Crianças de Educação Infantil resolvendo problemas de arranjo

Patricia Carvalho **Matias**
Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
paty.cmatias@gmail.com
Missilane Michelle de Sousa **Santos**
Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
nanechelly1@gmail.com
Cristiane Azevêdo dos Santos **Pessoa**
Professora da Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
cristianepessoa74@gmail.com

Resumo

O presente estudo tem como tema a resolução de problemas de *arranjo* por alunos da Educação Infantil (entre 5 e 6 anos de idade). Os objetivos deste estudo são: analisar como crianças de Educação Infantil resolvem um problema combinatório do tipo *arranjo;* analisar os invariantes por elas percebidos ao resolverem o problema; e analisar suas estratégias na solução do problema. Para o recolhimento dos dados foi feita uma entrevista clínica individual com 22 alunos de Educação Infantil de duas escolas públicas. Os resultados apontam para a possibilidade de compreensão dos invariantes do *arranjo* pelos alunos pesquisados. Conclui-se que mesmo na Educação Infantil os alunos são capazes de estabelecer ricas e interessantes relações para a resolução de problemas, especificamente, neste caso, de problema combinatório.

Palavras chave: Raciocínio combinatório, Problema de *arranjo*, Educação Infantil, Crianças de 5 e 6 anos, Estratégias de resolução de problemas combinatórios, Percepção de invariantes da combinatória.

Introdução

Um questionamento bastante recorrente em relação às estruturas multiplicativas é quando seria possível abordar a multiplicação na escola e como esse assunto deve ser aplicado, se antes ou depois da adição. Em relação a esta questão, pode refletir que a multiplicação está atrelada à adição no que se refere à resolução numérica, pois uma das formas de resolução da multiplicação pode ser através da adição de parcelas repetidas, entretanto, conceitualmente adição e multiplicação se diferenciam, portanto, não há uma regra de que é primeiro preciso aprender a adição para depois aprender a multiplicação. Outra questão comumente levantada é sobre a capacidade de resolução de problemas multiplicativos por crianças pequenas, ou seja, como crianças tão pequenas, da Educação Infantil, que nem sabem ler ou escrever ainda, poderiam conseguir responder a questões tão complexas que ainda não foram vistas como conceito formal em sala de aula? Sobre esta questão, Smole, Diniz e Cândido (2000) defendem que essas crenças precisam ser evitadas, pois em vez de pensarmos sobre os problemas como sendo desta ou daquela operação, deveríamos considerá-los como perguntas que os alunos tentam responder pensando por si mesmos. Dessa forma, não é exigido nada além das capacidades naturais que toda criança tem de se encantar por desafios.

Levando em consideração tais questões, resolvemos trabalhar o raciocínio combinatório na Educação Infantil, pois como relata Vygotsky (1989), a razão de se fazerem perguntas que estão muito além do alcance das habilidades intelectuais da criança é tentar eliminar a influência da experiência e do conhecimento prévio. O experimentador procura obter as tendências do pensamento das crianças na forma pura.

Escolhemos trabalhar com o Grupo V (crianças com idades entre cinco e seis anos) porque é o ano escolar que antecede o Ensino Fundamental. Os estudos existentes sobre o raciocínio combinatório na escolarização básica pesquisaram alunos a partir da primeira série do Ensino Fundamental (PESSOA e BORBA, 2009). O estudo de Pessoa e Borba (2009) mostra, como um dos seus resultados, ricas e elaboradas estratégias de alunos da antiga primeira série do Ensino Fundamental, com idades em torno de sete anos, resolvendo problemas combinatórios. Por isso que neste trabalho pretendemos pesquisar o raciocínio combinatório em crianças de cinco e seis anos de idade, pertencentes a uma série anterior às pesquisadas por Pessoa e Borba (2009). A tendência é de que a Combinatória não seja trabalhada, mesmo que informalmente, em uma sala de Educação Infantil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN - (Brasil, 1997) destacam a importância de se trabalhar este conteúdo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, como afirmado anteriormente, buscamos investigar como estes alunos que ainda não tiveram um contato direto com o ensino formal de tal questão, resolvem problemas envolvendo a Combinatória. Este trabalho é o recorte de um estudo maior que objetiva analisar como crianças de Educação Infantil resolvem problemas de produto cartesiano, *arranjo*, permutação e combinação. No presente estudo analisaremos apenas as resoluções do problema do tipo *arranjo*.

O ensino de Matemática na Educação Infantil

Segundo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil - RCNEI - (Brasil, 1998), os conhecimentos matemáticos estão presentes no universo e as crianças estão inseridas em diversas situações que envolvem estes saberes. Elas observam, descobrem e interferem nesses espaços, utilizando seus próprios recursos, e estas vivências contribuem para a construção dos seus conhecimentos matemáticos. A matemática utilizada para expor, escutar, confrontar e argumentar ideias pode contribuir para que os alunos pensem por conta própria, tomem suas decisões, saibam resolver problemas.

