 1.

Segundo dados da CMTU, a Zona Azul de Londrina conta atualmente com 121 parquímetros instalados na cidade, sendo 94 na área central e 27 em diversos outros pontos de Londrina, totalizando 1.900 vagas, sendo 450 na Avenida Bandeirantes, 200 na região do Centro Cívico e 1.250 no quadrilátero central.

O estacionamento rotativo é administrado pelo Instituto Leonardo Murialdo (Epesmel). O serviço funciona de segunda a sexta-feira, das 8h às 18h, e das 9h às 13h aos sábados.

Os valores cobrados são de R\$ 0,85 por meia hora e R\$ 1,70 por hora – limitado a duas horas na mesma vaga. Há tolerância nos 15 minutos iniciais de estacionamento na vaga.



Fonte: Londrix – Portal da região metropolitana de Londrina.

Informações sobre como usar os parquímetros podem ser encontradas em <https://zonaazulepesmel.com.br/como-usar-o-parquimetro/>

Figura 1. Informações sobre a cobrança do estacionamento rotativo.

Os professores, em seus respectivos trios, resolveram a atividade e compartilharam os resultados em uma plenária. Assim que finalizaram a apresentação dos resultados obtidos para o tema investigado e sob o questionamento da professora formadora sobre a possibilidade de desenvolver a atividade em sala de aula, a Prof_5, que não reside em Londrina, sugeriu sondar os

alunos para saber se já viram e fizeram uso desses equipamentos em visita a essa cidade, conforme evidenciado no excerto transcrito a seguir:

Prof_5 [...] lá em Assaí [cidade a cerca de 50 km de Londrina] os alunos que têm mais condições [financeiras], são muito vinculados com Londrina, para médico, para tudo. Então eu acho que... Eu não sei a realidade ali das salas, tem aluno que tem uma condição menos favorecida que eu acho que não vem pra Londrina com frequência. Mas se for numa sala de aula que os alunos conhecem, aí tem que identificar, com eles se já vieram, se já pararam de carro para poder fazer compras ou ir em algum lugar. Na realidade deles, senão fica muito fora, né?

[...]

Professora formadora: [...] Não está próximo da realidade deles, mas a gente pode colocar no sentido de inteirá-los, explicar o que é, mostrar uma foto, né, aqui na atividade tem uma imagem!

Prof_9: Acho que até um vídeo, né?

Professora formadora: Dá para mostrar o vídeo de como que cobra...

A interação com o tema é uma fase do desenvolvimento da atividade que “representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação” (Almeida et al., 2012, p. 15). Os professores pareceram revelar que a ação de inteirar os alunos pode fazer com que eles se interessem pelo tema e por um possível problema a ser investigado. Segundo Elfringhoff e Schukajlow (2021),

“quando os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar e, por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo” (Elfringhoff & Schukajlow, 2021, p. 27).

Os professores entenderam que, com essa configuração de abordagem do tema, os alunos apresentar uma solução para o problema que os próprios professores resolveram enquanto modeladores e que é apresentado na Figura 2.

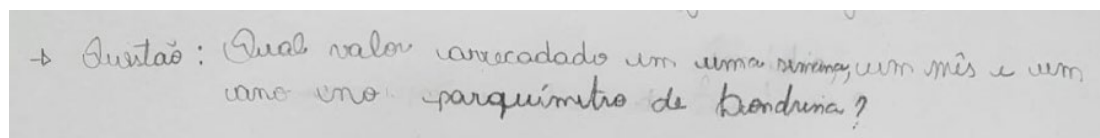


Figura 2. Problema investigado pelos professores.

Além de considerar a mesmas informações das quais tiveram acesso, os professores também sugeriram o uso do tema, porém com adaptações, a partir dos valores cobrados na cidade em que os alunos residem, conforme excerto a seguir:

Prof_7: Eu aplicaria em sala de aula. Porque na cidade que dou aula também tem parquímetro no centro da cidade. Então em uma aula, eu pediria para eles irem lá analisar alguma rua ou algum pedaço ali da cidade, para daí na outra aula, com os dados da minha cidade, a gente desenvolver a atividade. Porque daí o valor muda de lá [se referindo à cidade em que leciona], aí a quantidade que tem também muda [se referindo ao valor obtido nos parquímetros]

Professora formadora: Na sua cidade tem parquímetro também?

Prof_7: Tem, na que eu dou aula tem.

A solicitação de uma coleta de dados empíricos pode ser uma ação a ser considerada para inserir os alunos na atividade de modelagem, permitindo inclusive um avanço na discussão a partir de uma localidade da cidade sob a dinâmica da cobrança do estacionamento rotativo, a partir das informações que têm acesso, de modo a “descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas [...] e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões” (Almeida et al., 2012, p. 16). Os procedimentos e as estratégias para a coleta empírica podem ser delineados em conjunto de modo que os dados sejam suficientes para o que se pretende investigar.

Considerando a dinâmica da cobrança pelo estacionamento rotativo, mas sem a presença de parquímetro com um viés de projeção de como seria a arrecadação, os professores também sugeriram adaptar o tema, conforme transcrição a seguir:

Prof_8: Eu achei bem bacana uma resolução simples, sabe, que dá pra gente aplicar né, no Ensino Fundamental.

