

## Una aproximación al álgebra escolar desde la generalización de patrones por medio del software de Geogebra

Sebastián Castañeda Martínez

Karen Velasco Restrepo

*Benemérita Universidad Autónoma de Prueba*

Carolina Castañeda Martínez

*Universidad Autónoma de Zacatecas*

**Resumen:** *Este trabajo propone una secuencia didáctica simulada por el software de GeoGebra para introducir al estudio del álgebra por medio de la generalización de patrones. La secuencia consta de tres situaciones y cada una de estas presenta preguntas que orientan al estudiante y al docente con el fin de que puedan realizar las observaciones de cada una de las situaciones de los applets. Finalmente, se espera que este tipo de actividades permitan un mejor acercamiento al álgebra y se logre construir el concepto por medio de observaciones de generalizadas en cada caso.*

**Palabras clave:** *Álgebra, Patrones, Generalización, GeoGebra, Situaciones.*

## An approach to school algebra from pattern generalization using Geogebra software

**Abstract:** *This paper proposes a didactic sequence simulated by GeoGebra software to introduce the study of algebra through the generalization of patterns. The sequence consists of three situations and each of these presents questions that guide the student and the teacher so that they can make observations of each of the situations of the applets. Finally, it is hoped that this type of activities will allow a better approach to algebra and that the concept can be constructed by means of observations of generalities in each case.*

**Keywords:** *Algebra, Patterns, Generalization, GeoGebra, Situations.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo presenta la elaboración de una secuencia didáctica pensada para estudiantes de séptimo grado de la Educación Básica. Esta secuencia involucra actividades que tienen como principal propósito desarrollar razonamiento algebraico en los estudiantes, a partir de la generalización de patrones.

Para Vergel (2015) la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela, debido a que, entre otros aspectos, posibilita a los estudiantes acercarse a situaciones de variación que se constituyen como importantes para el desarrollo del pensamiento algebraico. Teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario poner atención a los procesos que dan lugar a la emergencia del pensamiento algebraico en la escuela.

Esta secuencia didáctica está compuesta por tres situaciones ideadas para realizar en tres o cuatro sesiones de clases, cada una con 60 minutos aproximadamente, con el fin de que los estudiantes intercambien ideas y reafirmen sus conjeturas. La secuencia se apoya de herramientas tecnológicas, más específicamente desde un software de geometría dinámica conocido como GeoGebra, debido a que consideramos de gran importancia el uso de software dinámicos, que permitan ser un medio de enseñanza y que contribuyan a la participación, ayudando a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático.

La secuencia está diseñada con el fin de que los estudiantes se aproximen al álgebra, por medio de uno de los procesos de desarrollo de razonamiento algebraico conocido como “la generalización de patrones”, además nos apoyamos en la resolución de problemas como alternativa complementaria para la comprensión del estudiante en estos procesos de aprendizaje del álgebra, puesto que para la mayoría de los estudiantes existe una brecha enorme entre la aritmética y el álgebra.

En este caso, se utilizaron concepciones históricas y filosóficas de los números pitagóricos, en los cuales se pueden identificar relaciones y propiedades que aportan al objetivo de la presente secuencia. Además, se aborda en el cierre de la secuencia, el proceso de resolución de problemas, que es mencionado por el MEN (1998).

A continuación, la tabla 1 presenta algunos aspectos generales del recurso didáctico.

Tabla 1. Descripción del contexto del recurso pedagógico

<b>Nombre del recurso:</b>	Aprendiendo álgebra desde la generalización de patrones geométricos.
<b>Nivel o grado escolar:</b>	Grado: 7°
<b>Objeto matemático:</b>	Generalización de patrones, y resolución de problemas que presentan patrones y variaciones.
<b>Referentes curriculares en el que se enmarca la situación:</b>	Procesos Generales: Razonamiento, Modelación, Resolución de problemas, Comunicación Estándares Básicos para el reconocimiento de patrones, en ellos se puede reconocer una coherencia vertical y horizontal.