Em seu desenvolvimento, as crianças têm diversas oportunidades de interagir com as outras pessoas e com o meio de um modo geral. A companhia diária com outras pessoas, os meios de comunicação, o avanço na escolarização, entre outros fatores, podem vir a interferir nas estratégias que os alunos utilizam para resolver os problemas que lhes são propostos. Na fase da Educação

Infantil as crianças fazem os trabalhos propostos com grande entusiasmo e de forma original, pois não têm medo do novo e não há muitos conteúdos formais para fazerem comparação.

Sabemos que as crianças já entram na escola com algumas habilidades em Matemática, por isso, de acordo com o RCNEI (BRASIL, 1998), os trabalhos propostos deveriam estimulá-las à exploração variada das idéias matemáticas, fazendo com que o aluno vá além do que parece saber. Isso vai fazer com que o estudante faça algumas reflexões para solucionar o problema, o que levará a um desenvolvimento de noções matemáticas mais sofisticadas. Para isso, estes trabalhos não podem ser esporádicos, as crianças devem estar sempre rodeadas de situações que favoreçam o uso de suas competências lógico-matemáticas.

O RCNEI (BRASIL, 1998) afirma também que a criança pode desenvolver um raciocínio abstrato a partir da manipulação de objetos concretos. O conhecimento lógico-matemático pode ser construído a partir de ações sobre os objetos. Figuras, colagem, jogos educativos, na interação e na manipulação de objetos as crianças conseguem construir conceitos abstratos, que são representados pela definição e sistematização de um conceito. Assim, essas atividades podem ser consideradas peças-chave para o processo de desenvolvimento do raciocínio lógico. O papel do professor é o de auxiliar a criança no seu desenvolvimento, organizando as situações de aprendizagem.

Vygotsky (1989) fala da estrutura de aprendizagem no seu "Processo de Internalização", para o qual a interação é um processo decisivo para o desenvolvimento. Vygotsky fala que existem dois níveis de desenvolvimento que é o real (que é o conhecimento já adquirido ou formado, que determina e que a criança já é capaz de fazer por si própria); e o potencial (que é capacidade que a criança tem de resolver situações com a ajuda de outra pessoa). Em nosso trabalho estudaremos o desenvolvimento real, pois a nossa proposta é saber o que as crianças conseguem fazer sozinhas.

Sobre o trabalho com conceitos matemáticos na Educação Infantil, o RCNEI (1998) explicita:

> [...] a instituição de educação infantil pode ajudar as crianças a organizarem melhor as suas informações e estratégias, bem como proporcionar condições para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos. O trabalho com noções matemáticas na educação infantil atende, por um lado, às necessidades das próprias crianças de construírem conhecimentos que incidam nos mais variados domínios do pensamento; por outro, corresponde a uma necessidade social de instrumentalizá-las melhor para viver, participar e compreender um mundo que exige diferentes conhecimentos e habilidades. (BRASIL, 1998, p.207)

Mesmo que o ensino de análise combinatória não esteja especificado na proposta de ensino em crianças da Educação Infantil, o RCNEI afirma a importância de trabalhar conceitos matemáticos atrelado ao desenvolvimento real do aluno, com o intuito de construir novos conhecimentos. Diante disto percebemos a importância de trabalhar com estruturas multiplicativas, especificamente com análise combinatória, discutidas adiante neste artigo.

O estudo das Estruturas Multiplicativas

Segundo Vergnaud (1986), conceitos desenvolvem-se inseridos em *campos conceituais*. Estes podem ser definidos como a interação complexa entre um conjunto interligado de conceitos e um conjunto de situações de utilização desses conceitos. Para este teórico (1990), os conceitos envolvem um conjunto de *situações-problema*, que lhes dão *significado* psicológico; um conjunto de *invariantes*, que são propriedades *lógico-operatórias*, as quais permitem generalização e transferência de aprendizagem; e um conjunto de *símbolos* utilizados na *representação* do conceito. Esses aspectos de cada conceito formam um tripé (*significados, invariantes e representações*). De acordo com Vergnaud (1983) a multiplicação e a divisão fazem parte do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Geralmente o conceito de multiplicação é visto no contexto escolar atrelado à ideia de ser uma adição repetida de parcelas iguais. Baseado nisto é comum a multiplicação ser formalmente ensinada depois da adição. Porém, o raciocínio multiplicativo é mais amplo do que apenas calcular quantidades (NUNES e BRYANT, 1997). O raciocínio aditivo está atrelado à característica de que a soma das partes é igual ao todo (NUNES et. al., 2001). Para encontrar o valor são solicitadas ações como reunir, separar, comparar partes. Pode-se concluir que o invariante conceitual desse raciocínio é a relação parte-todo. No raciocínio multiplicativo, segundo a autora e seus colegas, o invariante conceitual é a relação constante entre duas variáveis. Para resolver um problema multiplicativo, é necessário encontrar um valor de uma variável que corresponda ao valor da outra variável em questão. Veja o exemplo: *Na festa do dia das crianças de uma sala de aula, cada aluno ganhará 2 bolas. Se na sala há 25 crianças, quantas bolas serão dadas ao todo?* – As variáveis serão a quantidade de bolas e a quantidade de estudantes: a relação fixa é entre 2 bolas por criança.

