

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Ultrapassando uma misconcepção em uma atividade de modelagem matemática

Kassiana Schmidt **Surjus**

Universidade Estadual de Londrina

email.kaka@gmail.com

Brasil

Lourdes Maria Werle de **Almeida**

Universidade Estadual de Londrina

lourdes@uel.br

Brasil

Rosângela Maria **Kowalek**

Universidade Estadual de Londrina

rosangelakowalek1@gmail.com

Brasil

Resumo

Nos processos de ensino e de aprendizagem erros e misconcepções são recorrentes entre estudantes e professores. Neste estudo realizamos uma reflexão sobre misconcepções em conceitos matemáticos. Pautados em pressupostos teóricos da modelagem matemática como alternativa pedagógica, inferimos que atividades desse tipo podem ser utilizadas para ultrapassar misconcepções. A pesquisa segue uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo e apresenta uma situação em que uma atividade de modelagem é usada como meio para proporcionar aos estudantes ultrapassar uma misconcepção relativa ao conceito de sequência limitada.

Palavras – chave: Educação Matemática; Ensino Superior; Ensino Remoto; Implementação Curricular; Modelagem Educacional; Pesquisa Qualitativa; Ensino de Análise Matemática; Misconcepção.

Introdução

No âmbito escolar muitos são os desafios de professores e estudantes no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. O encaminhamento das aulas e a avaliação do

conteúdo são ações cotidianas do professor, necessárias para a dinâmica do ensino. A avaliação muitas vezes gera ansiedade tanto para professores como para estudantes, pois estes almejam um bom desempenho. Segundo Cury (2006, p.96) “muitas vezes os erros são associados a esses procedimentos de avaliação, como se fosse possível e necessário apenas pontuar as produções dos estudantes pelos acertos e erros cometidos”.

Na dinâmica do ensino e aprendizagem podem se identificar concepções. Para Nesher (1987, p.35), "a noção de concepção denota uma linha de pensamento que causa erros resultantes de uma premissa incorreta, ao invés de erros esporádicos, desconexos e não sistemáticos". Concepções podem não ser percebidas como um fator importante nesta dinâmica, e podem se tornar resistentes a mudanças (Nesher, 1987). Uma concepção pode ser um impedimento para o aprendizado de novos conceitos. Por exemplo, concepções sobre o conceito de limite podem prejudicar o aprendizado de outros conceitos que usam limite como um pré-requisito. Instaladas as concepções, que caminho poderia ser trilhado de forma a ultrapassá-las?

Na Educação Matemática se tem discutido a respeito de caminhos para abordar o ensino da matemática nos diversos níveis de escolaridade. Dentre as tendências da Educação Matemática, a modelagem matemática se apresenta como uma alternativa pedagógica que pode oportunizar dinamismo e motivação para estudantes e professores em sala de aula. Assim, na presente pesquisa nos referimos a um cenário em que uma concepção foi identificada e a atividade de modelagem ofereceu meios para que os estudantes pudessem percebê-la e, provavelmente, superá-la.

A abordagem de nosso estudo se enquadra na metodologia de pesquisa qualitativa de cunho interpretativo. A pesquisa qualitativa tem como objetivo principal investigar o processo na sua ocorrência, envolvendo compreensões, descrições, observações e significados, assim como hipóteses construídas após observação e não pré-concebidas (Bogdan & Biklen, 1994). A luz do referencial teórico adotado, buscamos compreender como concepções podem ser identificadas e ultrapassadas em atividades de modelagem.

O que é Modelagem Matemática

Partindo de uma situação-problema da realidade a modelagem matemática é “a arte de transformar um problema da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (Bassanezzi, 2006, p. 16). Na Educação Matemática é tida como alternativa pedagógica da qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática (Almeida et al., 2013). A modelagem matemática envolve os estudantes em um processo dinâmico que não visa somente a obtenção de uma resposta, mas também leva os sujeitos envolvidos a refletir, investigar, conjecturar, inferir sobre as questões que emergem com o problema.