<b>Resumen del recurso didáctico:</b>	Este recurso cuenta con una estructura, que propone una secuencia didáctica con 3 actividades las cuales permiten reconocer y establecer patrones.
<b>Descripción del software:</b>	El software permite una interacción del estudiante con el objeto matemático a desarrollar, además de comprender las relaciones entre figuras geométricas.
<b>Tiempo:</b>	3 o 4 sesiones de 1 hora.
<b>Población:</b>	La secuencia didáctica desarrollada en este trabajo va dirigida a poblaciones que cuenten con recursos tecnológicos, tales como computadores, Tablet, proyector, internet (o descargar los archivos de GeoGebra y pasarlos a cada Tablet y/o computador). Por otra parte, se recomienda a los docentes tener un conocimiento del software a utilizar (GeoGebra).
<i>Fuente:</i> Elaboración propia	

## 2. MARCO CONCEPTUAL

En esta sección se proponen las perspectivas didáctica, curricular y matemática para consolidar y fundamentar algunos referentes conceptuales que sustentan la problemática planteada, el diseño de la secuencia didáctica y un aporte para los docentes de matemáticas que deseen implementar nuevas estrategias, en estudiantes de grado 7° de la Educación Básica Secundaria. En la perspectiva didáctica se tiene como eje central la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) planteada por Brousseau (2007). La segunda se aborda desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (2015). En la tercera perspectiva se encuentran algunos conceptos matemáticos que emergen en el diseño de la propuesta de aula, siendo foco principal los polinomios y ecuaciones que modelan los patrones.

### 2.1. Perspectiva didáctica

Brousseau (1999) define la noción de situación como: “Hemos llamado situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición anterior todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.

Ahora bien, la teoría de situaciones didácticas planteada por Brousseau (2007), para fines de la estructura teórica de la secuencia propuesta en este trabajo, se caracteriza de la siguiente manera:

- Es intencional, se construye con el propósito de que alguien aprenda algo.
- La situación se describe en función de las estrategias que los estudiantes puedan adoptar.
- Su evolución requiere del acompañamiento y orientación constante del profesor.
- La resolución de problemas implica la toma de múltiples decisiones por parte de los estudiantes y de ir modificándose para el logro del objetivo.

Por otra parte, se plantean situaciones que tienen una secuencialidad con el objetivo de construir y desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, estas se consideran fundamentales para el desarrollo metodológico de este trabajo. A continuación, se describen cada una de las situaciones:

- 1. Situación de Acción:** Esta situación pone al estudiante en contacto con una actividad o problema cuya solución es precisamente el conocimiento que se quiere enseñar. Su objetivo fundamental es establecer interacciones entre el sujeto y el medio.
- 2. Situación de Formulación:** La formación de un conocimiento corresponde a la capacidad del sujeto para retomarlo, es decir, reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico. Para lo anterior, se debe involucrar a otro sujeto, a quien el primero debe comunicar dicha información.
- 3. Situación de Validación:** El emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente. Se supone que poseen las mismas informaciones necesarias para tratar una cuestión. (Cooperan en la búsqueda de la verdad).
- 4. Situación de Institucionalización:** Los docentes se ven en la obligación de cerrar dicha situación de aprendizaje, hablando del objeto de enseñanza al que hacía referencia la actividad, identificarlo, acercar las producciones de los conocimientos a otras creaciones.

## 2.2. Perspectiva curricular

En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), se propone una estructura que tiene como propósito fundamental desarrollar pensamiento matemático en los estudiantes.

Para desarrollar este pensamiento se propone un currículo que no concibe los contenidos como eje central en la enseñanza. El currículo debe ser visto como un dispositivo que articula varios elementos: Procesos generales, Conocimientos Básicos y Contextos.

Los procesos generales se relacionan con el aprendizaje, siendo los ejes fundamentales, el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Para objeto de este trabajo centraremos la atención en el razonamiento y la modelación, ya que aparecen como procesos de pensamiento de gran importancia que debe tener todo sujeto que

aprende matemáticas, debido a que favorece un acercamiento de los estudiantes a las matemáticas y particularmente en el estudio de las relaciones siendo esta una de las características fundamentales del álgebra.

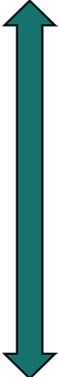
Por otra parte, los Conocimientos Básicos hacen referencia a los procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático, teniendo en cuenta los sistemas propios de las matemáticas. Cabe resaltar que el énfasis no está puesto en los contenidos, por ejemplo, enseñar ecuaciones, sino para qué enseñar ecuaciones, es decir, el énfasis está en preguntarse para qué enseñar y no en preguntarse qué enseñar. Los procesos específicos se agrupan en cinco tipos de pensamientos básicos: el pensamiento numérico, el pensamiento espacial, el pensamiento métrico, el pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional. Ahora bien, los sistemas se agrupan en: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos y sistemas algebraicos y analíticos. De acuerdo con lo anterior, para efectos de esta propuesta se centrará la mirada en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos respectivamente.

