

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Habilidades para la resolución de problemas posibilitadas en un curso de refuerzo

Ana Mileydy **González** Garcia

Departamento de Matemática, Universidad Industrial de Santander
Colombia

ana2208097@correo.uis.co

Sandra Evely **Parada** Rico

Departamento de Matemática, Universidad Industrial de Santander
Colombia

sanevepa@uis.edu.co

Resumen

Se reportan resultados de una investigación que pretendió responder a: ¿Qué habilidades para la resolución de problemas logran desarrollar estudiantes de admisión especial de la Universidad Industrial de Santander que participaron de un curso de refuerzo de matemáticas? El estudio se sustenta teóricamente en documentos oficiales del Ministerio de Educación Nacional de esta manera, utiliza el proceso de resolución de problemas como eje orientador y organizador del currículo. Se siguió el proceso metodológico de diseño curricular. Como resultados del estudio se describieron y categorizaron teóricamente tres habilidades para el proceso de resolución de problemas: i) comprender el problema; ii) plantear y ejecutar diversos caminos de solución iii) validar y verificar la solución del problema.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación superior; Enseñanza remota; Diseño curricular, Software; Investigación Cualitativa; Cálculo diferencial; Colombia.

Introducción

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2013) establece que la educación superior inclusiva está relacionada con la capacidad de potenciar y valorar la diversidad. Específicamente, la Universidad Industrial de Santander (UIS) mediante la política de admisión especial, favorece el acceso de estudiantes provenientes de grupos étnicos, víctimas del conflicto armado y habitantes de la población fronteriza o de difícil acceso (Acuerdo 282, 2017). Para la admisión de esta población se aplican requisitos académicos mayores o iguales al

80% en el examen estatal en relación con el corte solicitado del programa al que se solicita.

Asimismo, el MEN (2013) establece para las Instituciones de Educación Superior (IES) diversos retos en cuanto a la adaptación de sus programas académicos, la formación del personal docente y el empleo de prácticas pedagógicas a fin de mitigar las barreras de aprendizaje, las cuales corresponden a situaciones de tipo económico, social, político, lingüístico, cultural y físico que imposibilitan el acceso, la permanencia y la culminación de los estudios universitarios.

De esta manera, se tiene un registro de 503 estudiantes que ingresaron por medio de esta modalidad desde el año y periodo 2014-I hasta 2021-II. El 62% (314 estudiantes) accedieron a programas de ciencias e ingenierías, lo cual implicó que cursaran asignaturas como Álgebra lineal y/o Cálculo diferencial que según informes de la vicerrectoría académica de la UIS tuvieron un índice alto de repitencia y deserción. Además, Pineda (2018) y Echeverría (2022) reportan que en la UIS existen criterios de admisión especial para estudiantes de diferentes grupos étnicos y culturales, pero, no existe un acompañamiento para afrontar las exigencias de formación, adaptación y permanencia en la vida universitaria.

Considerando lo anterior, se realizó la investigación cuyo objetivo fue: Diseñar, implementar y evaluar un curso de refuerzo inicial dirigido a estudiantes de admisión especial de la UIS con el fin de favorecer en ellos el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas. El curso se convirtió en una alternativa de acompañamiento académico previo a los estudios formales en la universidad.

Los resultados que se reportan en este artículo se extraen de la segunda implementación del curso realizado en el año 2021, enseñanza remota a causa de la COVID-19, a través de la plataforma Zoom y el Aula Virtual de GeoGebra (AVG). En este artículo, se presentan evidencias de las habilidades del proceso de resolución de problemas manifestadas por estudiantes que participaron del curso. Como resultado se exponen algunos descriptores y ejemplos de las habilidades para: i) comprender el problema; ii) plantear y ejecutar diversos caminos de solución iii) validar y verificar la solución del problema.

Aspectos teóricos.

El estudio se fundamenta teóricamente premisas del libro principios y estándares para la educación matemática del The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2003) donde se expone que “La resolución de problemas es una característica notable de la actividad matemática y un medio importante para desarrollar el conocimiento matemático. Consiste en encontrar una manera de alcanzar un objetivo que no es directamente asequible” (p.120). Además, en nuestro país el MEN (1998) y MEN (2006) establecen que la resolución de problemas es un eje organizador del currículo porque sirve de contexto para llevar a cabo el quehacer matemático y les permite a los estudiantes acceder a las matemáticas con sentido. Por otra parte, Santos-Trigo (2014) comenta que un problema o tarea es una oportunidad para los estudiantes, puesto que, promueve en ellos: formular preguntas, expresar y comunicar sus razonamientos, establecer y utilizar diversas formas de representación, plantear diversos caminos de solución, establecer conexiones entre los conceptos y procedimientos; es decir, es un proceso que favorece el aprendizaje y la enseñanza matemáticas y se sugiere se emplee durante el desarrollo de trabajo en el aula.