Segundo Nunes e Bryant (1997), existem esquemas de ação relacionados ao conceito de multiplicação, são os de correspondência um-a-muitos e de distribuição, ambas mantendo uma relação proporcional entre as variáveis envolvidas. De acordo com os estudos dessa temática, Nunes e Bryant (1997) afirmam que a multiplicação e a divisão não são só mais duas operações aritméticas que os alunos aprendem após a adição e a subtração. Elas têm sua importância, por trazerem elementos que contribuirão para a aprendizagem das crianças. Aprendizagem esta que se desenvolve dentro e fora do ambiente escolar.

Vergnaud (1983) desenvolveu a teoria dos campos conceituais, sendo esta um conjunto de problemas e situações para cujo tratamento se faz necessária a utilização de conceitos, procedimentos e representações de diversos tipos, estreitamente interconectados. Vergnaud (1996) propõe uma relação entre a prática e a teoria, ou seja, são conhecimentos em ato, conceitos, representações simbólicas, todas elas relacionadas. É no momento em que a criança está diante de um problema de estrutura multiplicativa, ela poderá utilizar de variados meios para buscar a resolução, podendo relacionar com alguma experiência que ela já passou com o que está aprendendo no momento, e neste conflito encontrar a solução do problema proposto.

Este pesquisador discute as estruturas multiplicativas defendendo que nela localizam-se problemas diferenciados em função das exigências do processo de pensamento para a sua resolução, ou seja, os problemas multiplicativos se diferenciam de acordo com o cálculo relacional, o qual, para Vergnaud (1996) são as relações envolvidas no problema e consiste em encontrar a operação (formal ou informal) correta para resolvê-lo.

Segundo Pessoa e Borba (2009) os problemas de estruturas multiplicativas foram categorizados de maneiras diferentes por alguns autores, mas parte destas classificações estão relacionadas de acordo com as situações que as caracterizam.

Nos PCN (BRASIL, 1997), os problemas multiplicativos foram classificados em quatro grupos: **Comparativa**: envolve uma comparação entre as quantidades apresentadas; **Proporcionalidade**: existe a presença de uma proporção entre as variáveis do problema; **Configuração retangular**:

problema relacionado a uma distribuição espacial; **Combinatória**: agrupamentos entre conjuntos, envolvendo escolhas e contagem.

Para Nunes e Bryant (1997), os problemas multiplicativos são classificados em: - **Correspondência um-a-muitos:** são situações que envolvem a idéia de proporção. Traz a seguinte subdivisão: Correspondência um-a-muitos – *multiplicação;* Correspondência um-a-muitos - *Problema inverso de multiplicação*; Correspondência um-a-muitos - *Produto Cartesiano;* **Relação entre variáveis – co-variação**: relaciona duas ou mais variáveis e, à medida que o número de variáveis aumenta, aumenta também a complexidade do problema. A diferença entre este tipo de situação e a correspondência um-a-muitos é que neste as variáveis são quantidades contínuas (ex: preço/por quilo), enquanto no primeiro tipo, conjuntos são envolvidos (ex: rodas e carros); **Distribuição:** há três valores a serem considerados: o total, o número de receptores e a cota (ou o tamanho da distribuição).

Semelhantemente às classificações anteriormente apresentadas, Vergnaud (1983, 1991) descreve classes de problemas multiplicativos que envolvem relações ternárias e quaternárias: isomorfismo de medidas e produto de medidas[1]. Essas classes apresentam subdivisões, ou seja, subclasses de problemas. Os problemas de **isomorfismo de medidas** envolvem uma relação quaternária entre quantidades, duas delas são medidas de um tipo e as outras duas são medidas de outro tipo (a x b=c x d), envolvendo uma proporção direta simples entre esses dois espaços de medidas. Os problemas de **produtos de medidas** envolvem uma relação ternária, ou seja, entre três variáveis, das quais uma quantidade é o produto das outras duas, tanto no plano numérico quanto no plano dimensional. O produto de medidas é uma estrutura que consiste na composição cartesiana de duas medidas para encontrar a terceira, como acontece com os problemas que envolvem volume, área e combinatória.

