



Actividades ricas para primaria: los procesos matemáticos en el aula

Albert **Vilalta** Riera

Universitat Autònoma de Barcelona e Innovamat Education

España

albert.vilalta@uab.cat

Cecilia **Calvo** Pesce

Escola Sant Gregori e Innovamat Education

España

ccalvo@santgregori.org

Laura **Morera** Úbeda

Innovamat Education

España

laura.morera@innovamat.com

Resumen

¿Qué elementos hacen que una actividad de matemáticas pueda considerarse rica? En este taller exploramos, a través de tres ejemplos prácticos de primaria, la importancia de elegir bien la tarea y de saber gestionarla. Gracias a los ejemplos, desarrollaremos las claves del marco teórico sobre riqueza matemática: que la tarea ofrezca oportunidades de aprendizaje competencial y un contenido adecuado; y que la gestión fomente un ambiente de discusión y sea sensible a la diversidad. Primero afrontaremos las actividades como alumnos para, posteriormente, analizar su riqueza como profesores y generar aprendizajes didácticos que puedan servir en el aula.

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Educación primaria; Enseñanza presencial; Implementación curricular; Resolución de problemas; Investigación educativa; Matemáticas; Cataluña; España.

Introducción

Cada vez somos más los maestros y profesores que compartimos el valor de desarrollar la competencia matemática de nuestro alumnado. Hemos comprendido, gracias a la investigación, la reflexión y la experiencia, que los contenidos curriculares no bastan: es necesario transmitir también una manera de hacer, unos procesos que estructuren el pensamiento y la actividad matemática y que, en definitiva, den sentido a los contenidos.

El objetivo del presente taller es precisamente transmitir, a través de ejemplos de actividades ricas, que se pueden trabajar los contenidos con profundidad mientras desarrollamos

los procesos matemáticos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones; comunicación y representación). El formato previsto es fundamentalmente práctico, con una breve introducción al referencial teórico (¿qué procesos conforman la competencia matemática?, ¿qué entendemos por *actividad rica*?, ¿cómo debe ser su gestión?) y, posteriormente, tres ejemplos actividades ricas. Para cada actividad, se destina un tiempo para que los participantes la resuelvan como alumnos y, después, se analiza conjuntamente su potencial riqueza didáctica, con especial atención a los contenidos, los procesos y la gestión de aula, atendiendo a la diversidad del alumnado a quien propondríamos dichas actividades.

Referencial teórico

Los procesos de la competencia matemática

En los años cuarenta del siglo pasado, George Pólya (1945) advierte que sumergir a nuestro alumnado en operaciones y procedimientos rutinarios mata el interés y obstaculiza el desarrollo intelectual. Es por ello que invita a los maestros a fomentar la curiosidad, planteando problemas adecuados a los conocimientos del alumnado y ayudándoles a resolverlos mediante preguntas que estimulen el pensamiento independiente. Si bien Pólya se centró en la resolución de problemas, en los años setenta ya encontramos ejemplos de autores que profundizan en esta concepción de las matemáticas como una actividad. Freudenthal (1973), por ejemplo, es considerado por muchos el pionero a la hora de concebir las matemáticas como una actividad con procesos que se pueden enseñar y aprender, más allá de ser una lista de contenidos. Actualmente, los currículos oficiales de muchos países y territorios emergen de esta concepción competencial. El Common Core de EEUU, los currículos del Reino Unido, Dinamarca, Canadá o el anexo sobre matemáticas de la nueva Ley de Educación en España, son solo algunos ejemplos de ello. En el Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo: lectura, matemáticas y ciencias de la OCDE (2017), también se justifica una concepción competencial del aprendizaje de las matemáticas. Niss y Højgaard (2019), los ideólogos del currículum de Dinamarca y de la vertiente matemática de PISA, describen la competencia matemática como “la disposición consciente de alguien para actuar adecuadamente en respuesta a un tipo específico de desafío matemático en situaciones determinadas”. Podemos desgranar esta competencia matemática en cuatro procesos que se describen a continuación.