Prof_3: É, e trazer diferentes, né, abordagens de discussão. Pela realidade que a gente tem lá em Apucarana [cidade a cerca de 60 km de Londrina] e é um movimento danado! Os alunos podem até mesmo fazer uma análise no local mesmo. Ali na nossa Catedral que é um movimento maior de gente. Bem legal! [...]

Prof_8: É, e eles poderiam fazer uma análise “Ah, quanto que é por meio período?”, por exemplo. Ficar lá a manhã toda analisando, ou um dia inteiro.

[...]

Prof_9: E acredito que daria, por exemplo, para usar essa ideia em volta da igreja que tem alguns estacionamentos, não sei a cidade de vocês... Eu digo com relação à minha que tem as vagas. Pensando assim, que num dia festivo o pessoal precisa parar ali rapidinho.

[...]

Prof_7: Mas na frente da escola, dá pra gente analisar os carros dos professores mesmo.

A sugestão da coleta *in loco* permite que os alunos produzam os dados a serem utilizados para uma possível cobrança para manter o carro estacionado em uma região movimentada da cidade cuja instalação de parquímetros permitiram uma maior rotatividade de veículos estacionados a partir de vagas demarcadas ao redor da localidade. Porém, as adaptações sugeridas pelos professores também levaram em consideração a possibilidade de os alunos realizarem estimativas quando não há marcação da vaga para estacionar:

Prof_3: E tem marcação de separação de vagas? [...] Pra saber quantos carros vai caber por quarteirão pra gente poder fazer a partir disso uma estimativa do que geraria?

Professora formadora: É, de quantos carros conseguem estacionar?

Prof_3: Isso, em média!

Prof_1: Isso, e o carro ocupa o espaço. Então isso dá pra pesquisar também, qual o espaço que é destinado para um carro estacionar. [...]

Prof_7: E aquelas vagas que a gente estaciona...

Prof_3: Inclinação né? [...] Então, qual seria a melhor possibilidade para arrecadar mais, se tem o espaço pro carro passar, porque será que lá na minha cidade vai ter? Não necessariamente...

Professora formadora: Até na inclinação, né, do carro. O carro pode estacionar em vagas com marcação inclinada.

Prof_3: Para calcular o ângulo daí, né?

Neste sentido, o tema abarcado na situação do aprender por meio da modelagem pode ser implementado em sala de aula de modo que se elucide a abordagem de problemas que, de acordo

com Bliss e Libertini (2016), requer interpretação e a possibilidade de tomar diferentes caminhos para a solução.

Considerações finais

Levar em consideração uma formação continuada de professores em que se aborde a modelagem matemática a partir de três situações – aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando – pode se constituir enquanto um meio de aproximar as abordagens modelagem como veículo e modelagem como conteúdo (Galbraith, 2012).

Estudar aspectos teóricos da modelagem, colocar os professores em ação, como modeladores, e solicitar que articulem o tema para ser empreendido em sala de aula, nos permitiu evidenciar aspectos relativos aos encaminhamentos da modelagem como conteúdo, bem como veículo, de modo que quatro considerações puderam ser evidenciadas. Todavia, no tocante do artigo nos debruçamos sobre a consideração *adequar ou usar o próprio tema com os alunos*, visto que nosso foco estava em trazer reflexões para a questão: O que revelam as considerações relatadas por um grupo de professores sobre o tema de uma atividade de modelagem que desenvolveram como modeladores, ou seja, na situação de aprender por meio da modelagem?

Seja qual forem os encaminhamentos para a implementação do tema estudado, o que podemos evidenciar é o fato de os professores estarem atentos no interesse dos alunos, colocando-os “no centro da ação pedagógica” (Campos & Araújo, 2015, p. 168). Cabe ao professor atribuir-lhes responsabilidade na investigação que é algo característico desse tipo de atividade, de modo que a “orientação do professor que discursará a exequibilidade de cada tema, facilidade na obtenção dos dados, visitas, bibliografia etc.” (Bassanezi, 2002, p. 46).

Referências

- Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2015). Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas configurações. *Educação Matemática em Revista*, 46, 6-15.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Bliss, K., & Libertini, J. (2016). What is Mathematical Modeling? En S. Garfunkel, y M. Montgomery. *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. New York: Springer International Publishing.
- Campos, I. S., & Araújo, J. L. (2015) Envolvimento dos alunos em atividades de modelagem matemática: relação com o saber e possibilidades de ação. *Bolema*, 29(51), 167-182.
- Elfringhoff, M. S., & Schukajlow, S. (2021). What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante*, 30(1), 8-30.

Galbraith, P. (2012). Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Blumenau, 1(5), 3-16.

Malheiros, A. P. S., Forner, R., & Souza, L. B. (2020). Formação de professores em modelagem e a escola: que caminhos perseguir? *ReBECCEM*, 4(1), 1-22.

Pollak, H., & Garfunkel, S. (2013). A View of Mathematical Modeling in Mathematics Education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*.