Por último, los Contextos tienen relación con los ambientes que rodean al estudiante, como las condiciones sociales, económicas, culturales, creencias, entre otras y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Estos contextos deben propiciar situaciones problemáticas, ya sea de las mismas matemáticas, de la vida diaria o de las otras ciencias. Para producto de esta propuesta se enfocará la mirada preferiblemente en los contextos de las mismas matemáticas.

Ahora bien, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), establecen que las competencias matemáticas no surgen de la nada, por el contrario, se necesitan ambientes de aprendizaje en los cuales se vean reflejadas situaciones problema significativas y comprensivas, ya que permiten desarrollar competencias en los estudiantes con un mayor grado de complejidad. Por lo anterior, se consideran necesarias e importantes las situaciones problema en la aproximación al álgebra, puesto que se evidencian grandes dificultades en el paso de la aritmética al álgebra por parte de los estudiantes, es decir, que se presenta una ruptura entre estos dos dominios.

Así mismo, los estándares proponen una estructura desde una coherencia vertical y horizontal de las competencias que se pretenden desarrollar en los estudiantes, categorizadas por grados de escolaridad, es decir, 1° a 3°, de 4° a 5°, de 6° a 7°, de 8° a 9°, de 10° a 11° y por tipo de pensamiento matemático. Para fines de esta propuesta se tendrán en cuenta la coherencia vertical y horizontal del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de grado séptimo (7°), relacionados con el proceso de razonamiento y modelación. La siguiente tabla explicita lo anterior:

Tabla 2. Coherencia vertical y horizontal en los Estándares básicos de competencias

<b>De 6° a 7°:</b> <b>PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS.</b> Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).	
<b>COHERENCIA VERTICAL</b> 	<b>De 10° a 11°:</b> Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.
	<b>De 8° a 9°:</b> Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.
	<b>De 4° a 5°:</b> Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
	<b>De 1° a 3° :</b> Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
<b>COHERENCIA HORIZONTAL</b> 	
<b>Pensamiento y sistemas numéricos.</b>	Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
<b>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</b>	Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
<b>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</b>	Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
<b>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</b>	Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.

*Fuente:* Elaboración propia, obtenida de la estructura de la coherencia vertical y horizontal en los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006).

### 2.3. Perspectiva Matemática

Como se mencionó anteriormente en este trabajo, existen dificultades en el paso de la aritmética al álgebra, que no tienen su origen solamente desde una perspectiva didáctica, sino que radican también en la naturaleza misma del álgebra, es decir, problemas de

concepciones y conceptualizaciones de conceptos algebraicos (polinomio, ecuación, variable, etc.).

Por lo anterior, se hace uso de los patrones debido a que juegan un papel destacado en los procesos de generalización, puesto que estimulan la observación, formulación, argumentación y validación de conjeturas. Los patrones se consideran como “algo” que se repite con regularidad. Un patrón es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición y composición. Se entienden así los patrones como una sucesión de signos que bien puede ser gestuales, gráficos, de comportamiento, entre otros, los cuales se construyen siguiendo una regla de repetición. (Castro, 2013).

### 3. METODOLOGÍA

Para llevar a cabo este trabajo se decidió emplear una metodología derivada de “La Teoría de las situaciones didácticas (TSD)”, la cual según Brousseau (2007), “se utiliza para diseñar secuencias con situaciones didácticas”. El proceso de construcción de la secuencia didáctica según la TSD es la siguiente:

- 1. Situación de Acción:** Teniendo en cuenta esta situación, para el diseño de esta primera situación, se elaboraron una serie de preguntas que permitirán al estudiante interactuar con el software, y logre identificar el objeto matemático que se está trabajando desde la manipulación y visualización.
- 2. Situación de Formulación:** En el diseño de esta situación los estudiantes deben formular y comunicar a otros compañeros cuál es la forma en que está razonando para resolver las preguntas entorno a la situación.
- 3. Situación de Validación:** Esta situación fue diseñada con el objetivo de que los estudiantes por medio de la situación problema validen los conocimientos desarrollados hasta el momento en una situación totalmente distinta a las anteriores
- 4. Situación de Institucionalización:** Por último, en esta fase es el docente el encargado de institucionalizar el concepto matemático en este caso los patrones algebraicos que están siendo modelados por una ecuación.

