

XVI CIAEM IACME

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
 Conferência Interamericana de Educação Matemática
 Inter-American Conference of Mathematics Education

UNIVERSIDAD DE LIMA
 Lima - Perú
 30 julio - 4 agosto 2023

xvi.ciaem-iacme.org

Polígonos y evaluación de los aprendizajes

Marianela **Zumbado-Castro**

Cátedra Didáctica de las Matemáticas, Universidad Estatal a Distancia
 Costa Rica

mazumbado@uned.ac.cr

Ricardo **Poveda-Vásquez**

Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional
 Costa Rica

ricardo.poveda.vasquez@una.cr

Resumen

Este minicurso abordará los elementos básicos de la evaluación de los aprendizajes en un escenario específico que surge de la resolución de problemas y los polígonos. La metodología de trabajo será tipo taller, con cuatro momentos. Primeramente, se realizará un abordaje teórico de: (1) la estrategia metodológica de resolución de problemas según la perspectiva del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012), (2) la evaluación de los aprendizajes en Educación Matemática, (3) estructura de ítems para el juzgamiento del aprendizaje, (4) estrategia para interpretar el nivel de desempeño estudiantil. El segundo momento consistirá en analizar en subgrupos diversos ítems sobre polígonos, caracterizar su estructura e interpretación del desempeño estudiantil. En el siguiente momento se propondrán situaciones contextualizadas sobre polígonos para la elaboración de ítems. Finalmente, en el cuarto momento se expondrá a nivel grupal cada ítem y algunos indicadores asociados con la valoración del desempeño estudiantil.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación secundaria; Enseñanza presencial; Evaluación sumativa; Investigación Educativa; Polígonos; Ministerio de Educación Pública; Costa Rica.

Marco conceptual

Estrategia metodológica de resolución de problemas

Según la perspectiva del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012) la resolución de problemas es su estrategia metodológica principal y ella está constituida por dos etapas. La primera etapa se denomina “El aprendizaje del conocimiento” y a su vez se subdivide en cuatro momentos: (1) planteamiento de un problema, (2) trabajo estudiantil independiente, (3) discusión interactiva y comunicativa y (4) cierre o clausura. La segunda etapa se denomina “Movilización y aplicación de los conocimientos”.

Los recursos didácticos por excelencia para llevar a cabo la mediación pedagógica de la estrategia de resolución de problemas son los problema contextualizados o abstractos creados, seleccionados o adaptados.

Por el vínculo entre mediación pedagógica y evaluación de los aprendizajes, los ítems empleados para la prueba escrita deben ser problemas con una o varias tareas matemáticas (Zumbado-Castro, 2022).

Evaluación de los aprendizajes en Educación Matemática

Para efectos del minicurso, se asumirá la evaluación de los aprendizajes como sinónimos de “assessment of learning” donde se pretende juzgar el resultado de los aprendizajes, e implicará los siguientes requerimientos: una actividad o tarea, un sujeto evaluador, un instrumento apropiado para juzgar las acciones del estudiantado sobre la tarea, un reporte y una interpretación, que permita comunicar cuánto aprendió quien estudia (Harlen, 2016).

Se entenderá por actividad o tarea, específicamente, un problema contextualizado o abstracto de geometría con el tópico de polígonos con un nivel de complejidad predeterminado. Quien evalúa será aquel sujeto que posea las capacidades para juzgar los aprendizajes adquiridos por el estudiantado (Callejo, 1998; Gómez y Pinzón, 2018; Loría y Lupiáñez, 2019). Esta condición puede incluir a docentes de secundaria con formación base en enseñanza de las matemáticas, personal de la asesoría pedagógica del área, personal académico de las universidades vinculado con educación matemática en secundaria, entre otros. Para efectos del minicurso este requerimiento lo asumirán quienes participen del mismo.

Respecto al instrumento estará construido con los principios de validez y fiabilidad (Martínez et al., 2014) y en concordancia con los fundamentos de los programas de Matemáticas del MEP (2012). Su propósito será recolectar evidencias de los aprendizajes estudiantiles al resolver una tarea matemática, para realizar un juzgamiento que permita generar un reporte.

El reporte será entendido como la síntesis, generada en texto, de los resultados de la comparación con estándares establecidos respecto a cada tarea matemática seleccionada (Martinovic y Manizade, 2018; Vargas, 2013). Esta será analizada en términos de los parámetros admitidos para cada una de ellas y, finalmente, se generará lo que se ha denominado una

interpretación respecto a la expectativa de aprendizaje (Alsina y Coronata, 2015; Loría y Lupiñez, 2019; MEP, 2012).