Na busca da solução para o problema, diversos procedimentos matemáticos podem emergir e ser apresentados por meio de gráficos, expressões algébricas ou geométricas, caracterizadas como modelo matemático. Almeida et al. (2013) afirmam que o modelo matemático é o que dá forma à solução do problema e a modelagem matemática é a atividade de busca por esta solução.

Segundo Almeida et al. (2012) uma atividade deste tipo envolve fases relacionadas ao conjunto de procedimentos necessários para analisar, estruturar uma situação-problema caracterizadas como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Figura 1).

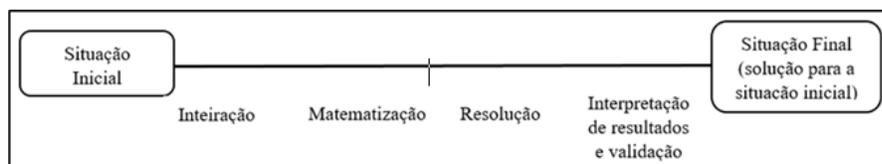


Figura 1: Fases de Modelagem Matemática

Fonte: Almeida et al. (2012, p.15)

Na *inteiração* ocorre a formulação do problema e a coleta de dados. Na *matematização* o que se pretende é encontrar meios para definir métodos e conceitos matemáticos para estudar a situação da realidade com a formulação de hipóteses, seleção de variáveis e a simplificação da situação. Na *resolução* se dá a construção do modelo matemático que descreva a situação-problema. A fase da *interpretação de resultados e validação* permite ao modelador verificar se o modelo obtido é adequado ou não, analisando sua resposta em relação à matemática utilizada e se esta resposta é adequada em relação ao problema proposto. Se o modelo não for satisfatório volta-se para o início do processo para uma redefinição de variáveis e hipóteses simplificadoras.

As fases da modelagem matemática promovem interação entre estudantes e docente, proporcionando discussões e reflexões que auxiliam as decisões necessárias em todo o processo. Segundo Swan et al (2007), na medida que grupos de estudantes formulam problemas, a discussão pode permitir que eles façam a distinção entre o que é relevante e o que é irrelevante para abordar uma situação da realidade e então construir relações entre variáveis. Nessas interações o professor pode perceber possíveis concepções de conceitos matemáticos nos estudantes, foco de nossa pesquisa.

Misconcepções

De acordo com Makonye(2012), uma concepção é um erro sistemático que é evidenciado por respostas erradas metodicamente reaplicadas através do espaço e do tempo em resposta a tipos específicos de perguntas matemáticas. Para Nesher (1987) concepções geralmente são um desdobramento de um sistema já adquirido de conceitos e crenças mal aplicados, e podem estar escondidos mesmo nas respostas corretas dos estudantes. Para Chi (2005) “as concepções não são meramente pedaços isolados imprecisos e incompletos de conhecimento (com relações às concepções científicas corretas) mas sim, elas podem ser retratadas como concepções alternativas”. É uma interpretação errônea geral de algum tipo de processo para outro tipo, que pode ocorrer para vários conceitos em muitos domínios (CHI, 2005).

Para desfazer uma concepção D’Amore (2007) sugere que os estudantes podem dar passos apoiados em uma organização pedagógica que inclui situações didáticas que lhes permitam aprender. O professor deve proporcionar ambiente de aprendizagem que dê

oportunidades para o estudante testar seu conhecimento, explorar suas crenças e manifestar suas concepções, recebendo desta forma o *feedback* específico por suas ações (Nesher, 1987).

Desta forma propomos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática como uma situação didática para abordar conceitos matemáticos e investigar a manifestação de concepções percebidas pelo professor e qual o encaminhamento utilizado pelo professor para auxiliar os estudantes a ultrapassar concepções.

Um Cenário para Discussão

A disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática para estudantes do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática foi o cenário proposto para a discussão. Em duas aulas deu-se o desenvolvimento de uma atividade de modelagem com a temática *A temperatura da terra: o aquecimento global*. Este tema foi sugerido aos estudantes pela professora, e as aulas, devido às restrições impostas pela pandemia do Covid -19, foram realizadas em encontros virtuais usando o Google Meet no segundo semestre do ano de 2020.