O que os PCN (BRASIL, 1997) denominam de situações que envolvem a combinatória, Nunes e Bryant (1997) chamam de produto cartesiano e Vergnaud (1983, 1991) denomina de produto de medidas é o foco central deste trabalho, com uma diferença, a de que trataremos de um tipo específico de problema combinatório, o do tipo *arranjo*.

Ensino e Aprendizagem da Combinatória

Os estudos de Pessoa e Borba (2009, 2010) afirmam que a análise combinatória é a parte da Matemática que analisa e estuda agrupamentos, seguindo alguns critérios. Pode-se quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos e, a partir de diferentes estratégias ou fórmulas, pode-se saber quantos objetos ou situações são possíveis, sem precisar contar todos. O raciocínio combinatório é uma forma de pensar combinatória, uma contagem baseada no raciocínio multiplicativo.

Sobre análise combinatória, Morgado et. al, (1991), afirma que embora a *Análise Combinatória* disponha de técnicas gerais que permitam abordar certos tipos de problemas, a solução de um problema combinatório exige a compreensão plena da situação descrita, sendo esse um dos encantos desta parte da Matemática; e problemas fáceis de enunciar revelam-se, por vezes, difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade e compreensão para a sua solução. É necessário que se tenha a consciência de que o que vai ser contado influi na forma de contar.

[1] Nos tipos de problemas multiplicativos, Vergnaud também trata do tipo Proporções Múltiplas, porém este não será tratado no presente trabalho.

Pessoa e Borba (2009, 2010), baseadas em outros autores, organizaram os problemas de Combinatória em quatro tipos, os quais são exemplificados e explicados, a seguir, a partir de seus invariantes do conceito[2]:

- Produto cartesiano (produto de medidas ou combinatória) - Ex: Na casa de Bia tem dois tipos de pães (tipo francês e tipo de forma) e três tipos de recheio (queijo, presunto e salsicha). Quantos sanduíches diferentes Bia poderá montar, se só pode colocar um recheio em cada pão?

Invariantes: dois ou mais grupos diferentes serão combinados para construir um novo grupo. O novo conjunto formado é distinto dos conjuntos iniciais.

No caso deste exemplo, o conjunto de pães combinados com o conjunto de recheios formará o terceiro conjunto, que é o conjunto dos sanduíches.

- Permutação - Ex: Vamos montar quadros? Em cada um deles deverá ter uma flor, um sol e uma estrela. Quantos quadros diferentes podemos formar?

Invariantes: todos os elementos do conjunto serão utilizados, cada um deles é usado apenas uma vez em diferentes ordens, gerando novas possibilidades. A ordem dos elementos caracteriza os problemas de permutação, pois quando é mudada a ordem de um ou mais elementos, uma nova possibilidade é encontrada.

Este exemplo de problema de permutação oferece a oportunidade de utilizar todos os elementos do conjunto, um de cada vez, para formar as possibilidades existentes. A mudança da ordem da flor, do sol e da estrela criará outro quadro.

- Arranjo - Ex: Bianca e Diego estão sentados em um sofá de três lugares. Quantos lugares diferentes eles podem ocupar nesse sofá?

Invariantes: um grupo maior gerará novas possibilidades ao subgrupo, sendo importante a ordem dos fatores utilizados. A ordem e a escolha dos elementos geram novas possibilidades.

O grupo maior, neste caso o do sofá, é composto de três elementos, que são os três lugares existentes. E o subgrupo é o das pessoas, Bianca e Diego. A formação das possibilidades é dada pelo uso de dois elementos do grande grupo, dois dos três lugares existentes no sofá, e os dois elementos do grupo das pessoas. Neste caso sobrará um elemento do grupo maior em cada possibilidade e, dependendo da ordem utilizada, qual pessoa sentará em qual lugar, as possibilidades serão distintas.

- Combinação - Ex: A mãe levou seus quatro filhos ao parque (Bianca, Sabrina, Diego e Felipe). No brinquedo pula-pula só podem entrar três crianças por vez. Ajude a mãe a montar as diferentes duplas que poderão brincar no pula-pula de cada vez.

Invariantes: é semelhante ao arranjo, pois de um conjunto maior serão selecionados objetos ou situações que constituirão os subgrupos, porém a ordem dos objetos não gerará novas possibilidades, característica esta que o diferencia de problemas de arranjo.