En cuanto a los documentos oficiales del MEN (1998), MEN (2006) y los del NCTM (2003) se indica que los estudiantes aprenderán a identificar, percibir, reconocer, expresar y comprender patrones, relaciones y funciones, hacer uso de las distintas representaciones (verbal, icónico, gráfico, tabular y algebraico) para modelar el cambio presente en fenómenos de variación inmersos en situaciones de la vida cotidiana, las ciencias y las matemáticas mismas. Así pues, los problemas planteados promovieron el desarrollo de estas acciones en los estudiantes.

Con respecto a la definición de habilidad, para efectos de esta investigación se acogió lo expresado por Rueda (2016) “corresponde a el conjunto de acciones secuenciales coherentes y coordinadas realizadas por un individuo, en la consecución de un objetivo. Estas acciones están mediadas por los conocimientos previos y pueden desarrollarse mediante la práctica” (p. 57). A continuación, describiremos las habilidades del proceso de resolución de problemas, recalcando los planteamientos de algunos autores.

Comprender el problema: Polya (1965) menciona que es necesario que los estudiantes identifiquen en un problema los datos, las incógnitas y las relaciones entre ellos. Además, implica la obtención de información y la capacidad de utilizar la información. Esta última habilidad es una parte esencial del proceso de resolución de problemas. En efecto, la comprensión del problema requiere análisis y síntesis, es decir, no es suficiente con la identificación de la información, el estudiante deberá hacer uso del repertorio de procedimientos, conocimientos y habilidades que posee para establecer cómo utilizará la información, de este modo, los estudiantes formulan una serie de preguntas cuando se enfocan en el proceso de resolución de problemas para establecer relaciones que ayuden a representar y entender las condiciones del problema Santos-Trigo (2014).

Plantear y ejecutar diversos caminos de solución: según Krulik, & Rudnick (1989), los estudiantes deberían desarrollar un repertorio amplio de estrategias sobre la resolución de problemas; algunos enfoques o alternativas pueden servir, mientras que, otros deben ser abandonados por ser acercamientos que no conducen a la solución. Polya (1965) indica que las heurísticas (estrategias) que se desarrollan en la resolución de problemas son diversas, algunas de estas son: la búsqueda de analogías o una especie de similitud, descomponer o combinar elementos del problema, dibujar figuras, construir una tabla, descomponer y recomponer el problema, variar el problema o trabajar con casos particulares, entre otras.

Validar y verificar las soluciones encontradas: Santos-Trigo (2014) manifiesta que, los estudiantes monitorean, verifican y validan sus procedimientos e ideas. También, Polya (1965), establece la necesidad de realizar una visión retrospectiva o “mirar hacia atrás” lo cual hace que sea necesario que los estudiantes se estén preguntando: ¿Qué necesito?, ¿qué debo hacer?, ¿hacia dónde voy?, ¿qué conocimientos utilicé?, ¿corresponde la solución con las condiciones del problema?, entre otras.

Metodología

La investigación sigue una metodología de diseño curricular (Díaz-Barriga et al. 1990). Arredondo citado por Díaz menciona que el diseño es un proceso que, consiste en la

organización y estructuración del currículo, por lo tanto, este estudio se plantea en las siguientes 8 fases:

La fase I refiere al análisis previo donde se estudian las características y condiciones económicas, políticas y sociales del contexto en particular. La fase II consistió en la planificación de curso que se caracterizó por tener una duración de 15 días, organizadas en 4 horas diarias, bajo la modalidad de enseñanza remota atendiendo a la emergencia sanitaria por la Covid-19. Por tanto, se establecieron encuentros de manera sincrónica con la docente. En la fase III se diseñaron 14 talleres cada uno de los cuales, sigue el proceso metodológico propuesto por los investigadores Fiallo y Parada (2018) mostrando 5 momentos de la clase, es decir: i) información y exploración libre; ii) socialización de resultados; iii) exploración dirigida; iv) explicación, finalmente, la v) tarea retadora. En la fase IV se realizó la primera implementación de los talleres, la investigadora asumió el rol de profesora y participaron 23 estudiantes que ingresaron a la UIS en el periodo 2021-I. La Fase V permitió la evaluación de la primera implementación, es decir, se contrarrestó los alcances en cuanto a los fines, objetivos, medios y procedimientos considerando las condiciones del análisis previo y se analizó lo relacionado con la eficiencia y eficacia de los componentes para satisfacer las necesidades del contexto. La fase V se enfocó en el replanteamiento y rediseño del curso dando lugar a algunos ajustes en los talleres diseñados e implementados, en esta fase se instituyó el diseño final del curso para potenciar las habilidades. En la fase VI se ejecutó la segunda implementación con 14 estudiantes de primer semestre 2021-II. En la fase VII se realizó la categorización de habilidades y en la fase VIII se emitió el reporte de investigación, allí se logró identificar, describir y ejemplificar algunas habilidades emergentes de la resolución de problemas.

Análisis y de discusión de resultados

De acuerdo con Echeverría (2022), para la enseñanza de los objetos matemáticos del Cálculo diferencial es pertinente el uso de problemas contextualizados, es decir, aquellos que responde a una situación que se presenta en la cultura (D'Ambrosio, 2008). Se argumenta que, desde el punto de vista didáctico, emplear problemas rediseñados y adaptados a los contextos cercanos de los estudiantes puede favorecer e incentivar el interés y la solución de posibles necesidades propias de sus realidades. Por lo anterior, el problema que se reporta en esta comunicación corresponde al contexto de una actividad económica: “Venta de leche” propia de la comunidad palenquera.

Se muestran evidencias (capturas de pantalla e imágenes) de los procedimientos efectuados por los estudiantes en la segunda implementación del curso de refuerzo. Estas fueron extraídas de la plataforma del Aula Virtual de GeoGebra (AVG) de los estudiantes. En esta implementación participaron 14 estudiantes, 10 de los cuales autorizaron el tratamiento de sus datos. Llamaremos a los estudiantes E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10 y a la docente-investigadora In.

En el problema de información y exploración libre del taller 11 (Figura 1) esperábamos que los estudiantes plantearan un modelo matemático compuesto por dos funciones lineales que satisfacen las condiciones específicas del problema; además, se solicita analizar un punto en el dominio de la función para estudiar la tendencia y aproximación cuando se acerca por derecha y por izquierda, con ello, las nociones de límite en un punto.

Para el inciso a) las evidencias de E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10 muestran que los estudiantes definieron una función por partes cuyo dominio son todos los números reales positivos, lo cual, cumplió con las condiciones del problema (contexto).

Actividad 1.1 Información y exploración libre
Según el ministerio de cultura de la república de Colombia, las mujeres palenqueras se dedican a la venta de dulces en ciudades turísticas, principalmente en Cartagena, con el fin de obtener ingresos monetarios para comprar bienes y servicios que no pueden autoproducir, tales como: los servicios de comunicación, transporte, educación de sus hijos y algunos víveres.
Los hombres palenqueros se dedican a actividades agrícolas como la siembra de ñame, yuca, arroz, patilla, melón, frijol y maní. Además de actividades agropecuarias como la cría de cerdos, aves de corral y ganado vacuno lechero.
Supongamos que los palenqueros venden la leche de vaca a 2000 pesos por litro y si la compra es superior a 3 litros la venden a 1900 pesos el litro.
a) Realice una función, que modele la situación, y grafíquela.
b) Si tengo 5800 pesos ¿Cuántos litros de leche puedo comprar?
c) Si tengo entre 5000 y 6000 pesos ¿Cuántos litros de leche puedo comprar?
d) ¿A qué valor se aproxima el precio de la leche si deseo comprar una cantidad, en litros, muy cercana a 3 litros, pero menor a 3 litros? ¿Y si la cantidad que deseo comprar es muy cercana a los 3 litros, pero mayor que los 3 litros?

