Épsilon - *Revista de Educación Matemática* *2022, nº 111, 29-34*

Obstáculos epistemológicos en la adquisición de conceptos matemáticos elementales

Cristina Pedrosa-Jesús
Alexander Maz-Machado
María Rodríguez Baiget
Universidad de Córdoba

Resumen: *Cada vez que hay reuniones de profesores de matemáticas, salen a relucir las dificultades y errores en los que los estudiantes suelen incurrir en todos los niveles educativos. Sin embargo, pocas veces el profesorado se reflexiona sobre la naturaleza de esas dificultades pese a que la literatura científica ha ido identificando y categorizando algunas dificultades asociadas a los obstáculos epistemológicos. Presentamos unos breves ejemplos de obstáculos epistemológicos que se han evidenciado en el aula de matemáticas.*
Palabras Clave: *Obstáculos epistemológicos, dificultades, matemáticas, educación.*

Epistemological obstacles in the acquisition of elementary mathematical concepts

Abstract: *Whenever there are meetings of mathematics teachers, the difficulties, and mistakes that students tend to make at all levels of education come to the fore. However, teachers rarely reflect on the nature of these difficulties despite the fact that the scientific literature has been identifying and categorizing some difficulties associated with epistemological obstacles. We present some brief examples of epistemological obstacles that have become evident in the mathematics classroom.*
Keywords: *Epistemological obstacles, difficulties, mathematics, education.*

1. INTRODUCCIÓN

Generalmente, cuando los profesores enseñamos matemáticas en cualquier nivel educativo, solemos tener en cuenta las dificultades y, especialmente, los errores en los que suelen incurrir los alumnos. No obstante, casi siempre fijamos la atención en los errores de tipo matemático, de orden numérico, algorítmico o de representación y pocas veces en el propio concepto y lo que representa o significa. Existe una serie de dificultades no ligada a cuestiones numéricas que no permiten una correcta apropiación del conocimiento objetivo.

En este sentido, Brousseau (1983) afirma:

> […] El error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, tal como se cree en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior que tenía su interés, su éxito, pero que, ahora, se revela falso o simplemente inadaptado. (p. 171)

Por tanto, como Cid (2016) señala, el aprendizaje de los individuos no puede entenderse como un proceso continuo en el que se va aumentando progresivamente el volumen de conocimientos, sino que, en ocasiones, para adquirir algún nuevo conocimiento es necesario modificar uno anterior que está obstaculizando ese aprendizaje.

Gastón Bachelard (1987) señala que algunas dificultades de aprendizaje de las personas se deben a que el conocimiento aprendido previamente se toma como único y verdadero, esto hace que se muestre reacio a adquirir nuevos conocimientos o conocimientos que rectifiquen o contradigan lo ya aprendido, a esto él lo llama obstáculo epistemológico. Estos obstáculos epistemológicos no se refieren a elementos de carácter externo que intervienen en los procesos del conocimiento científico, sino que tienen que ver con las condiciones psicológicas que entorpecen la evolución de ese conocimiento científico (Villamil, 2008).

Brousseau (1983) establece una serie de obstáculos específicos: obstáculo ontogenético, obstáculo cultural, obstáculo didáctico y obstáculo epistemológico.

Es Duroux (1982) quien plantea una serie de condiciones que se requieren para que una determinada concepción pueda ser considerada como un obstáculo, tres de ellas son:

- **a)** Un obstáculo será un conocimiento, una concepción, no una dificultad ni una falta de conocimiento.
- **b)** Este conocimiento produce respuestas adaptadas a un cierto contexto, frecuentemente reencontrado.
- **c)** Pero engendra respuestas falsas fuera de este contexto. Una respuesta correcta y universal exige un punto de vista notablemente diferente. (pp. 20-21)

Como se indica y señalan algunos autores, existe una relación entre los obstáculos y las concepciones que un individuo posee. Algunos investigadores enfatizan que los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática están influenciados por las concepciones de los profesores sobre el conocimiento científico (Hashweb, 1996; Trent & Dixon, 2004).

2. ¿CUÁNDO SE OBSERVAN EN EL AULA?

Uno de los primeros obstáculos epistemológicos a los que se enfrentan los estudiantes en relación con las matemáticas ocurre en el paso del conjunto de los números naturales a los números enteros. En los primeros años de Educación Primaria, se enseñan los naturales indicando que estos empiezan en 1 (N^* o en cero según la corriente matemática que abrace el maestro) y que no hay nada más por debajo de este número y, por tanto, este conjunto numérico está acotado inferiormente.