En la siguiente tabla se presenta la síntesis del modelo propuesto por Harlen (2016) para la evaluación de los aprendizajes, de manera que se visualicen sus requerimientos y una breve descripción de estos, excluyendo a quien evalúa.

Tabla 1
Modelo para la evaluación de los aprendizajes o “assessment of learning” (Harlen, 2016).

Requerimiento	Descripción
Tareas matemáticas	Un problema contextualizado o abstracto de geometría con el tópic de polígonos con un nivel de complejidad determinado.
Instrumento	Conjunto de ítems que conforman una prueba construida bajo los principios de validez y fiabilidad, concordante con la fundamentación teórica de los programas y la delimitación del contenido matemático.
Reporte	Síntesis generada en texto de los resultados de la comparación de estándares establecidos respecto a cada tarea matemática seleccionada e incluida en el instrumento.
Interpretación	Con base en el reporte, presentación de los resultados respecto a las expectativas de aprendizaje.

Nota: Elaboración propia.

Estructura de ítems o reactivos para el juzgamiento del aprendizaje

Con el fin de facilitar la comprensión de los diferentes elementos que conforman un ítem sobre polígonos regulares desde la perspectiva del minicurso, se muestra un ejemplo de un formulario de TEAMS de Microsoft, en la Figura 1.

The image shows a screenshot of a Microsoft Teams assessment item. The item is titled "Señales de tránsito" and is part of a questionnaire. The question asks: "¿Cuál o cuáles de las señales dadas en el contexto 'Señales de tránsito' puede ser construida en una lámina metálica rectangular de 80 cm x 62 cm?". The context includes two traffic signs: a red octagonal 'ALTO' sign and a yellow diamond-shaped 'ZONA ESCOLAR' sign. The correct answer is 'd) La señal de ZONA ESCOLAR'.

Figura 1. Ítem de polígonos “Señales de tránsito” y sus elementos (Zumbado-Castro,2022)

Primero se observa el número seis que indica la ubicación de la pregunta o ítem en el cuestionario. La frase “Señales de tránsito” ejemplifica el nombre de cada ítem. El recuadro en rojo que contiene un texto descriptivo y las imágenes se ha denominado contexto. En la parte inferior de la figura en recuadro color azul se ubica la pregunta por responder y las opciones.

Con respecto a los ítems que conforman una prueba, cada ítem está constituido por dos partes: (1) el texto que contiene la situación problema, que se denomina “contexto” y que da nombre al ítem; (2) la pregunta y las opciones de respuesta.

Estrategia para interpretar el nivel de desempeño estudiantil

En este minicurso para lograr una interpretación del desempeño estudiantil se emplea la estrategia 4+6 (Ruiz, 2018) que permite establecer, mediante *cuatro* pasos y *seis* elementos, el nivel de complejidad de las tareas matemáticas. Cada pregunta es desarrollada siguiendo estos *pasos*: (1) enunciar, (2) resolver, (3) identificar y (4) valorar. A su vez, el paso 3 implica la identificación de cuatro *elementos*: conocimientos y áreas; contextos; habilidades generales; y habilidades específicas, según el ente ministerial. El paso 4 implica la valoración de dos *elementos* más: grados de los procesos (EIPP) y nivel de complejidad.

Los pasos 2 y 4 de la estrategia 4+6 (Ruiz, 2018) permiten el análisis de la resolución de cada ítem y la identificación los indicadores de la EIPP. Además, se debe redactar una valoración que evidencie el vínculo con cada indicador.

Un ejemplo de la aplicación parcial de la estrategia se muestra en la Figura 2, porque se muestra una posible solución del estudiantado.