Neste exemplo, o grupo de quatro crianças formará os subgrupos que brincarão no pula-pula, composto por três elementos. A ordem neste tipo de problema não cria novas possibilidades

[2] Vergnaud (1983) defende que os conceitos são formados por um tripé (significados, invariantes e representações simbólicas). Os significados dão sentido ao conceito, as representações são as diversas formas de apresentar a compreensão de um conceito e os invariantes são propriedades que não se modificam, independentemente, por exemplo, da forma de representação escolhida.

porque Bianca, Sabrina e Diego, por exemplo, é o mesmo que Diego, Bianca e Sabrina. As mesmas três crianças brincarão no pula-pula, e o irmão Felipe estará de fora, neste momento, deste subgrupo formado.

O desenvolvimento do raciocínio combinatório poderá ocorrer ao longo do tempo, sendo influenciado pelo ambiente escolar e também extra-escolar. Familiarizando a criança com estes tipos de problemas estimulará ainda mais o desenvolvimento deste raciocínio, pois ajudará o aluno a resolver situações cotidianas, dentro e fora da escola, podendo usar diferentes estratégias, baseadas em desenhos, cálculos, experiências.

Pessoa e Borba (2009) realizaram um estudo sobre o raciocínio combinatório em alunos do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Cada participante resolveu, individualmente, uma ficha contendo oito problemas de combinatória, dois de cada tipo existente (produto cartesiano, permutação, *arranjo* e combinação). Os alunos foram informados que poderiam responder as questões da maneira que eles quisessem, usando tabelas, cálculos, desenhos ou outras da preferência deles. As pesquisadoras perceberam, com base nos resultados obtidos, que mesmo não esgotando todas as possibilidades nos problemas propostos, alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, ou seja, crianças com idades em torno dos sete anos conseguem demonstrar compreensão do problema. A partir do 3º ano do Ensino Fundamental (com idades em torno de 8 anos) parte dos alunos pesquisados consegue acertar os problemas propostos, apresentando diversas formas de representação para a sua resolução.

Com relação aos estudantes do 2º ano, as autoras afirmaram que:

> Embora nenhum dos alunos da primeira série tenha acertado qualquer um dos problemas, observou-se que alguns deles iniciaram corretamente as suas resoluções. Suas dificuldades consistiam, em geral, em esgotar todas as possibilidades, ou seja, enumerar todas as possíveis combinações a serem efetuadas, dadas as condições das situações propostas (número de elementos a serem escolhidos dentre os apresentados e se a ordem indicava, ou não, uma combinação diferenciada). A mesma dificuldade pode ser observada nas outras séries. (PESSOA e BORBA, 2009, p. 128)

As dificuldades existem, mas isto não significa que os alunos não consigam solucionar os problemas ou que o raciocínio combinatório não esteja presente neles. E é pretendido neste trabalho analisar como alunos da Educação Infantil resolvem um problema de *arranjo*, investigando sua compreensão diante dos problemas e analisando as estratégias utilizadas, independente se os mesmos esgotem todas as possibilidades de resolução.

Objetivos e metodologia

O presente estudo teve como objetivos analisar como crianças de Educação Infantil resolvem problema de *arranjo;* analisar os invariantes percebidos pelos alunos ao resolverem o problema; e analisar as estratégias por elas desenvolvidas para a solução do problema.

A população da pesquisa foi formada por 22 alunos de duas escolas públicas da região metropolitana do Recife (doze crianças de uma escola e dez crianças de outra escola). Os alunos são do Grupo V, que estão na faixa etária de 5 a 6 anos.

Foi realizada uma entrevista clínica com cada participante. Cada aluno resolveu, individualmente, uma questão envolvendo *arranjo*. A pesquisadora leu o enunciado da questão e acompanhou todo o processo de resolução, anotando cada passo relacionado às estratégias e indagações do aluno. A ficha apresentada trouxe o enunciado (*Bianca e Diego estão sentados em um sofá de três lugares. Quantos lugares diferentes eles podem ocupar nesse sofá?*) e a imagem de sofás para que os alunos pudessem preencher com figuras recortadas entregues a ele no início da entrevista. As imagens dos sofás na ficha ultrapassam a quantidade da resposta correta – resposta correta vista em combinatória como todas as possibilidades diferentes existentes em cada problema – de modo que a resposta não esteja evidente, tomando-se como pista a quantidade de sofás. Cada participante foi avisado que ele pode preencher a ficha completa ou não, isto dependerá da sua preferência/compreensão do problema. A criança deverá resolver a questão utilizando imagens fornecidas pelas pesquisadoras (ver as imagens nos exemplos na análise de resultados). Ao finalizar cada questão, a pesquisadora fez perguntas à criança, com o intuito de investigar a compreensão dela diante da questão e as estratégias utilizadas por ela (*Como foi que você resolveu a questão? Você acha que terminou aqui? Tem outro jeito de fazer?)*. Como é uma entrevista semi-estruturada, as questões podem se diferenciar um pouco de criança para criança, de acordo com o que elas respondem. O áudio das entrevistas foi gravado e transcrito. As entrevistas foram analisadas junto com as fichas respondidas pelo participante.