El proceso de Resolución de problemas incluye las fases que debemos seguir para resolver problemas (es decir, situaciones desconocidas que requieren una estrategia de resolución): plantear y traducir el problema, resolverlo mediante herramientas o estrategias, comprobar la solución, plantear nuevas preguntas, etc. Es el proceso más troncal y el que nos proporciona un mejor ambiente en el que desarrollar la competencia matemática global. El proceso de Razonamiento y prueba se centra en las destrezas que parten del análisis de la situación para formular y probar conjeturas, hacer deducciones razonadas, observar patrones, generalizar y, sobre todo, argumentar cualquier afirmación que se hace en el aula. El proceso de Conexiones incluye todas las relaciones que encontramos o establecemos entre ideas y conceptos. Distinguimos dos grandes tipos de conexiones: las que se producen dentro del ámbito de las matemáticas y las que se producen con la realidad cotidiana. Por último, el proceso de Comunicación y representación nos habla de las destrezas relacionadas con la transmisión de información matemática y los cambios de representación, ya sea como emisores o como

receptores, en solitario o colectivamente. Distinguimos hasta cinco formas de comunicar o representar un concepto: oralmente, por escrito, gráficamente, mediante tecnología y mediante materiales manipulativos.

Definir los procesos que queremos trabajar no es suficiente para que se produzcan oportunidades de aprendizaje significativas en el aula. Debemos conocer y disponer de actividades ricas que nos permitan fomentar un ambiente verdaderamente competencial. En el siguiente apartado, definimos lo que entendemos por “actividad rica de matemáticas” y, más adelante, exponemos los ejemplos concretos que vehiculan el taller que nos ocupa.

Actividades ricas de matemáticas

Son muchos los autores que han definido su concepción sobre lo que significa enriquecer la actividad matemática en el aula. Piggott (2011), en el marco de la iniciativa NRICH de la Universidad de Cambridge, propone un marco que comprende dos factores: el contenido y la enseñanza. Según Piggott, las actividades ricas requieren, por un lado, un contenido basado en problemas atractivos que propicien el desarrollo y uso de estrategias y el pensamiento matemático; y, por otro lado, un enfoque de la enseñanza (esto es, una gestión de aula) que fomente un entorno abierto y flexible en el que se promueva el trabajo cooperativo, la exploración y la comunicación, y donde se aproveche la diferencia como herramienta de aprendizaje. Los dos factores que describe Piggott guardan una clara relación con los elementos de una actividad matemática rica que describimos en el 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), donde presentamos un taller sobre actividades ricas para el aula de primaria. Allí, partiendo de las ideas de Deulofeu y Vila (2021), concretamos un esquema como el siguiente:

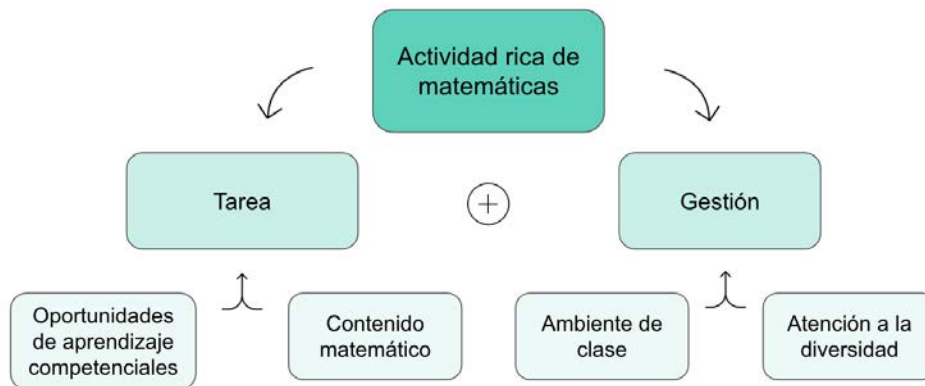


Figura 1. Elementos de una actividad de matemáticas rica (Vilalta y otros, 2021)

Parece claro que la riqueza de una actividad depende tanto de la tarea como de la gestión. Pero entonces, ¿cómo debe ser la tarea?, y ¿qué debemos tener en cuenta durante su gestión en el aula?

En primer lugar, la tarea debe proporcionar oportunidades de aprendizaje dentro de uno o de varios de los procesos matemáticos descritos (resolución de problemas; razonamiento y prueba; conexiones; comunicación y representación). En segundo lugar, la tarea debe abordar un

contenido matemático que sea contextualizado (significativo para el alumno), riguroso (con sentido matemático) y extensible (conectado con los conocimientos previos y futuros). En cuanto a la gestión, debemos planificar y fomentar un ambiente de clase que promueva la discusión productiva basada en preguntas, la colaboración y conversación entre iguales y la investigación proactiva. Por último, añadimos un aspecto que no todos los autores de referencia contemplan dentro de su definición de riqueza: la atención a la diversidad para conseguir equidad. Según Bartell y otros (2017), las prácticas de enseñanza sin atención explícita a la equidad inevitablemente están condenadas al fracaso. De hecho, entendemos que la gestión no es completamente rica si no tiene en cuenta las necesidades especiales del alumnado. Esto significa que, mediante nuestra gestión, debemos procurar que todos los alumnos participen de la misma actividad. Este cometido es posible, como se describe en NRICH (2013, 2017), si la actividad es de “suelo bajo” (permite la entrada a todos los alumnos) y de “techo alto” (permite hacer muchas conexiones y extender la actividad para ir más allá con nuevas preguntas).