Durante a interação com o tema, foi definido o problema: *Qual será a temperatura média global no ano de 2052?*

Os estudantes realizaram a coleta de dados para iniciar a matematização, obtendo a sequência das temperaturas médias da terra (13,914, 14,002 , 14,026 , 14,254 , 14,274 , 14,316 , 14,476 , 14,582 , 14,79 , 14,89 , 14,99, ...). A matematização da temperatura global se baseia numa hipótese fundamental usada nessa situação: a temperatura global não será infinitamente grande. Diante da hipótese os estudantes teriam que relacioná-la com a sequência das temperaturas médias. Esta sequência deveria ser estudada para proporcionar a obtenção de uma solução para o problema.

Nas discussões sobre como trabalhar a sequência das temperaturas, emergiu o conceito de sequência limitada. A discussão conduzida pela professora revelou que alguns estudantes tinham uma concepção relativa ao conceito de sequência limitada, conforme indica transcrição de parte da aula:

P: Então a sequência das temperaturas é uma sequência limitada. Certo, mas o que é uma sequência limitada?

A1: Sequência limitada é a que tem limite, professora!

P: É isso, turma?

A2: Sim, se a sequência é limitada então ela tem limite, sim professora.

(Áudio-visual da aula transmitida via Google Meet, 2021).

Tendo identificado a concepção, a professora fez uma intervenção apresentando a definição de sequência limitada: Uma sequência (x_n) de números reais é limitada se existem a e b dois números reais tais que $a \leq x_n \leq b$ para todo número n natural. Isto quer dizer que todos os termos da sequência pertencem ao intervalo $[a, b]$ (Lima, 1982). Para ilustrar, a professora utilizou o exemplo da sequência $(x_n) = (-1)^n$ e solicitou que os estudantes usassem outras

representações e compartilhassem com o grupo. A partir dessas representações, um diálogo foi direcionado para que os estudantes percebessem o seu equívoco conceitual.

P: Vejam essa sequência turma $(x_n) = (-1)^n$. Ela é uma sequência limitada?

Vários estudantes responderam: Sim, professora!

P: Por quê?

A2: Porque dá pra achar a e b como pede na definição que a senhora apresentou.

P: Certo. Quais podem ser a e b, por exemplo?

A3: Ah, acho que dá pra pegar $a = -1,5$ e $b = 1,5$, não dá?

Vários estudantes responderam: Dá sim, né professora?

P: Isso, a e b atendem à condição de $a \leq x_n \leq b$ para todo número n natural. Vejam na representação de vocês, por exemplo, (Figura 2).

P: Mas agora a minha pergunta para vocês é: essa sequência tem limite? O que significa uma sequência ter limite? Qual é a definição de limite de uma sequência de números reais?

A1: Ter limite não é ser limitada né?

A2: Professora, acho que tem que falar que é sequência convergente, não é, se ela tem limite?

P: Muito bem, mas o que é limite de uma sequência?

(Audiovisual da aula transmitida via Google Meet, 2021).

Então, parte da aula foi destinada à definição de limite de uma sequência e, por consequência, sequência convergente. Os estudantes então produziram representações para sequência limitada e sequência convergente conforme ilustra a Figura 2.

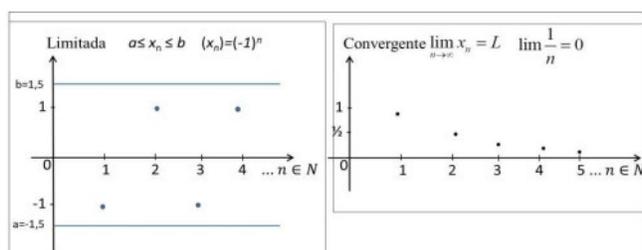


Figura 2. Sequência limitada e sequência convergente

Fonte: as autoras

Para retomar a problemática da situação da realidade em estudo, entretanto, era preciso retomar a definição de sequência limitada e identificar porque uma sequência limitada pode não ser convergente. Com esta finalidade foi apresentado o teorema “Toda sequência monótona e limitada é convergente.” (Lima, 1982, p. 86).

