

**XVI CIAEM IACME**

Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
 Conferência Interamericana de Educação Matemática  
 Inter-American Conference of Mathematics Education

UNIVERSIDAD DE LIMA

Lima - Perú  
 30 julio - 4 agosto 2023

xvi.ciaem-iacme.org

## Formación de profesores de Matemáticas “basada” en la práctica. El aprendizaje de prácticas profesionales específicas

Salvador **Llinares**

Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante

España

sllinares@ua.es

### Resumen

En los últimos tiempos se han desarrollado aproximaciones a la formación de profesores de Matemáticas que colocan el foco en el aprendizaje de *prácticas específicas profesionales* vinculadas a la enseñanza de las Matemáticas. Algunas de estas prácticas son interpretar las situaciones de enseñanza, planificar la enseñanza considerando el pensamiento matemático de los estudiantes y reflexionar sobre lo realizado. Algunas propuestas de formación de profesores de matemáticas han empezado a identificar algunas de estas prácticas para construir ambientes de aprendizaje docente en los programas de formación. Estos ambientes de aprendizaje se configuran considerando las relaciones entre los registros de la práctica, conocimiento específico y el foco sobre determinadas prácticas profesionales específicas. El objetivo es que los estudiantes para profesores de matemáticas aprendan a interpretar la enseñanza de las matemáticas para tomar las mejores decisiones posibles en cada momento, definiendo líneas de acción. En esta conferencia mostraremos ejemplos de estos ambientes y sus características.

*Palabras clave:* Formación de profesores de matemáticas; Prácticas específicas profesionales; Formación de profesores de matemáticas basada en la práctica; Mirada profesional; Aprendizaje del profesor

### Formación de profesores de Matemáticas “basada” en la práctica: del conocimiento a las prácticas relevantes

La formación de profesores de matemáticas está experimentando en los últimos años un giro desde un foco en el conocimiento necesario para enseñar Matemáticas hacia la especificación de *prácticas relevantes* en la enseñanza de las matemáticas (*prácticas específicas*)

*profesionales*) que suponen conocer y hacer (Grossman, 2018). Este giro supone no solo tener que repensar el contenido de los programas de formación, sino también la forma en la que los formadores de profesores de matemáticas desarrollamos nuestra labor (*nuevas pedagogías en la formación de profesores*) (Forzani, 2014; McDonald, Kazemi, y Kavanagh, 2013).

Las prácticas específicas profesionales en la enseñanza de las matemáticas se apoyan en la relación dialéctica entre el conocimiento de matemáticas para la enseñanza, el discurso generado en su justificación y la acción derivada. La hipótesis que subyace a este planteamiento es que la implicación de los estudiantes para profesor en las diferentes prácticas profesionales durante la formación inicial, puede ayudarles a desarrollar formas de pensar (razonamiento pedagógico) que pueden apoyar su aprendizaje como docentes (McDonald et al, 2013). Esta situación ha generado la necesidad de identificar algunas prácticas relevantes en la enseñanza de las matemáticas vinculadas a estas prácticas específicas profesionales, y organizar la formación inicial de profesores a través de ellas de manera que ayuden a los estudiantes para profesor a desarrollar la competencia docente como una forma de conectar la teoría y la práctica. Por ejemplo, la modificación de tareas matemáticas como parte de la práctica específica profesional de planificar la enseñanza (interactuar con materiales curriculares).

Algunas características de las prácticas relevantes que ayudan a identificarlas son (Grossman, 2018): prácticas que ocurren con frecuencia en la enseñanza, que se dan en diferentes materias disciplinares, que pueden ser aprendidas por los estudiantes para profesor, que permiten a los estudiantes para profesor aprender sobre los estudiantes y la enseñanza, que son partes integrantes de la práctica de enseñar y que están basadas en la investigación. Estas características intentan evitar una aproximación reduccionista en que se pueda llegar a pensar en las prácticas relevantes como una simple selección de conductas del profesor (McDonald, Kazemi, y Kavanagh, 2013) permitiendo una mejor identificación de un conjunto de tales prácticas que apoyan la competencia docente. Algunos ejemplos de prácticas relevantes que están siendo identificadas con potencial para mejorar la formación de profesores en diferentes ámbitos disciplinares (Grossman et al 2009; Cuenca, 2021; Windschitl et al, 2012; Jacobs y 2017) son

- atender y dar respuesta a las ideas de los estudiantes para adaptar la enseñanza,
- gestionar discusiones colectivas en la clase dirigidas por un objetivo de aprendizaje de tópicos disciplinares ayudando a los estudiantes a construir argumentos válidos en la disciplina, o
- interactuar con materiales curriculares para decidir líneas de acción