Sin embargo, cuando se les enseñan los números enteros, los alumnos de los primeros cursos de Educación Primaria se encuentran que justamente debajo de ese número que era la cota inferior del conjunto existe otro conjunto numérico infinito. Este choque de conceptos viene a revelar que un nuevo conocimiento se opone a uno previo que ha sido asimilado por el niño, constituyéndose en un obstáculo epistemológico. Ante esta nueva información, el sujeto debe eliminar el concepto previo o hacer un reacomodamiento del concepto original con el nuevo. Esto último es lo que los profesores pretendemos, es decir, que asuman el nuevo concepto de número entero como un concepto diferente del de número natural. Los obstáculos epistemológicos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de los números negativos han sido objeto de amplias investigaciones (Borba, 1995; Cid, 2016; Vidal, & Barra, 2019).

Otro ejemplo en esta misma situación se reconoce cuando se enseña la multiplicación de números naturales; los alumnos observan que, en este conjunto, el producto de dos de ellos da por resultado un número que siempre es mayor a cualquiera de ellos. Esto es válido siempre en este contexto. Sin embargo, cuando se estudian los números racionales esto ya no es cierto para la multiplicación cuando uno de los factores pertenece al intervalo [0,1] porque el producto será igual a 1 o menor que los factores. Como afirma Barrantes (2006, p. 3) “el conocimiento anterior (el resultado de dos factores siempre es un número mayor) se convierte en un obstáculo para adquirir un nuevo conocimiento en el ámbito de los números racionales”.

Estos obstáculos no solo son observables en la enseñanza de las matemáticas de Educación Primaria o Secundaria, también son evidentes a nivel universitario. Así, Plaza (2016) realizó un estudio con alumnos de ingeniería para detectar obstáculos en actividades de modelamiento matemático de fenómenos o procesos de ingeniería, en un curso de Ecuaciones Diferenciales. En este estudio se detectaron obstáculos asociados a *Falencia en conceptos del fenómeno a modelar* y un *Uso de un lenguaje no cotidiano* entre otros.

3. UNA EXPERIENCIA PRÁCTICA EN EL AULA

En el Grado de Educación Primaria, en el que se forman los maestros para este ciclo educativo, en una actividad inicial de diagnóstico, les planteamos a los alumnos de primer curso una situación elemental de geometría:

"Señala en el triángulo todos los ángulos internos y los ángulos externos:"

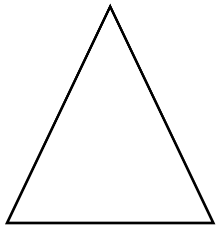

Figura 1

Sabemos que la respuesta correcta es:

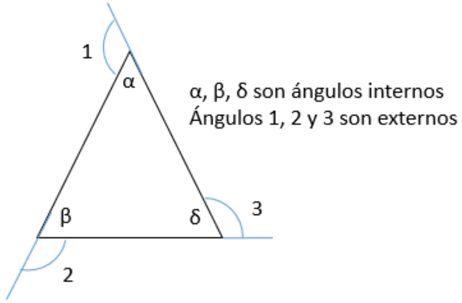

Figura 2

Sin embargo, el 94,3% de los alumnos respondieron de la siguiente manera:

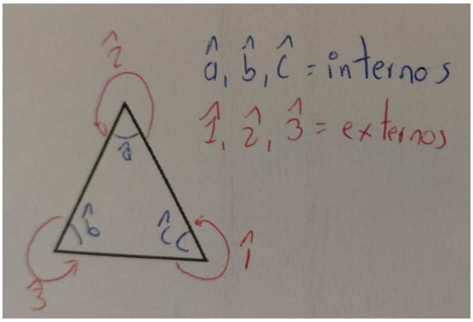

Figura 3

Como se observa en las respuestas dadas, hay evidencia de que aún persisten de manera dominante los conceptos de interno y externo aprendidos en Educación Primaria. Continúan asociando interno como lo de "*dentro de*" y externo con lo que esta "*por fuera de*". Los alumnos no han considerado que se hallan en un contexto diferente y siguen pensando en el contexto topológico, sin percatarse de que la actividad es en un contexto geométrico de ángulos.