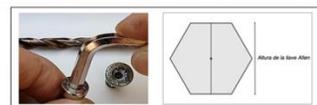
Paso 1. Enunciar	Paso 2. Resolver
<div data-bbox="211 1197 641 1680"> <p>9</p> <p>La llave Allen</p> <p>Este tipo de herramienta es usada para entrosar y desenrosar tornillos, que tienen una cabeza con forma de hexágono regular interior. En comparación con el destornillador plano, posee mayor resistencia y fuerza porque existen seis superficies planas de contacto entre el tornillo y el destornillador. (1 Punto)</p>  <p>Respecto a la frase “seis superficies planas de contacto entre el tornillo y el destornillador” del contexto “La llave Allen”, analice las siguientes proposiciones:</p> <p>I. Parte de las superficies de contacto es un vértice del polígono regular.</p> <p>II. Parte de las superficies de contacto son los lados del polígono regular.</p> <p>De ellas son verdaderas</p> <p><input type="radio"/> a) Ambas ✓</p> <p><input type="radio"/> b) Ninguna</p> <p><input type="radio"/> c) Solo la I</p> <p><input type="radio"/> d) Solo la II</p> </div>	<p>Se espera que el estudiantado logre visualizar si las proposiciones describen apropiadamente la situación descrita.</p> <p>I. Parte de las superficies de contacto es un vértice del polígono.</p> <p>De acuerdo con el contexto, la llave Allen se ajusta a la cabeza hexagonal interior de un tornillo, por tanto, entre los elementos de la llave que entran siempre en contacto con el interior del tornillo son: los vértices, los lados y la superficie.</p> <p>Por tanto, la proposición es verdadera.</p> <p>II. Parte de las superficies de contacto son los lados del polígono regular.</p> <p>Cada lado de la llave Allen entra en contacto con la cabeza hexagonal del tornillo y son los lados del polígono, entonces la segunda proposición es verdadera.</p> <p>Por tanto, las dos proposiciones son verdaderas y la respuesta es “Ambas”.</p>

Figura 2. Ítem de polígonos “La llave Allen” y sus elementos (Zumbado-Castro,2022)

Con la información de la Figura 2. se procede con el paso 4. Valorar, en función de los cinco procesos matemáticos establecidos para el MEP (2012) como se muestra en la Figura 3.

Paso 4. Valorar

1. Intervención de los procesos en el problema

Razonar y argumentar

Se debe responder mediante un razonamiento directo, de hecho, corresponde a una interpretación de la información en un contexto real donde se involucra al vértice, el lado y el perímetro (H.15) con la llave Allen, por tanto, la acción involucrada implica el indicador RA1.4.

Plantear y resolver problemas

Para la resolución del problema solo se deben usar los datos del enunciado que están de manera explícita, debido a que se debe relacionar la descripción del enunciado sobre las superficies de contacto y los elementos del polígono. La acción anterior implica la presencia del indicador PRP1.1.

Conectar

El estudiantado identifica la relación entre los conceptos (vértice y lado) y las características de una llave Allen y un tornillo de cabeza hexagonal. Por tanto, está presente el indicador C1.1.

Comunicar

El estudiantado, para manifestar la respuesta, debe interpretar una secuencia de razonamientos considerados en cada proposición, que implican determinar la relación entre la llave Allen, el vértice y el lado, por tanto, se hace presente el indicador COM2.2.

Representar

Durante el proceso de resolución, el estudiantado emplea únicamente la representación literal que debe ser interpretada, “seis superficies de contacto” en la relación con la llave Allen, no se requiere de otra representación. La acción anterior implica que el indicador R1.2 está presente.

2. Nivel de complejidad

Al resumir los indicadores de la siguiente manera: RA1.4, PRP1.1, C1.1, COM2.2 y R1.2, cuatro de los procesos se encuentran en el grado 1. Entonces, se emplea el criterio simplificado para valorar el nivel de complejidad, denominado NCS1, porque existen, al menos, tres indicadores de grado 1, esto implica que el problema posee el nivel de complejidad denominado *Reproducción*.

Figura 3. Paso 4 de la estrategia 4+6 (Ruiz, 2018) al ítem “La llave Allen”

En la Figura 3 se muestran las justificaciones o valoraciones que respaldan la selección de cada indicador por proceso matemático en relación directa con el proceso resolutorio del ítem. En la Figura 4, en el proceso *conectar* se puntualiza cuáles elementos de la solución se vinculan con el indicador y cuál es la valoración.