Como se mencionó anteriormente se diseñaron tres (3) situaciones que están direccionadas por una serie de preguntas que varían entre ocho (8) y doce (12), cabe resaltar que esta es una situación didáctica y por tanto debe ser guiada por un docente capaz de implementar el software GeoGebra y la TSD. El uso de GeoGebra en clase es algo recomendado en diversas investigaciones sobre educación matemática (Arribas y Galán, 2020; de Sousa y otros, 2022). El tiempo considerado necesario y/o pertinente para la implementación de esta secuencia es de tres a cuatro sesiones cada una de una hora, se propone que al finalizar cada situación se realizará una mesa redonda, con el fin de aportar ideas y recolectar los razonamientos de los estudiantes.

## 4. DISEÑO Y ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

El objetivo de las situaciones es guiar al estudiante de grado séptimo de Básica Secundaria, a acercarse paso a paso a la construcción de los conceptos y al afianzamiento de las características fundamentales del álgebra en el reconocimiento de patrones geométricos. La secuencia de estas situaciones pretende lograr que los estudiantes identifiquen fenómenos visuales relacionados con las variaciones y patrones presentadas en cada una de las situaciones, que les permitirá identificar, luego en una construcción, las relaciones que se presentan en los patrones y así lograr determinar una ecuación, predecir el valor o cantidad de elementos que tiene la posición del patrón geométrico y por último percibir las variaciones que se presentan en cada situación.

### 4.1. Situación 1

El propósito de esta situación es que los estudiantes se familiaricen con algunos fenómenos visuales relativos al reconocimiento de patrones geométricos. La figura No. 1 presenta la figura inicial de la situación, dos deslizadores ( $a$  y  $b$ ), que permiten el arrastre y visualización de las figuras siguientes moviendo los deslizadores de cero (0) a uno (1), y por último tiene un botón que permite que los estudiantes construyan la figura 4 con ayuda de las bolas que aparecen ahí.



Figura 1. Situación 1. Tomado de GeoGebra

Por otra parte, en la figura 2 se puede visualizar todas las figuras cuando se mueven los deslizadores, y cuando se presiona el botón. (Se visualizan los números triangulares)

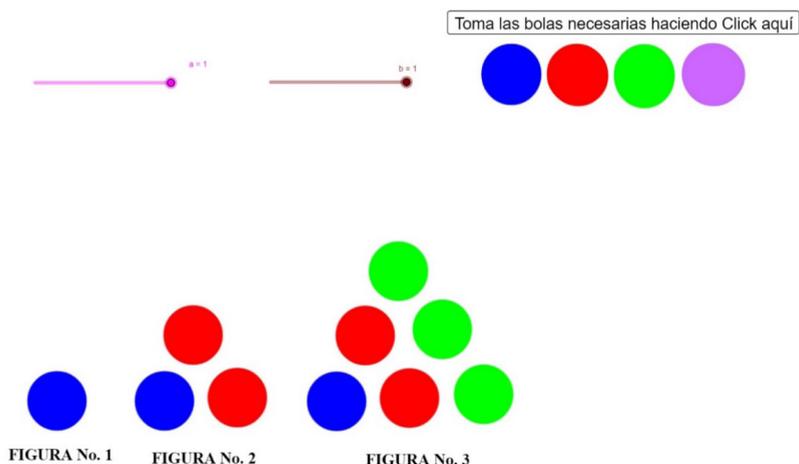


Figura 2. Situación 1. Tomado de GeoGebra

Tabla 3 Preguntas para el estudiante y descripción de cada pregunta. Situación 1

Preguntas de la situación 1	Descripción y análisis de la pregunta
1. Mueve el deslizador de $a = 0$ hasta $a = 1$ . 2. ¿Qué sucedió al mover el deslizador?	Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante visualice y describa que sucede al mover el deslizador.
3. ¿Qué forma tiene la figura 2?	Esta pregunta pretende que los estudiantes describan la figura y así logren encontrar relaciones.
4. Mueve el deslizador de $b=0$ a $b=1$ 5. ¿Qué sucedió al mover el deslizador?	Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante visualice y describa que sucede al mover el deslizador.
6. ¿Qué forma tiene la figura 2?	Esta pregunta pretende que los estudiantes describan la figura y así logren encontrar relaciones.
7. ¿Cuál es la relación que tienen la figura uno y la figura dos? 8. ¿Cuál es la relación que tienen la figura dos y la figura tres?	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar el patrón. En este caso son los números triangulares.
9. ¿Cuál es la diferencia que tienen la figura uno y la figura dos? 10. ¿Cuál es la relación que tienen la figura dos y la figura tres?	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar la variación.