Retornando a discussão com os estudantes, foi possível constatar que os alunos compreenderam que uma sequência ser limitada não é necessariamente convergente:

P: Pessoal, vejam, então ficou claro que a sequência $(x_n) = (-1)^n$ é limitada, certo?

Vários estudantes responderam: Sim

P: Mas ela é convergente? Sim ou não? Por quê?

A2: Professora, ela não é convergente, e eu acho que é porque ela não é monótona.

A4: Ela é limitada, mas não é convergente. Agora, porque ela não é convergente, eu sei dizer, mas acho que não lembro como mostra.

P: Isso, muito bem! A sequência é limitada, mas não é convergente e isso podemos mostrar usando outro teorema.

[...]

P: Muito bem, então o que precisamos concluir aqui é que sequência limitada não é mesma coisa que sequência convergente. Também, que existem sequências que são limitadas, mas não são convergentes, ou seja, não possuem limite. Portanto, sequência limitada não é aquela que tem limite. Sequência que tem limite é chamada convergente, beleza?

Alguns estudantes respondem afirmativamente com um sinal de positivo no chat! (Audiovisual da aula transmitida via Google Meet, 2021).

O que se pode inferir da descrição desse cenário é que, muito provavelmente os estudantes, tinham uma definição equivocada de sequência limitada, partindo da premissa equivocada de que “ser limitado” refere-se a “ter limite”, como usado no senso comum e fora de um contexto matemático. A atividade de modelagem fez emergir essa concepção dos estudantes e a necessidade do uso desse conceito no desenvolvimento da atividade também subordinou a professora a encontrar meios de desfazer esse equívoco conceitual dos estudantes. De fato, apresentando a definição de sequência limitada e de limite de uma sequência e solicitando aos estudantes que compartilhassem suas representações gráficas, permitiu que os próprios estudantes percebessem sua concepção de que uma sequência limitada necessariamente tem um limite. Ter limitantes (superior ou inferior), como é requerido de uma sequência dita limitada, não é equivalente a ter um limite, que é característica de uma sequência convergente. O uso de teorema que, no contexto matemático estabelece a relação entre sequência limitada e sequência convergente, fortaleceu nos estudantes meios para superar o equívoco.

Considerações Finais

Na busca por fomentar discussões relativas à modelagem matemática e concepções realizamos esta investigação visando investigar se atividades de modelagem matemática podem oferecer meios para a emergência e a superação de uma concepção dos estudantes.

A modelagem matemática proporciona um ambiente de interação entre professor e estudantes, promovendo discussões e reflexões, que ocorrem durante as fases da modelagem. Nessa dinâmica o professor pode perceber concepções e realizar intervenções de forma a resgatar conceitos e superar equívocos.

Nesse sentido, nossa análise evidencia que concepções podem emergir da demanda dos procedimentos realizados no decorrer de diferentes fases de uma atividade de modelagem. Na atividade aqui apresentada os estudantes manifestaram a concepção do conceito de sequências limitadas durante a matematização e resolução do problema. Desta forma a professora pode resgatar esses conceitos e intervir para que uma concepção fosse superada.

Referências e bibliografia

- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Bassanezi, R. C. (2006). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 3.ed. São Paulo: Contexto.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora.
- Cury, H. N. (2006). Análise de Erros e Formação de Professores: Sugestões de Ensino e Pesquisa em Cursos de Licenciatura em Matemática. *Revista Contexto e Educação*, 21(76), 95 – 113.
- Chi, Michelene T. H. (2005). Commonsense conceptions of emergent processes: Why some misconceptions are robust. *The journal of the learning sciences*, 14 (2), 161-199.
- D'amore, B. (2007). *Elementos de didática da matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Lima, E. L. (1982). *Curso de Análise*. Rio de Janeiro: IMPA.
- Makonye, J. P. (2012). *Learner mathematical errors in introductory differential calculus tasks: A study of misconceptions in the senior school certificate examinations* [Tese de doutoramento]. University of Johannesburg, South Africa.
- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: the role of student's misconceptions. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33-40.
- Swan, M. et al. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In: *Modelling and applications in mathematics education*. Springer, Boston, MA, 275-284.