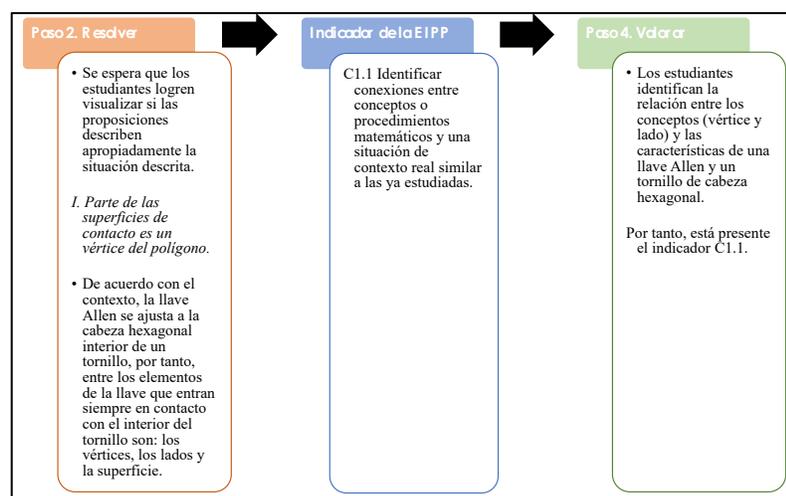


Figura 4. Descripción de pasos en la estrategia 4+6, proceso comunicar, ítem “La llave Allen”.

En la Figura 4 con el título “Paso 4. Valorar” se presenta de manera específica cómo el indicador C1.1 se expresa en función del ítem. La información del indicador pasa de ser general a ser particular y asociada con la resolución del ítem.

Por tanto, si en cada ítem de una prueba se dispone de la valoración de cada indicador y todas las valoraciones de un indicador fueran colocadas en un Excel; será posible mediante el análisis del discurso determinar patrones y escribir una síntesis o interpretación de las acciones estudiantiles según cada indicador presenta en una prueba.

Por ejemplo, respecto al proceso matemático comunicar, se parte de la interpretación, que corresponde a la máxima expectativa y de aquí se crea una escala decreciente que agrupa las proporciones de cada indicador, en una prueba, en un máximo de tres niveles de logro: esperado, intermedio e inicial. La interpretación del indicador COM 2.2 se visualiza en la Tabla 2.

Tabla 2

Interpretación del indicador COM2.2 agrupado por nivel de logro

Proporción 7/7	Agrupamiento Niveles	7/7, 6/7, 5/7 Esperado	4/7, 3/7, 2/7 Intermedio	1/7 y 0/7 Inicial
Indicador COM2.2	La persona estudiante interpreta 7 veces la secuencia de razonamientos para validar proposiciones que se asociaban con los polígonos regulares (radio, vértice, apotema, lado, cálculo y comparación de área y perímetro).	La persona estudiante interpreta entre 7 y 5 veces la secuencia de razonamientos para validar proposiciones que se asociaban con los polígonos regulares (radio, vértice, apotema, lado, calculo y comparación de área y perímetro).	La persona estudiante interpreta entre 4 y 2 veces la secuencia de razonamientos para validar proposiciones que se asociaban con los polígonos regulares (radio, vértice, apotema, lado, calculo y comparación de área y perímetro).	La persona estudiante interpreta entre 1 y 0 veces la secuencia de razonamientos para validar proposiciones que se asociaban con los polígonos regulares (radio, vértice, apotema, lado, calculo y comparación de área y perímetro).
	Máxima expectativa	Escala decreciente		

Nota: Elaboración propia.

En la Tabla 2 se observan dos aspectos importantes. El primero, en la columna dos se encuentra la síntesis o interpretación del indicador e incluye todas las valoraciones de los ítems donde este se hace presente. El segundo, los posibles ocho valores que cada estudiante puede obtener en la prueba; para este indicador se han agrupado los valores de tres en tres en los niveles de logro definidos a excepción del último que contiene dos valores de manera que la persona estudiante es ubicada en un rango y no en un punto dentro de la escala, lo que es más cercano a la realidad. Según Harlen (2016), estos procesos de juzgamientos del aprendizaje no son exactos, por tanto, una aproximación a los estándares es lo más justo.

La interpretación del valor numérico asignado como puntuación (nota en la prueba) es el desglose por indicador en términos de la proporción alcanzada en la escala decreciente por nivel de logro elaborada para cada indicador, según la síntesis o la interpretación. Cada puntuación, al

estar desglosada por una proporción personalizada, se asociará con una interpretación específica e individual. Por ejemplo, en la Tabla 3 se muestra la interpretación de un estudiante que aplicó un cuestionario con 12 preguntas sobre polígonos y obtuvo una nota de 66,66 de 100.