Análise dos resultados

Para a análise de dados categorizamos as soluções dos alunos de acordo com a compreensão dos invariantes do *arranjo*: **(1)** tendo n elementos, poderão ser formados agrupamentos ordenados de 1 elemento, 2 elementos, 3 elementos.... p elementos, com $0 < p < n$, sendo p e n números naturais, ou seja, de um grupo maior são formados grupo menores. De um sofá de três lugares são formados arranjos com dois lugares de Cada vez; **(2)** a ordem dos elementos gera novas possibilidades, ou seja, sentar na extremidade da direita é diferente de sentar no centro do sofá, que é diferente de sentar na extremidade esquerda do sofá.

Por ser um universo pequeno de crianças (apenas 22), optamos por fazer uma análise explicitando as percepções de cada uma delas. No Quadro 1 apresentamos a percepção de cada um dos invariantes do *arranjo* por cada um dos alunos pesquisados[3].

Quadro 1: Percepção de cada um dos invariantes do arranjo por cada um dos alunos pesquisados.

	Aluno 1	**Aluno 2**	**Aluno 3**	**Aluno 4**	**Aluno 5**	**Aluno 6**	**Aluno 7**	**Aluno 8**	**Aluno 9**	**Aluno 10**	**Aluno 11**	**Aluno 12**	**Aluno 13**	**Aluno 14**	**Aluno 15**	**Aluno 16**	**Aluno 17**	**Aluno 18**	**Aluno 19**	**Aluno 20**	**Aluno 21**	**Aluno 22**
Percepção do invariante 1	S	N	S	S	N	N	S	S	N	N	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S	S	N
Percepção do invariante 2	S	S	N	N	N	S	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S	N	S	N	S	S	S

[3] Com relação a simbologia utilizada no quadro, "S" significa dizer que sim, a criança percebeu o invariante; e "N" significa que não, a criança participante não percebeu o invariante do problema de arranjo.

No que se refere à compreensão dos invariantes do conceito (Vergnaud, 1990), observamos que 68% dos alunos percebem o invariante 1, ou seja, neste caso, de um grupo de três elementos, serão formados arranjos com dois elementos de cada vez, do sofá com três lugares serão usados dois lugares de cada vez. O invariante 2, ou seja, a ordem dos elementos gera novas possibilidades, é percebido por 73% dos alunos.

Como exemplo de percepção dos invariantes, vejamos a Figura 1, que representa a ficha resolvida pela Aluna 1. Esta criança percebe que dos três lugares, apenas dois devem ser ocupados de cada vez. Além disso, percebe que a ordem em que as crianças são colocadas altera as possibilidades, colocando na primeira opção o menino seguido da menina, na segunda opção a menina, um espaço vazio e depois o menino e na terceira opção a menina seguida do menino, colocando assim possibilidades diferentes, sem, no entanto, esgotá-las.

Na Figura 2, pode-se observar que a aluna percebe o invariante 2, em que a ordem dos elementos gera novas possibilidades, mas não percebe o invariante 1, preenchendo os três lugares do sofá. Além disso, ela repete possibilidades, possivelmente porque acredita que precisa preencher todos os sofás que estão desenhados, estratégia utilizada por 68% dos alunos. Isto ocorre provavelmente porque uma das regras do contrato didático (Brousseau, 1986) na sala de aula é de que os espaços a serem preenchidos nas atividades são exatamente iguais à quantidade que se deve colocar. Ainda na direção desta tendência de preencher todos os sofás, outra tendência dos alunos, que pode ser observada no exemplo da solução da Aluna 6, é a de repetir possibilidades já colocadas.

Da mesma forma que a Aluna 6, o Aluno 2 preencheu os espaços disponíveis para a resolução da questão e houve repetição de possibilidades e, na entrevista ao Aluno 2, no término da questão, a criança confirmou que se tivessem outros sofás ele continuaria a atividade.

> Pesquisadora: *A questão acabou aqui?*
> Aluno: *Sim*
> Pesquisadora: *Por que você acha isto?*
> Aluno: *Porque terminou os sofás.*
> Pesquisadora: *Se tivessem outros sofás você iria continuar?*
> Aluno: *Sim.* (Entrevista com o Aluno 2)

Apesar de buscarem preencher todos os sofás, os alunos ainda não controlam, no sentido de sistematizar as possibilidades e assim as repete, mas não as esgota.