La perspectiva de concebir la formación de profesores basada en la práctica sitúa en primer plano una agenda de investigación sobre el desarrollo de las competencias docentes que tiene implicaciones inmediatas en la práctica de formar profesores (Llinares, 2014). Es decir, se subraya la dualidad entre la práctica de formar profesores y las agendas de investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes para profesor que vincula los roles del formador y del investigador como una dualidad. Esta dualidad se apoya en el diseño de tareas en los programas de formación que integran proyectos de investigación (Ivars, Llinares y Buforn, 2017). Esta aproximación a la formación de profesores de matemáticas identifica prácticas relevantes en la enseñanza de las matemáticas y desarrolla e implementa formas de hacer en los programas de formación dirigidas

a que los estudiantes para profesor aprendan estas prácticas y las formas de razonar que les dan soporte.

### **Prácticas relevantes en la enseñanza de las matemáticas y pedagogías en la formación de profesores**

Ser competente en la enseñanza de las matemáticas implica diversas prácticas relevantes identificadas y caracterizadas por la investigación (Jacobs y Spangler, 2017). Ejemplos de estas prácticas son

- interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes (Fernández et al, 2018; Llinares, 2013b),
- analizar materiales curriculares, lecciones y actividades y planificar la enseñanza (Ayalon et al, 2021; Dietiker, Males, Amador, Earnest, 2018; Llinares, 2013 a), y
- gestionar el pensamiento matemático de los estudiantes durante las discusiones matemáticas en el aula (Smith y Stein, 2011).

El desafío para los formadores de profesores está en diseñar, implementar y analizar propuestas formativas centradas en algunas de estas prácticas relevantes en la enseñanza de las matemáticas con el objetivo de ayudar a los estudiantes para profesores a aprender a razonar y actuar en relación a ellas (Groenwald y Llinares, 2022; Ivars et al, 2019).

Las características de las formas de actuar de los formadores en estas iniciativas mantienen ciertas similitudes (Llinares y Fernández, 2021). Por ejemplo, en el uso *de representaciones de la práctica*, *de instrumentos conceptuales* (conocimiento teórico) que permiten apoyar los procesos de razonamiento de los estudiantes para profesor, *preguntas guías* que ayudan a centrar la atención de los estudiantes para maestro para identificar lo que puede ser relevante para el aprendizaje de las matemáticas en la situación descrita por el registro de la práctica, y *espacios para intercambiar y potenciar los procesos de razonamiento* como una forma de ayudar a ampliar la comprensión de la práctica.

Las *representaciones de la práctica* pueden tener el formato de videos, casos-narrativas, materiales curriculares como planes de lecciones o propuestas curriculares de libros de textos, comics describiendo situaciones de aula y así (Buchbinder y Kuntze, 2016). Estos registros de la práctica pueden describir respuestas de estudiantes a problemas con diferente demanda cognitiva, interacciones entre un maestro y un grupo de estudiantes en una sesión de discusión matemática con la clase entera, o secuencias de problemas en una lección desde un libro de texto o planificación de un profesor.

*Los instrumentos conceptuales* es la información teórica procedente de las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas que debe ayudar a los estudiantes para profesor a identificar los aspectos relevantes en la situación, interpretar dichos aspectos y ayudar a justificar posibles líneas de acción. La interpretación permite ver un aspecto particular del registro de la práctica como una característica de un principio teórico más general. Un ejemplo de instrumento conceptual son trayectorias hipotéticas de aprendizaje de tópicos matemáticos específicos que pueden describir modelos de progresión (niveles y características) del aprendizaje matemático

del tópico, o información sobre tipos de problemas que permiten determinar diferentes niveles de demanda cognitiva.

Las *preguntas guías* ayudan a focalizar la atención de los estudiantes para profesor y les ayuda a ser selectivos en lo que se puede observar. Las preguntas guías permiten a los estudiantes para profesor razonar sobre la representación de la práctica de manera que puede ser relevante para la enseñanza. Es decir, ayudando a justificar las posibles decisiones de enseñanza apoyados en la interpretación generada (decidir para actuar).

Finalmente, los espacios para intercambiar y potenciar los procesos de razonamiento pueden permitir a los estudiantes para profesor comparar con otros y cuestionar sus interpretaciones como una forma de estructurar sus argumentos.

En la sección siguiente ejemplificaremos estas características con la práctica relevante de analizar los problemas que aparecen en libros de texto para aprender a decidir cómo usar estos recursos curriculares en la enseñanza (planificación).