Preguntas de la situación 1	Descripción y análisis de la pregunta
11. Presiona el botón “toma las bolas necesarias haciendo clic aquí”, construye la figura No. 4 y determina cuántas bolas tiene en total.	Se pretenda que el estudiante a partir del análisis y visualizaciones anteriores el estudiante sea capaz de encontrar el patrón para determinar la cantidad de bolas totales.

Fuente: Elaboración propia.

## 4.2. Situación 2

El propósito de esta situación es que una vez los estudiantes se han familiarizado con los fenómenos visuales relativos a los patrones geométricos, utilicen ese conocimiento para predecir la cantidad de bolas de una determinada figura. La figura No. 3 presenta la figura inicial, además tiene dos deslizadores ( $a$  y  $b$ ), estos permiten el arrastre y visualización de las figuras siguientes moviendo los deslizadores de cero (0) a uno (1), es decir, la figura 2 y figura 3, y por último tiene un botón que permite que los estudiantes construyan la figura 4 con ayuda de las bolas que aparecen ahí.

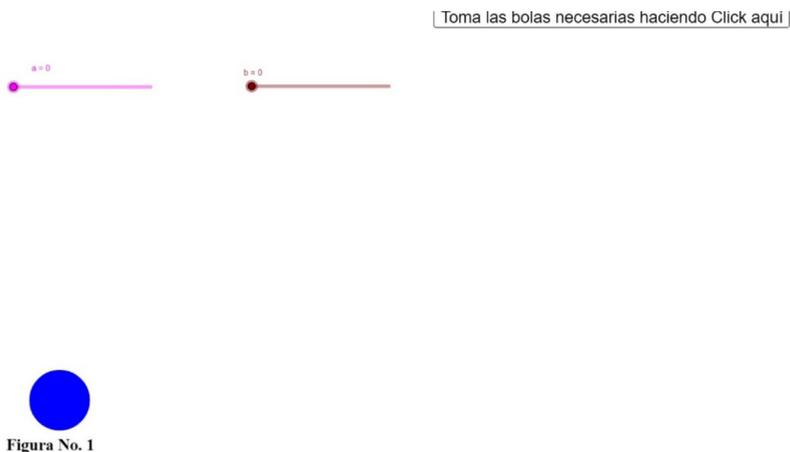


Figura 3. Situación 2. Tomado de GeoGebra

En este caso, la figura 4 permite visualizar todas las figuras cuando se mueven los deslizadores, y cuando se presiona el botón. (se visualizan los números cuadrados)

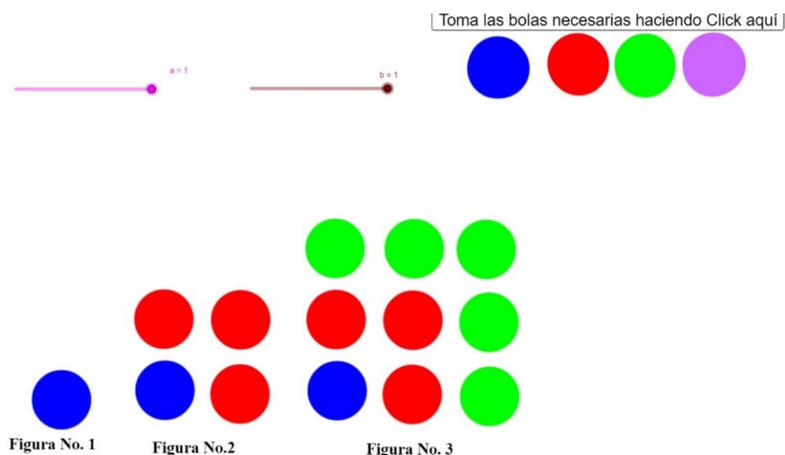


Figura 4. Situación 2. Tomado de GeoGebra

Tabla 4. Preguntas para el estudiante y descripción de cada pregunta. Situación 2