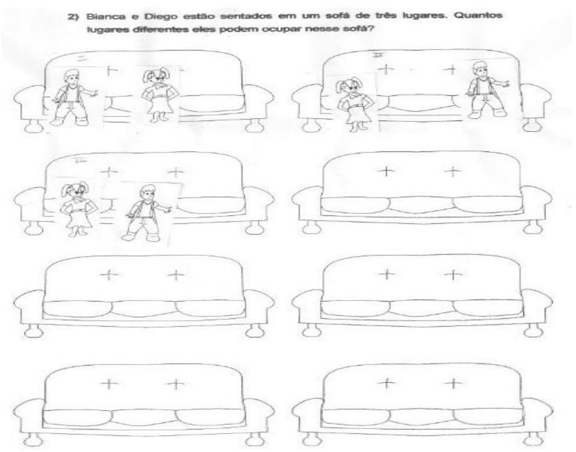

Figura 1: Solução da Aluna 1 para o problema de arranjo

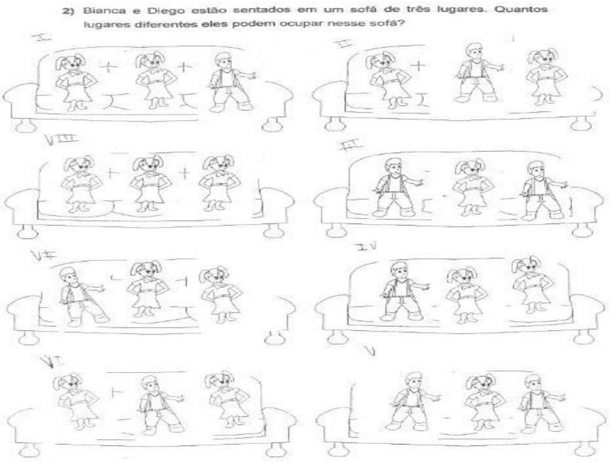

Figura 2: Solução da Aluna 6 para o problema de arranjo

Na Figura 3 temos o exemplo de um aluno que percebe o invariante 1, utilizando apenas dois lugares do sofá, mas não percebe o invariante 2, pois utiliza apenas a extremidade esquerda e o centro do sofá, não utilizando uma outra possibilidade de arranjar as crianças, a extremidade direita.

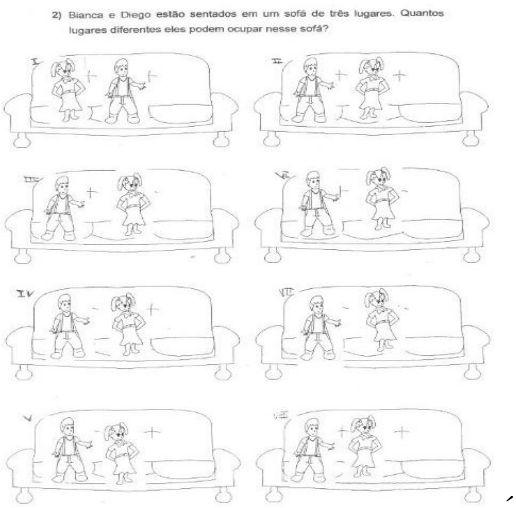

Figura 3: Solução do Aluno 4 para o problema de arranjo

No total das crianças participantes, constatamos que 9% delas não perceberam nenhum dos dois invariantes do problema. Em contrapartida, 50% delas perceberam os dois invariantes que a questão de arranjo proporcionava, alguns deles mostraram que a ordem e a escolha dos elementos diferenciavam-se das resoluções apresentadas em suas respostas. Podemos visualizar na Figura 4 a resposta do Aluno 11 e posteriormente sua explicação para a diferença das possibilidades.

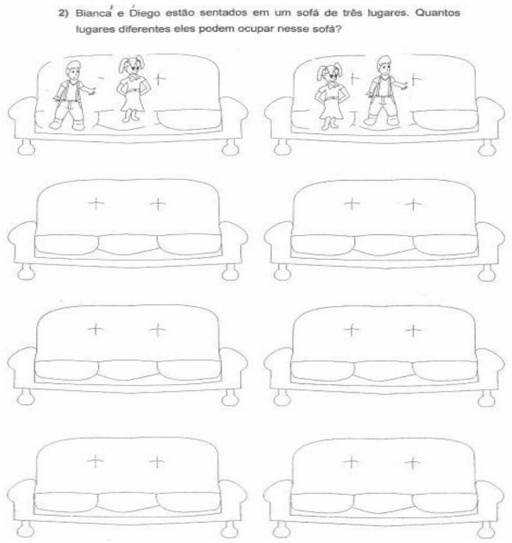

Figura 4: Solução do Aluno 11 para o problema de arranjo

O Aluno 11 apresentou duas possibilidades ao problema de arranjo e não houve repetição, porém não esgotou as possibilidades existentes. Na entrevista, ao ser perguntado se o menino e a menina estão sentados igualmente nos dois sofás, ele respondeu:

