

Matemáticas en la piscina: de la proporcionalidad a la aritmética modular sexagesimal

Pablo Beltrán-Pellicer

Universidad de Zaragoza (Zaragoza, España), pbeltran@unizar.es

Resumen: *El cronómetro o segundero de piscina es un instrumento empleado en la práctica de la natación deportiva que ayuda a marcar los ritmos de entrenamiento. De esta forma, las consignas de los entrenadores deben ser interpretadas correctamente por los nadadores, quienes, además, pueden usar el segundero para controlar individualmente los tiempos de salida y llegada en cada repetición. En este artículo describimos el uso de este segundero, así como otras cuestiones relacionadas con este contexto real que proporciona la natación. Igualmente, planteamos ideas para elaborar propuestas de aula en las que el contexto pasa a ser realista, es decir, imaginable para el alumnado, puesto que solamente será cotidiano para nadadores y nadadoras. Además, incluso para estos últimos, gran parte de las tareas también serán realistas, porque, ¿quién hace álgebra mientras nada?*

Palabras clave: *contexto, educación matemática, natación, propuestas de aula, proporcionalidad, aritmética modular.*

Mathematics in the swimming pool: from proportionality to modular sexagesimal arithmetic

Abstract: *The swimming pool stopwatch is an instrument used in the practice of swimming that helps to mark training rhythms. In this way, the instructions given by the coaches must be correctly interpreted by the swimmers, who, in addition, can use the stopwatch to individually control the start and finish times in each repetition. In this article we describe the use of this stopwatch, as well as other issues related to this real context that swimming provides. Likewise, we propose ideas to elaborate classroom proposals in which the context becomes realistic, that is, imaginable for the students, since it will only be daily for swimmers. Also, even for the latter, much of the homework will also be realistic, because who does algebra while swimming?*

Key words: *context, mathematics education, swimming, classroom proposals, proportionality, modular arithmetic.*

1. INTRODUCCIÓN

La herencia cultural que nos han dejado aquellas civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia sigue estando muy presente. Sin ir más lejos, nuestra forma de medir ciertas magnitudes, como el tiempo. ¿Por qué cada minuto está compuesto de 60 segundos? ¿Por qué 60 minutos hacen una hora? ¿No sería más fácil dividir la hora en 100 minutos y cada minuto en 100 segundos? Si por lo menos fuéramos coherentes con el sistema de numeración empleado, otra cosa sería. Sin embargo, no lo somos, ya que un segundo se divide en 100 centésimas, valga la redundancia. De esta manera, se añade un grado de complejidad al mezclar el sistema

sexagesimal con el decimal, siendo que este último ya estaba presente en la forma de escribir simbólicamente los números. En efecto, es un lío.

Invitamos al lector a sumergirse en un contexto actual, donde no solo se emplea esta forma de medir el tiempo, sino que se opera constantemente con cantidades de esta magnitud, siguiendo muchas veces una aritmética modular. Y es que, en los entrenamientos de natación, a pesar de la proliferación actual de gadgets electrónicos, los segunderos de piscina o cronómetros de pared siguen ayudando a marcar el ritmo. Para los profanos en la materia estamos hablando del artilugio de la Figura 1. No tiene misterio, en su forma más habitual son cuatro agujas de diferentes colores distribuidas cada 90 grados (ah, esa es otra, que seguimos midiendo la amplitud angular en grados, gracias a las mismas personas de antes) que giran pasando cada minuto por el mismo punto. De esta forma se puede medir el tiempo transcurrido entre la salida y la llegada al nadar una distancia concreta.

Figura 1

Segundero, cronómetro de pared o “pace clock” empleado en la práctica de la natación



En deportes como el atletismo o la natación es importante planificar los entrenamientos, tanto para mejorar nuestra condición física como para rendir más en las competiciones. Esta planificación se organiza en ciclos y entrar a fondo en cómo se organiza se escapa de los objetivos de este artículo. En el ámbito profesional, ello requeriría considerar parámetros como concentraciones de lactato en sangre, consumo máximo de oxígeno o frecuencia cardíaca.

En cualquier caso, las sesiones de entrenamiento suelen incluir bloques de repeticiones de cierta distancia que deben realizarse en un tiempo determinado (a esto suele llamarse ritmo de nado), aunque también pueda basarse en la frecuencia cardíaca. Por ejemplo, nadar un bloque de 6 repeticiones de 100 metros a estilo libre cada minuto y medio. En ese caso, el nadador lo que hace es nadar 100 metros teniendo que llegar antes de ese tiempo, descansando lo que reste hasta el minuto y medio. El entrenador puede indicar, adicionalmente, el esfuerzo esperado; es decir, si se trata de nadar a ritmo de competición de 100 metros, o a un porcentaje determinado de este. En muchas ocasiones, a cada una de estas repeticiones se le llama, abusando del lenguaje, serie. Aunque pueda estar socialmente aceptado, los entrenadores lo tienen claro: una serie es cada uno de los bloques de varias repeticiones, no cada una de ellas. La confusión en el ámbito matemático es mayor, ya que la palabra serie se reserva para la sucesión de sumas parciales de los términos de otra sucesión.