Tabla 3

Interpretación de una nota de 66,66 con base en los 16 indicadores de la EIPP que contenía la prueba sobre polígonos regulares

La persona estudiante:
RA1.1 y RA1.3 Siempre identifica el radio y la apotema de manera directa y explícita en un polígono regular cuando se calcula el perímetro.
RA1.4 Siempre realiza razonamiento directo sobre información proveniente de un contexto real que involucra: vértice, lado y perímetro de un polígono regular.
RA2.1 y RA2.2 Determina entre 6 y 4 veces en los diferentes enunciados (contextos reales y abstractos) datos implícitos como: ángulo central, ángulo interno, apotema, radio, vértice y lado del polígono regular para responder de manera directa a preguntas sobre el cálculo y comparación del área o perímetro.
PRP1.1 Siempre usa los datos explícitos sobre elementos de los polígonos regulares (radio, apotema, vértice y lado) presentes en los enunciados para la resolución de problema.
PRP 1.2 Siempre emplea fórmulas y procedimientos sencillos (despejar una ecuación, aplicar el teorema de Pitágoras, alguna razón trigonométrica) para la resolución del problema sobre áreas y perímetros de polígonos regulares.
PRP2.1 Determina entre 5 y 3 veces una estrategia de solución que involucra diversos elementos del polígono regular (lado, radio, diagonal que pasa por el centro, apotema) para calcular y comparar longitudes y áreas.
C1.1 Siempre identifica la relación entre un objeto real y dos elementos de un polígono regular: vértice y lado.
C1.2 Siempre relaciona conceptos de geometría entre sí: área, perímetro, lado, apotema y razones trigonométricas.
C2.1 Usa entre 6 y 4 veces la relación de diversos elementos del polígono regular (radio, apotema, lado, área, perímetro, vértice, ángulo central) en situaciones contextualizadas.
COM 1.4 Comunica sus ideas entre 3 y 2 veces al discriminar entre las opciones la respuesta correcta en problemas de área y perímetro de polígonos regulares.
COM 2.2 Interpreta entre 5 y 4 veces la secuencia de razonamientos para validar proposiciones que se asociaban con los polígonos regulares (radio, vértice, apotema, lado, cálculo y comparación de área y perímetro).
R1.1 Siempre identifica en las representaciones dadas en los enunciados la información explícita para la resolución de problemas de área y perímetro de polígonos regulares.
R1.2 Usa entre 4 y 3 veces una representación (lenguaje natural -literal o lenguaje algebraico) de los objetos matemáticos asociados con los polígonos regulares.
R2.4 Usa entre 5 y 3 veces dos representaciones o más (lenguaje natural y lenguaje algebraico) de los objetos matemáticos asociados con los polígonos regulares.

Cabe destacar que las ideas abordadas en el minicurso son tan poderosas, que el reporte para cada estudiante es personalizado y que una misma calificación implica diferentes indicadores, por tanto, diferentes niveles de desempeño. En la siguiente Figura 4. se observa en la última columna con el indicador RA1.1 y RA1.3 como tres estudiantes el ID 1, ID 5 y ID 180 con la misma nota presentan un nivel de logro diferente.

Informe por estudiante				
ID	Puntuación	Nota	RA1.1 y RA1.3	RA1.4
1	8,00	66,67	La persona estudiante siempre identifica el radio y la apotema de manera directa y explícita en un polígono regular cuando se calcula el perímetro.	La persona estudiante siempre realiza razonamiento directo sobre información proveniente de un contexto real que involucra: vértice, lado y perímetro de un polígono regular.
5	8,00	66,67	La persona estudiante identifica 1 de 2 veces el radio o la apotema de manera directa y explícita en un polígono regular cuando calcula el perímetro.	La persona estudiante NO realiza un razonamiento directo sobre información proveniente de un contexto real que involucra: vértice, lado y perímetro de un polígono regular.
180	8,00	66,67	La persona estudiante NO identifica ni el radio, ni la apotema de manera directa y explícita en un polígono regular cuando calcula el perímetro.	La persona estudiante siempre realiza razonamiento directo sobre información proveniente de un contexto real que involucra: vértice, lado y perímetro de un polígono regular.

Figura 5. Estudiantes con la misma nota y diferentes niveles de desempeño por indicador.

Esta interpretación del reporte coincide con la propuesta de Harlen (2016), debido a que ofrece información individualizada, lo cual facilita el monitoreo por sujeto en términos de estándares. Ellos han sido establecidos en rangos por niveles de logro y esto puede favorecer la toma de decisiones. Además, la estrategia de emplear tres niveles o rangos es frecuente cuando se emplean instrumentos de evaluación (Yang y Li, 2018; DGEC, 2010, 2020).