> Pesquisadora: Eles sentados aqui, é igual a eles sentados nesse segundo sofá?
> Aluno: Não.
> Pesquisadora: Por que não é?
> Aluno: Porque ela está no meio aqui e ele está na frente. E ela está atrás e ele no meio. (Entrevista com o Aluno 11)

Nenhum dos alunos pesquisados concluiu a resolução da questão, mas demonstram uma certa compreensão como pode ser visto na percepção dos invariantes por esses alunos. Acreditamos que perceber os invariantes do conceito é um grande passo para a compreensão do conceito como um todo. As crianças participantes apresentavam suas respostas a partir da sua compreensão do problema proposto, que variou entre a percepção dos dois invariantes, de um deles ou de nenhum dos invariantes, o que ocorreu com a parcela mínima dos alunos, que foram 9%, o que é um dado bastante interessante e animador em se tratando de alunos da Educação Infantil.

Conclusões

Apesar da dificuldade encontrada pelos alunos em esgotar as possibilidades podemos afirmar que crianças na Educação Infantil possuem um raciocínio combinatório, que poderia ser melhor desenvolvido dependendo do estímulo que podem ter no ambiente escolar ou extra escolar.

Não estamos aqui defendendo que os alunos de Educação Infantil resolvam problemas combinatórios finalizando e esgotando todas as possibilidades, não estamos em busca do aluno que fornece a resposta correta, mas sim perceber como esses alunos pensam sobre a combinatória e os dados nos oferecem ricas pistas de como esses alunos pensam, quais são os limites e as possibilidades de sua compreensão sobre a combinatória.

Determinados conceitos precisam de um tempo considerável para serem desenvolvidos, mas nem por isso devem desconsiderados ou descartados. As atividades realizadas na escola e mais particularmente na sala de aula devem ser voltadas ao aprendizado do aluno, buscando relacionar com o que ele já percebe e com o que ele poderá desenvolver.

A escolha do material a ser utilizado auxiliará na compreensão do estudante no conceito que se pretende trabalhar. No caso da série pesquisada neste estudo, acreditamos que o material concreto, a ficha e as figuras para a colagem, contribuíram para que a maioria das crianças visualizasse melhor a proposta e as suas percepções, tornando a aprendizagem mais favorável.

Com relação ao raciocínio combinatório abordado neste trabalho, mais especificamente no *arranjo*, trabalhar com a criança este conceito a auxilia a ampliar progressivamente suas noções matemáticas, que posteriormente poderá ajudá-la a entender e resolver outras situações, sejam elas relacionadas a escola ou não. Um conceito que pode e deve ser expandido, tornando-o mais utilizável e significativo.

Referências

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de educação fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil.* v.3 Brasília: MEC/SEF.

Brousseau, Guy. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, pp. 33-115.

Morgado, Augusto; Pitombeira de Carvalho, João; Pinto de Carvalho, Paulo. & Fernandez, Pedro. (1991). *Análise combinatória e probabilidade*. Rio de Janeiro: Graftex.

Nunes, Terezinha; Bryant, Peter. (1997). *Crianças fazendo matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, Terezinha, Campos, Tânia, Magina, Sandra, & Bryant, Peter. (2001). *Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas.* São Paulo: PROEM.

Pessoa, Cristiane Azevêdo dos Santos; Borba, Rute Elizabete de Souza. (2009). Quem Dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *ZETETIKÉ*, Campinas, v.17, n.31, jan/jun, p. 105-155.

Pessoa, Cristiane Azevêdo dos Santos; Borba, Rute Elizabete de Souza. (2010). O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica. *Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,* v.1, n.1. Disponível em: <http://emteia.gente.eti.br/index.php/emteia/article/view/4> Acesso em: 21 set. 2010.

Smole, Katia Stocco; Diniz, Maria Ignez; Cândido, Patrícia.(2000). *Brincadeiras infantis nas aulas de Matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Vergnaud, Gérard.(1983). Multiplicative structures. In: Lesh, R. & Landau, M. (Eds.). *Acquisition of mathematics: Concepts and processes*. New York: Academic Press.

Vergnaud, Gérard. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica,* 1, pp. 75-90.

Vergnaud, Gérard. (1990). La théorie de champs conceptuels. Recherches en Didactique de Mathématiques, , vol 10, n°2.3, *Pensée Sauvage*: Grenoble, França, pp. 133-170.

Vergnaud, Gérard. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Mexico: Trillas.

Vergnaud, Gérard. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do Gempa*, 4, pp. 9-19.

Vygotsky, Lev Semionovich. (1989). *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.* São Paulo: Martins Fontes.