Una vez definido el marco teórico del que emana nuestra concepción sobre actividades ricas en el aula de matemáticas, es el momento de proponer ejemplos concretos y plantear como los aprovecharemos para vertebrar el taller.

Metodología

Las actividades elegidas pretenden ejemplificar las ideas desarrolladas en el marco teórico. Es por ello que hemos procurado que la selección contemple contenidos diversos y oportunidades dentro de los cuatro procesos. El formato de taller previsto es eminentemente práctico, con una breve introducción al marco teórico (que debe servir para acordar los términos más relevantes con los asistentes) y tres actividades ricas. Para cada actividad, se destina un tiempo para que los participantes la resuelvan y posteriormente, se analiza conjuntamente su potencial riqueza didáctica, con respecto a contenidos, procesos y gestión de aula, atendiendo a la diversidad del alumnado a quien que va dirigida la actividad. El índice previsto es el siguiente:

- I. Breve introducción al marco teórico: actividades de matemáticas ricas
- II. Actividad 1: La máquina que transforma números.
- III. Actividad 2: La resta de dos dados, ¿qué es más probable?
- IV. Actividad 3: Serpientes sobre el tablero del 100.
- V. Conclusiones

A través de la vivencia de estas actividades, se espera que los participantes desarrollen herramientas para analizar la riqueza matemática de cualquier actividad y que ello les permita generar más oportunidades de aprendizaje en su aula. A continuación, describimos someramente cada una de estas actividades, una del ámbito pre-algebraico, otra del ámbito probabilístico y la última del ámbito numérico:

Actividad 1. En esta actividad se trabaja el concepto de transformaciones de elementos desde un punto de vista numérico y pre-algebraico. Por lo tanto, es ideal para trabajar el inicio del concepto de función usando como metáfora una máquina que transforma números. A partir de saber qué arroja la máquina cuando se aplica a ciertos números, se reta al alumnado a descubrir cuáles serán las imágenes de otros números, a que verbalicen qué hace la máquina y a

que descubran la anti-imagen de ciertos elementos. Llegados a este punto, es importante tener en cuenta que no siempre hay solución única y se enfatiza la importancia de dar argumentos asociados a las diferentes soluciones propuestas. Para acabar se propone al alumnado que invente otras máquinas que transforman números y que rete a sus compañeros a descubrir qué hace cada máquina siguiendo el modelo de la máquina que transforma a cada número natural en la cantidad de segmentos que se utilizan para representarlo en formato digital.

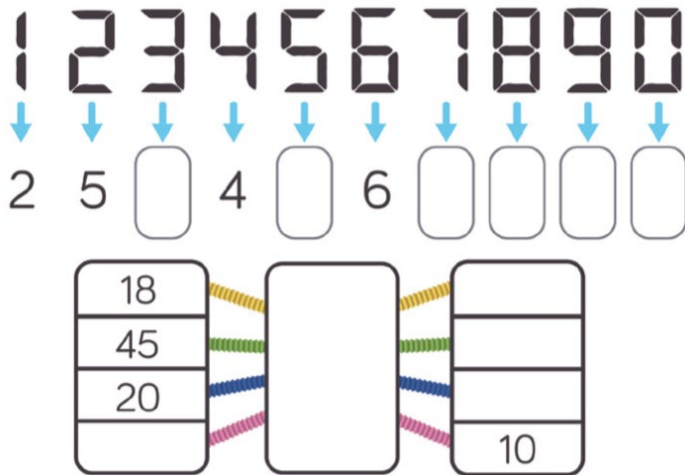


Figura 2. Presentación de la máquina que transforma números. Elaboración propia.

Actividad 2. Partiendo de la conocida actividad del cálculo de la probabilidad de diferentes sucesos asociados a la suma de dos dados, se propone la variante de calcular en cada caso la diferencia entre los dos dados. A través de la demanda inicial de una predicción de los sucesos elementales más probables, seguida por la experimentación de unos pocos casos, confrontamos la intuición probabilística del alumnado con el uso de un simulador virtual que permite experimentar en un gran número de repeticiones del experimento y con un razonamiento basado en el análisis del espacio muestral correspondiente.