Preguntas de la situación 2	Descripción y análisis de la pregunta
1. Mueve el deslizador de $a=0$ a $a=1$ 2. ¿Qué sucede al mover el deslizador?	Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante visualice y describa que sucede al mover el deslizador.
3. ¿Qué forma tiene la figura 2?	Esta pregunta pretende hacer que los estudiantes describan la figura y así logren encontrar relaciones.
4. ¿Cuál es la relación que tienen la figura 1 y la figura 2?	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar el patrón. En este caso son los números cuadrados.
5. Mueve el deslizador de $b=0$ a $b=1$ 6. ¿Qué sucede al mover el deslizador?	Esta pregunta tiene como objetivo que el estudiante visualice y describa que sucede al mover el deslizador.
7. ¿Qué forma tiene la figura 3?	Esta pregunta pretende hacer que los estudiantes describan la figura y así logren encontrar relaciones.
8. ¿Cuál es la relación que tienen la figura 2 y la figura 3? 9. ¿Cuál es la relación que tienen la figura 1 y la figura 3?	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar el patrón. En este caso son los números cuadrados.

Preguntas de la situación 2	Descripción y análisis de la pregunta
10. Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, construye la figura que sigue (figura No. 4). Compara la respuesta con tus compañeros.	Se pretenda que el estudiante a partir del análisis y visualizaciones anteriores el estudiante sea capaz de encontrar el patrón para determinar la cantidad de bolas totales.
11. Considerando lo anterior, ¿Cuántas bolas tiene en total la figura No 10?, ¿la figura No. 50?, y ¿la figura No. 50? expone tu respuesta a tus compañeros y compara.	Este apartado tiene como objetivo que los estudiantes encuentren una forma (heurística) de hallar la cantidad total de bolas para una figura determinada y si es posible que expresen las relaciones en lenguaje natural o simbólico.

Fuente: Elaboración propia.

### 4.3. Situación 3

El propósito de esta situación es que una vez los estudiantes se han familiarizado con los fenómenos visuales planteados en las situaciones uno (1) y dos (2) , utilicen ese conocimiento para predecir la cantidad de movimientos que se realizan dependiendo del número de bolas rojas. Esta situación tiene un contexto diferente, pues se pretende validar los conocimientos que han construido los estudiantes hasta el momento.

La figura 5 presenta el juego inicial, es decir cuando el deslizador llamado *bolas* es igual a 2. Este diseño, permite el arrastre y visualización de los distintos juegos moviéndolo a 4 bolas y a 6 bolas. En adición las bolas se pueden mover arrastrándolas con el ratón.

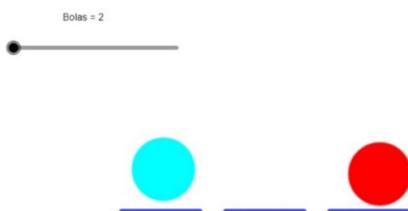


Figura 5. Situación 3 cuando bolas es igual a 2. Tomado de GeoGebra

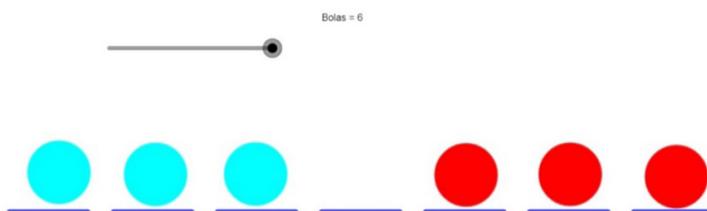


Figura 6. Situación 3 cuando bolas es igual a 6. Tomado de GeoGebra

Tabla 5. Preguntas para el estudiante y descripción de cada pregunta. Situación 2

El objetivo del juego es pasar las bolas azules al lugar de las rojas y éstas al de las azules. Para ello se deben cumplir las siguientes reglas:  
Una ficha puede moverse a la casilla de al lado si está libre, y también puede saltar sobre una de distinto color si a continuación hay un hueco, ninguna ficha puede retroceder ¿Cuántos movimientos necesitas para conseguirlos?