### **Interaccionando con materiales curriculares: Analizar libros de texto para decidir líneas de acción**

Analizar las propuestas de enseñanza que proporcionan diferentes libros de texto es una práctica profesional específica en la enseñanza de las matemáticas para decidir una línea de acción determinada (seguir la propuesta, modificar algunas actividades o complementar la secuencia propuesta). La manera en la que los profesores interaccionan con los materiales curriculares y recursos de enseñanza ha puesto de manifiesto la relevancia de esta práctica como un aspecto importante de la competencia docente del profesor (Dietiker et al, 2018; Trouche, Gueudet, y Pepin, 2019; Gueudet y Pepin, 2020). En formación inicial de profesores, aprender a interaccionar con los recursos se inicia cuando los estudiantes para profesor tienen que aprender a interpretar los diferentes materiales para decidir si deben modificar o completar las propuestas para usarlos en la enseñanza. El diseño de este tipo de actividades en los programas de formación integra representaciones de la práctica (extractos de libros de texto), información teórica como instrumentos conceptuales, y preguntas guías.

Por ejemplo, la figura 1 muestra un extracto de los materiales usados en un entorno de aprendizaje en un programa de formación de maestros de educación primaria centrada en el análisis y comparación de libros de texto relativos al razonamiento proporcional para alumnos de 11 -12 años.

*El registro de la práctica* está formado por la propuesta de dos libros de texto de las lecciones sobre magnitudes directamente proporcionales, el uso de diferentes formas de representar la relación entre cantidades de magnitudes proporcionales (tablas de proporcionalidad, gráficas), y procedimientos para resolver situaciones proporcionales (reducción a la unidad, y el uso de la aritmética de las proporciones), y las diferentes maneras de representar los porcentajes y su relación con las fracciones.

Las *cuestiones guía* se agrupan en tres bloques: Identificar, Interpretar y Decidir para actuar. Los focos de atención específicos son los tipos de problemas y la comparación entre la secuencia usada en los dos libros de texto (en la figura 1 solo se muestra un problema de cada propuesta curricular). El objetivo es que los estudiantes para profesor puedan identificar diferencias y semejanzas en las dos propuestas curriculares considerando los tipos de problemas que usan y los modos de representación introducidos. El segundo foco de las preguntas guías corresponde a Interpretar centrando la atención en tener que anticipar posibles respuestas de los estudiantes a problemas específicos (como una forma de subrayar la demanda cognitiva de los problemas) y considerando cómo diferentes estudiantes pueden usar aproximaciones alternativas que reflejen su comprensión de las relaciones de proporcionalidad y cómo las diferentes maneras de representar la relación entre las cantidades pueden aportar evidencias de diferentes niveles de desarrollo del razonamiento proporcional en los estudiantes. Finalmente, el tercer bloque de cuestiones guías están centradas en decidir una línea de acción a partir del análisis anterior (identificar e interpretar) y que pueda ayudar a completar la lección.

Los *instrumentos conceptuales* proporcionados, es decir, la información teórica para apoyar los procesos de identificar, interpretar y justificar las decisiones, en este caso tienen tres focos. En primer lugar, información sobre cómo el currículo contempla los conceptos de magnitudes directamente proporcionales, razón, proporción y porcentajes en educación primaria. El segundo foco es sobre

- los significados matemáticos de los conceptos de razón, proporción y lo que significa razonar proporcionalmente (que va más allá de resolver problemas de proporcionalidad usando algoritmos rutinarios)
- diferentes tipos de problemas (valor perdido, comparación numérica y predicción cualitativa),
- estrategias que pueden usar los estudiantes considerando el uso de diferentes tipos de razones (enteras y no enteras) y de relaciones entre las cantidades (escalares o funcionales), y
- las características de los diferentes niveles de desarrollo del razonamiento proporcional.

Finalmente, el tercer foco es la particularización en el concepto de porcentaje como una razón estandarizada a una base de 100, los diferentes tipos de tareas y problemas, y las equivalencias entre diferentes maneras de representar el porcentaje usando también expresión decimal y la fracción. Se completa con las características de los diferentes tipos de problemas con el porcentaje cuando se describen diferentes tipos de relaciones entre las cantidades. Por ejemplo, la relación parte-todo “el 82% de los estudiantes han aprobado matemáticas”. El porcentaje describe el conjunto de estudiantes que aprobaron matemáticas en relación al conjunto total de estudiantes que se examinaron; y la relación todo-todo “El precio de un producto era 120€ y ha aumentado a 150€. La razón del nuevo precio respecto el original es  $150/120$ , es decir, el nuevo precio es un 125% respecto el precio original”. Considerando estas dos relaciones los problemas pueden presentar situaciones de cambio y descripción de una situación estática.