Figura 1. Fuente: Echeverría, 2022 p.81

Los estudiantes definieron que "x" representa la cantidad de litros de leche y " $f(x)$ " representa el costo de la leche. Se evidencia una comprensión del problema, ya que, el autor Polya (1965) expresa que son acciones propias de esta habilidad: el identificar los datos, las variables y las relaciones entre ellos, de tal forma que, el modelo matemático planteado en los procedimientos de los estudiantes cumplió con las condiciones del problema, tal como se ilustra en el recuadro azul de la Figura 4.

Por otra parte, para el inciso b) los procedimientos de E3, E4, E7, E8, E9, E10 permitieron inferir la búsqueda de los valores de "x" para los cuales la imagen de $f(x) = 5800$ (Figura 2). De esta manera, los acercamientos son de tipo aritmético, buscando una estimación numérica mediante la estrategia heurística de particularización (Polya, 1965) así, determinaron y expresaron aproximadamente la cantidad de litros de leche que compran dada una cantidad de dinero definida.

b) Si tengo 5800 pesos ¿Cuántos litros de leche puedo comprar? **Explica tu respuesta**

A	$(2.8)(2000) = 5600$ y le sobran \$200
f	$(2.85)(2000) = 5700$ y le sobra \$100

Figura 2. Respuesta de E7 al inciso b) del problema de información y exploración libre del taller 11

Para el inciso c) los procedimientos de E1, E2, E5, E6 observados en el AVG los estudiantes consideraran el intervalo [5000, 6000] del rango de la función " $f(x)$ ", luego, identificaron una discontinuidad en el punto $x = 3$. En este caso, consideramos que en los razonamientos empleados por los estudiantes evidencian de manera implícita la construcción de un intervalo en el dominio de la función [2,5; 3] para los cuales puede tener una correspondencia única con la tarifa de 2000 pesos por litro. De esta manera, fueron monitoreando y validando el modelo que plantearon (Santos-Trigo, 2014) y establecieron un rango de valores la cantidad de litros de leche " x ", acciones propias de la habilidad para verificar y validar la solución el problema.

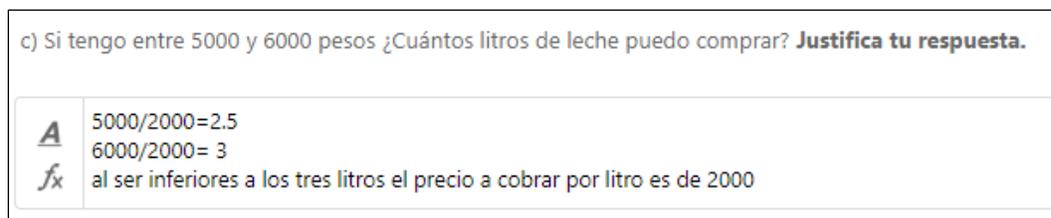


Figura 3. Respuesta de E2 al inciso c) del problema de información y exploración libre del taller 11

En el inciso d) los procedimientos de E1, E4, E6, E7, E8, E9, E10 evidenciaron el uso diversas estrategias heurísticas planteadas por Polya (1965): construcción de una tabla, particularización, construcción de una gráfica, uso de elementos auxiliares (puntos A y B sobre la representación gráfica). Con estas acciones, de acuerdo con Krulik, & Rudnick (1989) los estudiantes desarrollaron un repertorio amplio de estrategias, con ello, realizaron acciones que dan cuenta de la habilidad de plantear y ejecutar diversos caminos de solución.

Es importante mencionar, que la condición de acercarse al punto del dominio de la función ($x = 3$) tanto por derecha y por izquierda haciendo uso del software les permitió visualizar la tendencia y aproximación de la función, los estudiantes lograron construir una tabla de valores, finalmente, establecieron que, para los valores próximos a $x = 3$ pero menores, la función tiende a 5700 pesos, mientras que, para los valores cercanos a $x = 3$ pero mayores, la función tiende a 6000 pesos (Ver, recuadro morado Figura 4)

A su vez, para dar respuesta a el inciso d) destacamos el procedimiento de E4. Él empleó el software de GeoGebra para crear una representación gráfica, luego, construyó los elementos auxiliares Punto A y B (ver recuadro rojo Figura 4) y su respectivo registro en la hoja de cálculo (Ver, recuadro morado de la Figura 4). Establecemos que estas acciones estuvieron enfocadas en el monitoreo, validación y verificación del modelo, porque, le permitió coordinar las representaciones creadas y establecer las parejas ordenadas que dan cuenta de la relación de covariación entre las variables, es decir, el precio de la leche en función de la cantidad de producto adquirido.