Metodología del minicurso

A continuación, se presenta la propuesta para desarrollar el minicurso, la metodología de trabajo será tipo taller, con cuatro momentos como se muestra en la Tabla 4.

Prospectivas sobre el minicurso

La persona participante conocerá el modelo 4+6 de Ruiz (2018), una poderosa herramienta para el análisis del nivel de complejidad de una tarea matemática que ha sido empleada para la evaluación de los aprendizajes mediante la construcción de niveles de desempeño utilizando los indicadores que propone Ruiz en su modelo.

Tabla 4
Tiempo propuesto y descripción de cada actividad.

Tiempo	Actividad
I Momento	
40 min	Exposición magistral: 1) Resolución de problemas 2) Evaluación en educación matemática 3) Ítems contextualizados y formato 4) EIPP (Modelo de 30 indicadores)
II Momento	
20 min	Trabajo en subgrupo 5) Análisis de un ítem y su EIPP 6) Discusión y cierre
III Momento	
35 min	7) Aplicar los indicadores de la EIPP a un ítem
IV Momento	
20 min	8) Exposición 5 subgrupo por 5 minutos, un proceso (RA; PRP; COM; R; C) por cada equipo de trabajo.
5 min	Síntesis y despedida

La persona participante experimentará el análisis de una tarea matemática mediante parte de la estrategia 4+6 para posteriormente aplicarla y de manera conjunta construir posibles niveles de desempeño estudiantil con base en la experiencia.

El alcance de este minicurso es la introducción a la propuesta de Zumbado-Castro (2022) de su tesis doctoral denominada “*La evaluación de los aprendizajes en geometría del estudiantado de décimo año, a partir del modelo estructura de intervención de procesos en un problema*”, por tanto, las actividades no pretenden ser exhaustivas.

Referencias y bibliografía

- Alsina, A. y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: Diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Callejos, M. (1998). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. [DGEC]. (2010). *Primer informe sobre los resultados de la prueba para docentes de Matemáticas*. San José: Ministerio de Educación Pública. Recuperado de http://www.dgce.mep.go.cr/sites/all/files/dgce_mep_go_cr/documentos/i_informe_prueba_mate_prof_definitivo_1.pdf
- Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. [DGEC]. (2020). *Informe Nacional. Bachillerato, 2019*. San José: Ministerio de Educación Pública. Recuperado de https://dgce.mep.go.cr/sites/all/files/dgce_mep_go_cr/documentos/bachillerato_2019_-_informe_2019.pdf

- Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Diseño de un instrumento para evaluar un programa de formación de profesores de matemáticas de secundaria y media. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(2), 55-57. Recuperado de <http://www.ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/325/334>
- Harlen, W. (2016). Assessment and the curriculum. En D. Wyse, L. Hayward and J. Pandya (Eds.), *The SAGE Handbook of Curriculum, Pedagogy and Assessment Volume 2* (pp. 693-709). Londres, Reino Unido: SAGE.
- Loría, J. y Lupiáñez, J. (2019). Estudio del conocimiento de profesores de secundaria sobre procesos matemáticos. *PNA*, 13(4), 247-269. <https://doi-org.cidreb.uned.ac.cr/10.30827/pna.v13i4.8892>
- Martínez, M., Hernández, M.V. y Hernández M.J. (2014). *Psicometría*. Madrid: Alianza Editorial.
- Martinovic, D. y Manizade, A. (2018). The challenges in the assessment of knowledge for teaching geometry. *ZDM Mathematics Education*, 50(4), 613-629. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0934-4>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José: autor.
- Ruiz, A. (2018). Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. Ciudad de México: CIAEM. Recuperado de <https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf>
- Vargas, G. (2013). *El desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes costarricenses de undécimo año de colegios académicos diurnos y su nivel de logro en el aprendizaje de las matemáticas* (Tesis doctoral). Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica.
- Yang, K. y Li, J. (2018). A Framework for Assessing Reading Comprehension of Geometric Construction Texts. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(1), 109-124. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9770-6>
- Zumbado-Castro, M. (2022). *Evaluación de los aprendizajes en geometría del estudiantado de décimo año, a partir del modelo estructura de intervención de procesos en un problema* [Tesis doctoral]. Universidad Estatal a Distancia. https://aleph23.uned.ac.cr/exlibris/aleph/a23_1/apache_media/B9PUK84TYDUNRDHBTGSQJ9KTDN7ECV.pdf