*Didáctica de la Matemática- Universidad de Alicante* *17534-EA de las Matemáticas en la EP*

**T04-PR3- Libros de texto: Porcentajes en 6° de EP**

**RECURSO:**

Páginas de libros de texto de 6° del tema magnitudes directamente proporcionales

\* Editorial Anaya, Proyecto Pieza a Pieza. Autores: L. Ferrero, P. Martín, y J.M. Gómez. (2018) Matemáticas 6, 2° Trimestre, pág. 126-129

- Editorial SM, Matemática 6, 2° Trimestre, pág.102-105 y 116-117

**CUESTIONES (solo sobre los problemas)**

1. **IDENTIFICAR.**
  - a. Identifica cómo el libro de texto introduce el concepto porcentaje.
  - b. Identifica los tipos de **problemas que aparecen: situaciones de cambio** (aumentar/disminuir) y **descripción de una situación estática**. Indica su **característica** (tipo de relación y la incógnita)
  - c. Compara la propuesta entre las dos editoriales indicando las diferencias/semajanzas en relación con **problemas que aparecen** y sus características
2. **INTERPRETAR**
  - a. Anticipa diferentes formas de resolver los siguientes problemas (SUGERENCIA cuando sea posible: usando tabla de proporcionalidad y considerando la equivalencia entre diferentes maneras de representar la relación entre cantidades, o usando representaciones gráficas)
    - \* **problema 6, segundo apartado** (SM 6º curso, pág. 105)
    - \* **problema “Calculemos el precio rebajado”** (Anaya 6º curso, pág. 129)
3. **PROSPECCIÓN (Decidir para actuar).**

Considerando que eres el maestro/a usando este libro de texto, propón un problema de estructura diferente a los planteados en el libro y que te ayuden a completar la lección.


---

**1 2 3**


Calculamos el precio rebajado.

🗨️ Pondremos precio a cada magdalena, por ejemplo, 1,50 €. Si vemos que las magdalenas no se venden rápido, rebajaremos su precio un 20%. ¿Cuál será el precio después de la rebaja?

¡Ya tenemos todo organizado para nuestro mercadillo solidario!



**¡Reto conseguido!**



**Zona razona**

¿Es mejor que te aumenten la paga cada semana un 10% durante las próximas dos semanas o que dentro de 2 semanas te den un 20% más?

129

Un museo recibe 100 visitantes la primera semana del mes. La segunda semana recibe un 20% más de visitantes. En la tercera semana, asiste un 20% menos de personas que la semana anterior.

¿Vuelve a tener 100 visitantes la tercera semana? Explica tu respuesta sin realizar operaciones. Después, comprueba tu respuesta.




Figura 1. Práctica específica profesional: Interacción con los materiales curriculares. Ejemplo desde la actividad instruccional de Analizar libros de texto.

La estructura del entorno de aprendizaje generado desde los registros de la práctica proporcionados, los instrumentos conceptuales usados y las cuestiones guías están diseñados para crear oportunidades en el programa de formación apoyando el desarrollo de la práctica de analizar libros de texto y proponer líneas de actuación como práctica relevante de una práctica específica profesional como es la planificación de la enseñanza.

### Conclusiones

La formación de profesores de matemáticas “basada en la práctica” intenta integrar el aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar matemáticas y el desarrollo de la competencia docente articulada a través de diferentes prácticas específicas profesionales. Organizar los programas de formación alrededor de un conjunto de prácticas relevantes vinculadas a prácticas específicas profesionales, tales como analizar libros de texto para decidir líneas de acción y atender a e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes para decidir cómo apoyarles puede ayudar a los estudiantes para profesor a aprender la práctica de enseñar matemáticas. Aprender estas prácticas en cualquier lección de matemáticas va emparejado al desarrollo de formas de razonar que se evidencia en el discurso de los estudiantes para profesor. Es decir, en la manera en la que los estudiantes para profesor describen lo que observan, lo interpretan y justifican sus líneas de acción. De esta manera, los formadores de profesores de matemáticas están conceptualizando el aprendizaje de los estudiantes para profesor considerando cambios en el discurso vinculado a la realización de estas prácticas (Ivars et al, 2018), así como el aprendizaje de profesores en ejercicio en contextos de desarrollo profesional (Wilson et al, 2017). Esta forma de conceptualizar el aprendizaje de los estudiantes para profesor subraya la necesidad de considerar el papel que desempeñan los entornos de aprendizaje en los programas de formación y el papel de los formadores de profesores para poder caracterizar sus “formas de hacer” (pedagogías) (McDonald et al, 2013).