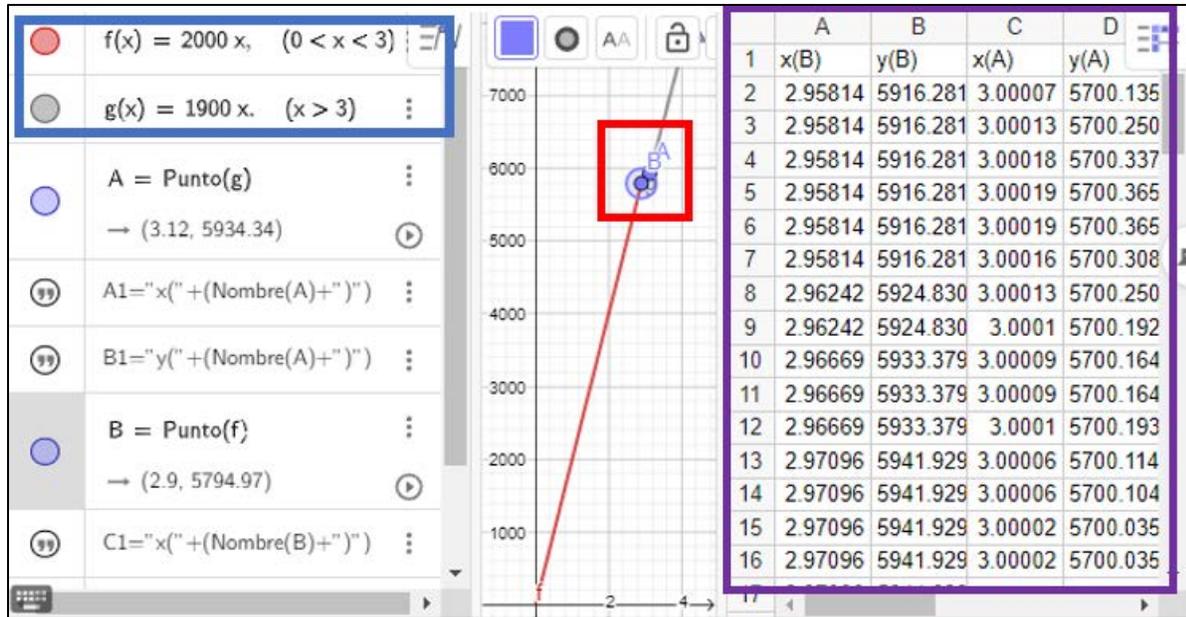


Figura 4. Respuesta E4 al inciso d) del problema de información y exploración libre del taller 11

Finalmente, destacamos la respuesta realizada por el estudiante E1, quien hizo uso de sus conocimientos previos (Santos-Trigo, 2014) proporcionó una solución analítica. Manifestando una acción que da cuenta de la habilidad para plantear y ejecutar diversos caminos solución. Él logró expresar, empleando notación matemática la existencia de los límites laterales cuando “x” tiende al punto 3, tanto por la derecha como por la izquierda. Sin embargo, expresa en sus procedimientos que el límite en el punto $x = 3$ no existe. (ver, Figura 5).