Tomando en cuenta que en ese curso (primero del Grado de Educación Primaria) hay un tema específico de geometría donde se recuerda nuevamente lo que son ángulos internos y externos de polígonos, decidimos realizar una actividad equivalente con alumnos de tercer año de la misma titulación en la asignatura de Didáctica de la geometría y la medida.

En esta actividad diseñada para los alumnos de tercero, cambiamos el triángulo con un heptágono no regular para verificar que dominaban el concepto de ángulo exterior independientemente del tipo de polígono.

"Señala en el polígono todos los ángulos internos y los ángulos externos:"

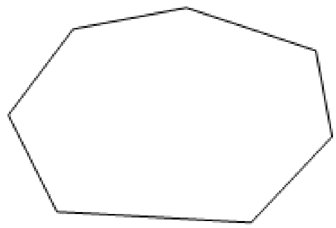

Figura 4

Solamente el 27,3% de los alumnos respondió de manera correcta a la actividad. La mayoría de las repuestas erróneas eran del tipo de la figura 5:

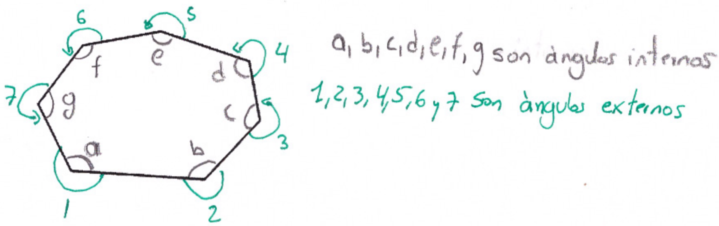

Figura 5

Se halló que, pese a que los alumnos en su primer año recibieron los conocimientos necesarios para comprender el significado del concepto de ángulo exterior de un polígono, en cursos superiores no eran capaces de identificarlo en una figura dada, es decir, muy pocos alumnos del tercer curso daban mejores respuestas que las brindadas por los de primer curso.

Lo más llamativo es que en otra pregunta se les preguntaba "cuánto suman las medidas de los ángulos externos de un polígono convexo" y el 87,4% respondió correctamente que la suma es igual a 360º. Lo anterior indica que los estudiantes han aprendido ciertas definiciones y teoremas de manera memorística y sin asociarlos o razonar sobre su contexto o su significado.

4. CONCLUSIONES

Los obstáculos epistemológicos asociados a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas están presentes en todos los niveles educativos. Hemos mostrado algunos ejemplos de otros estudios y lo observado en nuestra propia experiencia profesional con estudiantes universitarios.

Hemos visto cómo conceptos adquiridos en los primeros años de la Educación Primaria continúan estando presentes en los alumnos pese al continuo uso y manejo de conceptos relacionados a estos, durante los diferentes ciclos educativos superiores. Parece que hay dificultades para reacomodar tales conceptos o adecuarlos a los nuevos contextos matemáticos.

Se hace necesario que, en los planes de formación de los futuros maestros y profesores de matemáticas, se muestren y se trabajen aspectos relacionados con los obstáculos epistemológicos para que estos sean tenidos en cuenta en la planificación curricular.

5. REFERENCIAS

Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico.* México: Siglo XXI.

Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 2, 1-7.

Borba, R. E. (1995). Understanding and operations with integers: difficulties and obstacles. *Proceedings of the 19th International Conference of* PME, vol. 2, 226-231.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4*(2),165-198.

Bruno, A. (1997). La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación. *Números*, 29, 5-18.

Duroux, A. (1982). La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure. Memoria de DEA. Publications de l'IREM, Burdeos.

Hashweb, M. Z. (1996). Effects of science teachers' epistemological beliefs in teaching. *Journal of Research in Science Teaching, 33*(1), 47–63.

Plaza, L. F. (2016). Obstáculos presentes en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista científica*, *25*(2), 176-187.

Trent, S. C., & Dixon, D. J. (2004). My eyes were opened: Tracing the conceptual change of pre-service teachers in a special education/multicultural education course. *Teacher Education and Special Education,* 27, 119–133.

Vidal, R., & Barra, M. (2019). Un modelo para caracterizar la justificación de reglas y algoritmos del ámbito numérico–algebraico en libros de texto. *Matemáticas, educación y Sociedad, 2*(2), 33-49.

Villamil, L. E. (2008). La noción de obstáculo epistemológico en Gastón Bachelard. *Espéculo: Revista de Estudios Literarios*, *38*, 25-30.