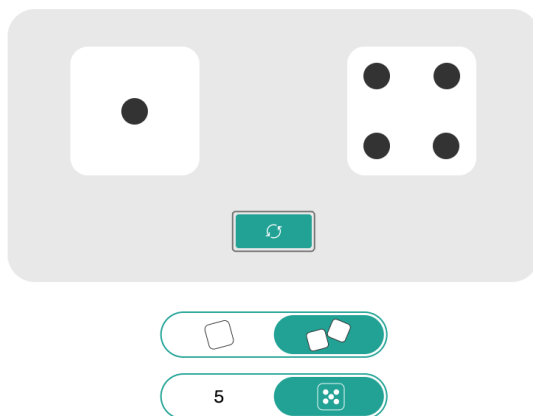


Figura 3. Captura de pantalla del simulador de lanzamiento de dos dados. Elaboración propia.

Actividad 3. Basándonos en una propuesta Ball & Ball (2011) planteamos el reto de analizar el peso y la longitud de serpientes que aparecen dibujados sobre un tablero del 100. A partir de

definir la longitud como el número de celdas del tablero que cubre la serpiente y, el peso, como la diferencia entre los valores de las celdas donde yace la cabeza y la cola de la serpiente, proponemos al alumnado que busque serpientes a partir de condiciones que se aplican a su peso o a su longitud. Más allá de ser una actividad que da al alumnado la oportunidad de practicar el cálculo de restas en el rango 0-100, nos adentramos en los procesos matemáticos cuando analizamos, por ejemplo, cuál es el peso mínimo o máximo de una serpiente de longitud dada o cuando describimos la forma de todas las serpientes posibles con un peso dado.

Hemos dibujado 5 serpientes sobre el *Tablero del 100*. El peso de cada una de ellas es la diferencia entre el número inicial y el número final de cada serpiente.

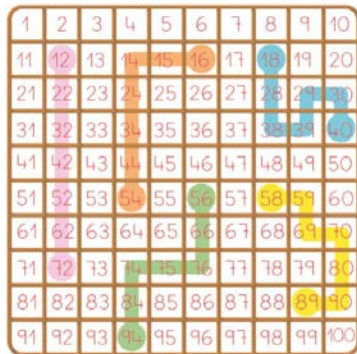


Figura 4. Presentación de las serpientes sobre el tablero del 100. Elaboración propia.

Resultados y conclusiones

El trabajo pretende compartir una muestra de la experiencia de los autores en el propósito de recubrir el currículo mediante una secuencia de actividades ricas. Las actividades presentadas, como se podrá comprobar durante el desarrollo del taller, responden al referencial teórico: transmiten una imagen de las matemáticas como una actividad humana con procesos que se pueden enseñar y aprender, más allá de ser una lista de contenidos (Freudenthal, 1973). Gracias a la gestión del taller, evidenciaremos como la resolución de problemas es el proceso más troncal y el que nos proporciona un mejor ambiente en el que desarrollar la competencia matemática global en ámbitos tan diversos como son la enseñanza de la aritmética, la probabilidad y la pre-álgebra en primaria. En cualquier caso, sirva el presente trabajo para mostrar cómo es posible llevar actividades ricas al aula para trabajar los contenidos con profundidad a través de los procesos. Esperamos que proporcione ideas y herramientas a otros docentes para crear fundamentadamente sus propias actividades ricas en el futuro.

Referencias y bibliografía

- Ball, D. y Ball, B. (2011). *Rich Task Maths (Book 1)*. Association of Teachers of Mathematics, 6-11.
- Bartell, T., Wager, A., Edwards, A., Battey, D., Mary Foote, M. y Spencer, J. (2017). Toward a framework for research linking equitable teaching with the standards for mathematical practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 7-21.

- Deulofeu, J. y Vila, A. (2021). Aprender a pensar matemáticamente en ambientes de resolución de problemas. GIDIMAT-UA (Ed.), *Ideas para la Educación Matemática. Perspectivas desde el Trabajo de María Luz Callejo de la Vega*, 41-68. Compobell: Murcia.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- NRICH team (2013). Low Threshold High Ceiling - an Introduction. NRICH - Millennium Mathematics Project. Cambridge University. <https://nrich.maths.org/10345>
- NRICH team (2017). Creating a Low Threshold, High Ceiling Classroom. NRICH - Millennium Mathematics Project. Cambridge University. <https://nrich.maths.org/7701>
- OCDE (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, OECD Publishing, París
- Piggott, J. (2011). Mathematics enrichment: What is it and who is it for? NRICH - Millennium Mathematics Project. Cambridge University. <https://nrich.maths.org/5737>
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.
- Vilalta, A., Morera, L., Rojas, F. y Solar, H. (2021). Rich Math Activities for a Primary School Class. Taller presentado en formato virtual en el 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), Shanghái, China.