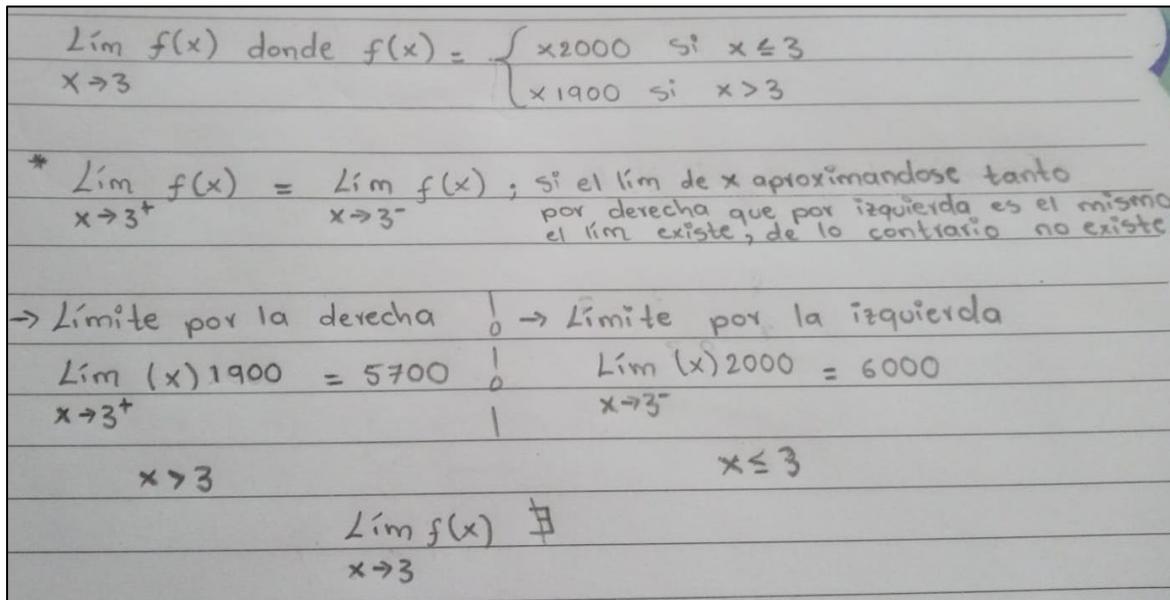


Figura 5 Respuesta E1 al inciso d) del problema de información y exploración libre del taller 11

Conclusiones

La valoración del problema nos permite plantear, sin generalizar, que la habilidad para comprender el problema es fundamental. Para el tratamiento del problema los estudiantes realizaron acciones como: extraer los datos y las variables del problema, asimismo, establecer las relaciones entre estos, convirtiéndolos en recursos para abordarlo.

En la resolución del problema se pudo evidenciar el empleo de diversas estrategias heurísticas: el uso de casos particulares para determinar algunos valores numéricos que den cuenta de la variación, la construir una tabla de valores, graficas, el empleo de elementos auxiliares (puntos sobre la gráfica), de esta manera, los estudiantes lograron identificar qué magnitudes permanecían variantes o invariantes y establecer el modelo matemático que da tratamiento al cambio del precio de la leche respecto a la cantidad adquirida. Estas acciones son evidencias de la habilidad para plantear y ejecutar diversos caminos solución.

Los diversos incisos del problema permitieron a los estudiantes la necesidad de ir monitoreando cada estrategia o heurística que emplearon para el desarrollo del problema. Además, les ayudó a recordar, afianzar y/o adquirir algunos conceptos, procedimientos, definiciones, de esta forma, validaron y verificaron la solución encontrada.

Finalmente, el problema contextualizado sirvió para generar interés en el aprendizaje de la noción de límite, fue cercano a la realidad de algunos de los estudiantes de admisión especial, además, permitió la consideración de un problema definido por una función por partes.

Agradecimientos

Al Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código 1115-852 70767, con el proyecto “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”. Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología. Código 70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Referencias y bibliografía

Acuerdo Académico 282 (2017) [Consejo Académico]. Por la cual se dictan disposiciones sobre el ingreso a la Universidad de aspirantes por la modalidad de Admisiones Especiales. Noviembre 17 de 2017.

D’Ambrosio, U. (2008). *Ematemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México D. F.: Ediciones Díaz de Santos.

Díaz-Barriga, F., Lule, M., Pacheco, D., Rojas, S., & Saad, E. (1990). *Metodología de diseño curricular para educación superior*. Editorial Trillas.

Echeverría, C. (2022). *Enseñanza del cálculo a personas con características diferenciadas: Reflexiones de una comunidad de práctica de profesores de matemáticas en formación* (tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

- Fiallo, J., & Parada, S. (2018). *Estudio Dinámico del cambio y la variación, curso de precálculo mediado por GeoGebra*. Ediciones UIS.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1989). *Problem solving: A handbook for teachers*. Allyn and Bacon, Inc., 7 Wells Avenue, Newton, Massachusetts 02159.
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Colombia.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Colombia.
- MEN (2013). *Lineamientos política de educación superior inclusiva*. Colombia.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Traducción de M. Fernández (Traducción de la versión del 2000 del NCTM). SAEM Thales. Sevilla.
- Pineda, S. (2018). *Formación Inicial De Profesores De Matemáticas Alrededor De La atención a la Diversidad* (tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Polya, G., (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Rueda, N. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación* (tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.
- Santos-Trigo, L. (2014) *Resolución de problemas matemáticos fundamentos cognitivos*. Editorial Trillas.