Preguntas de la situación 3	Descripción y análisis de la pregunta
<ol style="list-style-type: none"> <li>Mueve el deslizador a bolas = 2, luego juega con las condiciones propuestas anteriormente. ¿Cuál es la relación entre la bola azul y la cantidad de movimientos? Compara tu respuesta con tu compañero.</li> <li>Mueve el deslizador a bolas = 4, luego realiza la actividad juega con las condiciones propuestas anteriormente. ¿Cuál es la relación entre las bolas azules y el número de lanzamientos?</li> </ol>	<p>En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar el patrón y la relación entre la bola roja y el total de movimientos para ganar el juego. Debido a la complejidad del juego es importante que los estudiantes se comuniquen para ver cómo se está entendiendo la situación problema.</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>¿Qué relación se presenta cuando se realiza la actividad con una bola azul y cuando se realiza la actividad con dos bolas azules? Compara tu respuesta con tu compañero.</li> </ol>	<p>En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar la variación. En este caso el cambio y la dependencia de la cantidad de bolas rojas y los movimientos totales.</p>

Preguntas de la situación 3	Descripción y análisis de la pregunta
4. Mueve el deslizador a bolas = 6, luego realiza la actividad juega con las condiciones propuestas anteriormente. ¿Cuál es la relación entre las bolas azules y el número de lanzamientos? Compara tu respuesta con tu compañero	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar el patrón y la relación entre la bola roja y el total de movimientos para ganar el juego.
5. ¿Qué relación se presenta cuando se realiza la actividad con dos bolas azules y cuando se realiza la actividad con tres bolas azules? 6. ¿Qué relación se presenta cuando se realiza la actividad con una bola azul y cuando se realiza la actividad con tres bolas azules?	En el desarrollo del pensamiento algebraico se pretende que los estudiantes identifiquen relaciones entre cantidades con el fin de determinar la variación. En este caso el cambio y la dependencia de la cantidad de bolas rojas y los movimientos totales.
7. Teniendo en cuenta lo anterior, modela el problema mediante una ecuación, compruébala con tus compañeros, y halla la cantidad de movimientos cuando se tienen, diez bolas azules, cincuenta bolas azules, cien bolas azules.	Esta pregunta tiene como objetivo que los estudiantes logren modelar el problema mediante una ecuación, o establezcan relaciones que les permitan determinar la cantidad de movimientos a partir de la cantidad de bolas azules.

*Fuente:* Elaboración propia.

## 5. CONCLUSIONES

Estas situaciones permiten la visualización de cada uno de los patrones por medio del arrastre de los deslizadores, en relación con lo que sucede con el applet de GeoGebra. Particularmente, se puede evidenciar qué varía y qué permanece constante, con el fin de que los estudiantes encuentren regularidades que les permitan realizar las construcciones de figuras nuevas a partir de las iniciales.

En este sentido, es de gran importancia que este tipo de actividades se realicen como mínimo en parejas, con el fin que se propicie una interacción y discusión entorno a las observaciones que se presentan y así, poder llegar a generalizaciones.

Por otra parte, la secuencia está diseñada con el objetivo de que los estudiantes, en primer lugar, realicen una observación sobre las figuras presentadas y puedan realizar conjeturas y representaciones pictóricas que los orienten a la abstracción por medio de una ecuación de dos variables. Además, se espera que los estudiantes encuentren las relaciones entre las cantidades y puedan identificar las variables dependientes e independientes.

Finalmente, se presenta a continuación el enlace de la página en la cual se propone la secuencia didáctica <https://sebastiancastaneda9.wixsite.com/misitio>

## 6. REFERENCIAS

- Arribas, F., & Galán, M. D. C. (2020). Trabajando con la app de Geogebra en el aula. *Épsilon, Revista de educación matemática*, 105, 51-57.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). *Aproximaciones al álgebra: perspectivas para la investigación y la enseñanza*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G., (1999), *Educación y didáctica de las matemáticas*. Mexico D.F. Educación Matemática (prensa).
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. Traducido por: Dilma Fregona.
- Castro, E. (2013). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de Primer Ciclo de Secundaria (12-14 años)*. Tesis doctoral. Universidad de Granada. Granada.
- de Sousa, R. T., Alves, F. R. V., & Souza, M. J. A. (2022). La Teoría de los Conceptos Figurativos y GeoGebra: el concepto y la visualización en geometría dinámica. *Matemáticas, educación y sociedad*, 5(1), 1-17.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas*. Dordrecht: Reidel. 1 Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.
- Gallardo, A., & Rojano, T. (1988). Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético-algebraico. *Researchs in Didactique dec Mathématiques*, 9, 155- 188.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). *Lineamientos curriculares para matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Bogotá, Colombia.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 19-52). La Laguna: SEIEM.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números, revista de didáctica de las matemáticas*, 77, 5-34.
- Rojano T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias 12* (1), p. 18-32.
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215.