Resumiendo, en esta propuesta se vincula la identificación de prácticas específicas en la enseñanza de las matemáticas a la organización de la formación de profesores de matemáticas “basadas en estas prácticas” generando determinadas formas de hacer de los formadores de profesores. Esta aproximación a la formación de profesores conlleva considerar aspectos como registros de la práctica, instrumentos conceptuales y cuestiones guías como andamios en el diseño de entornos de aprendizaje.

**Reconocimiento.** Este trabajo forma parte del proyecto Referencia: PID2020-116514GB-I00, Agencia Estatal de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

### Referencias y bibliografía

- Ayalon, M., Naftalief, E., Levenson, E., Levy, S. (2021). Prospective and In-service Mathematics Teachers Attention to a Rich Mathematics Task while planning its implementation in the classroom. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 1695-1716. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10134-1>
- Buchbinder, O. y Kuntze, S. (Eds.). (2016). *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice. A Dynamically Evolving Field. ICME 13 Monographs*. Springer Nature.

- Cuenca, A. (2021). Proposing Core Practices for Social Studies Teacher Education: A Qualitative Content Analysis of Inquiry-Based Lessons. *Journal of Teacher Education*, 72(3), 298-313.
- Dietiker, L., Males, L.M., Amador, J., Earnest, D. (2018). Curricular Noticing: A Framework to Describe Teachers' Interactions with curricular materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(5), 521-532.
- Fernández, C., Sánchez-matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M.L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *AIEM- Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 39-61.
- Forzani, F. (2014). Understanding "Core Practices" and "Practice-Based" Teacher Education: Learning from the Past. *Journal of Teacher Education*, 65(4)357-368.
- Groenwald, C.L. y Llinares, S. (2022). Aprendiendo a mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas. *REVIEM. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(2), 1-26-e202202
- Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., y Williamson, P. (2009). Teaching practice; A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, 111(9), 2065-2100.
- Grossman, P. (2018). *Teaching Core Practices in Teacher Education*. Harvard Education Press.
- Gueudet, G. y Pepin, B. (2020). Digital Curriculum Resources in /for Mathematics Teacher Learning: A Documentational Approach Perspective. En S. Llinares y O. Chapman (eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education. Volume 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (Second Edition)* (p.139-162) Brill/Sense: Leiden /Boston
- Ivars, P., Llinares, S., y Buforn, A. (2017). Diseño de tareas y desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas de estudiantes para maestro. En A. Salcedo (Comp.), *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (p. 65-88). Centro de Investigaciones Educativas. Universidad Central de Venezuela.
- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., y Choy, B.H. (2018). Enhancing Noticing: using a Hypothetical learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *EURASIA Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*, 14(11)3m1959
- Jacobs, V. y Spangler, D. (2017). Research on Core Practices in K-12 Mathematics Teaching. En J. Cai (ed.), *COMPEDIUM for Research in Mathematics Education*, (p.766-792). NCTM: Reston VA.
- Llinares, S. (2013a). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. *Educar em revista. Curritiba, Brasil*. 50, 117-133
- Llinares, S. (2013b). Professional noticing: a component of the mathematics teachers' professional practice. *SISYPHUS. Journal of Education*, 1(3), 76-93.
- Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica de formar profesores de matemáticas. *Educación Matemática, 25 años, marzo 2014*, 31-51.
- Llinares, S. y Fernández, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática. *La Gaceta de la RSME*, 24(1), 185-205.
- McDonald, M., Kazemi, E., Kavanagh, S. (2013). Core Practices and Pedagogies of Teacher Education: A Call for a Common language and Collective Activity. *Journal of Teacher Education*, 64(5), 378-386.
- Smith, M.S. y Stein, M.K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. NCTM: Reston, VA.



Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B. (2019). *The 'Resource' approach to Mathematics Education*. Springer nature.

Wilson, P.H., Sztajn, P., Edgington, C., Webb, J., y Myers, M. (2017). Changes in teachers' discourse about students in a professional development on learning trajectories. *American Educational Research Journal*, 54(3), 568-604.

Windschitl, M., Thompson, J., Braaten, M., Stroupe, D. (2012). Proposing a Core Set of Instructional Practices and Tools for Teachers of Science. *Science Education*, DOI 10.1002/sce.21027.