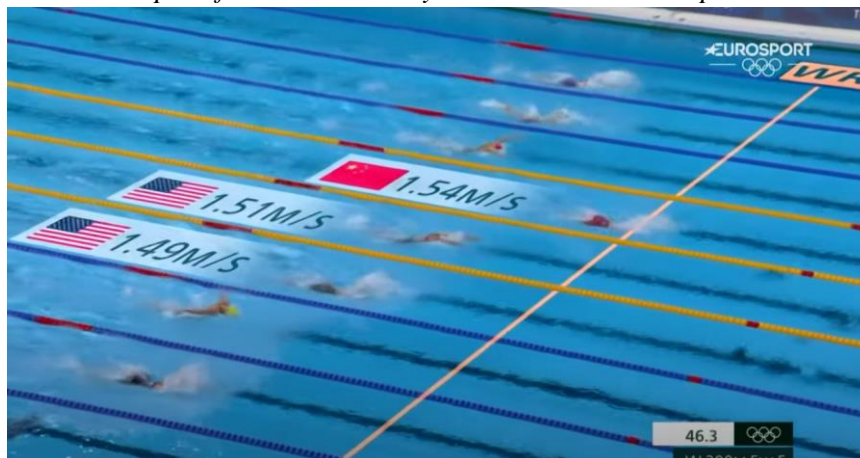
2. RITMO Y VELOCIDAD

Tanto en natación como en atletismo suele hablarse de ritmo (pace) en lugar de velocidad. Cuando decimos que «vamos a ritmo de uno veinte el cien», significa que tardamos 1'20" en

nadar 100 m. Siempre ritmos. En atletismo se indica el tiempo que se tarda en recorrer un kilómetro. En cambio, en los Juegos Olímpicos de Tokyo 2020 las retransmisiones de natación mostraban velocidades (Figura 2).

Figura 2

Final de los 200 m mariposa femeninos en Tokyo 2020. Fuente: Eurosport



¿Por qué en la retransmisión se indican velocidades en lugar de ritmos? Nos aventuramos a sugerir que puede ser debido a que la retransmisión va dirigida al gran público, más acostumbrado a utilizar velocidades para comparar lo rápido que se mueven los participantes de una carrera. En la Figura 2 esto nos ayuda a darnos cuenta de que, de las nadadoras que van en segundo y tercer lugar, hay una que lleva mayor velocidad instantánea en ese momento y, por lo tanto, lleva más empuje y tiene mejor pronóstico.

Ahora bien, a los aficionados y deportistas acostumbrados a hablar de ritmos, indicar que una nadadora nade a 1,51 m/s le da muy poca información. En efecto, viendo la imagen de la Figura 2 extraerán las mismas conclusiones que un espectador lego en la materia. Sin embargo, si quieren valorar si van muy rápido o muy lento, solo lo podrán hacer, en este caso, si nadan a un ritmo cercano al de la plusmarca mundial, que es cuando aparece la línea amarilla en pantalla (evidentemente, entonces, van muy rápido). De lo contrario, o bien se fijarán en los tiempos de paso o en el ritmo. Para esto último necesitarían convertir los 1,51 m/s a la razón que indica el tiempo que tarda en recorrer la distancia de referencia tomada como unidad (en natación suelen ser los 100 metros, mientras que en atletismo es el kilómetro).

El hecho de que en las retransmisiones de eventos de natación se privilegie la velocidad puede deberse a que esta última es lo que algunos autores denominan «magnitud bien compactada» (*well-chunked measure*) (Kaput, 1985; Lamon, 1993). Cuando se calcula una razón entre dos magnitudes, se dice que esta está «bien compactada» si es una entidad bien conocida. Es más, estos autores ponen como ejemplo paradigmático, precisamente, la velocidad, como razón que indica las millas o kilómetros que se recorren en una hora. En esta línea, Martínez-Juste (2022) observa una dificultad en la resolución de problemas de proporcionalidad directa relacionada con esta cuestión. Así, en los problemas de valor perdido que podrían resolverse multiplicando por una razón «mal compactada», hay un porcentaje significativo del alumnado que prefiere emplear la razón inversa cuando está bien compactada y tiene un significado más natural.

3. EL SEGUNDERO O CRONÓMETRO DE PISCINA

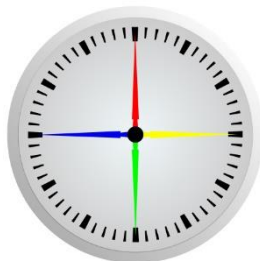
Es posible que el lector ya esté imaginando posibles preguntas o problemas que pueden surgir a partir de este contexto. Por ejemplo:

- Si tu entrenador te manda 10x100 cada 1' 30", ¿cuánto tiempo vas a estar entrenando?
- Si en 400 metros libres en una competición hago una marca de 4' 40", ¿a qué ritmo tendría que hacer cada 100 si me mandan 4x100 a ritmo del 400 de competición?

A continuación, vamos a explorar en detalle qué nos ofrece el cronómetro de pared y la cuestión de los ritmos. Como hemos dicho, si la entrenadora nos dice de hacer repeticiones de 100 estilos cada 2' significa que se sale cada ese tiempo. Es decir, que la idea es llegar antes y descansar hasta que toque salir. Habrá veces que la entrenadora haya calculado ese tiempo para que nos vaya justo y otras para que se descansa más, dependiendo del ritmo de nado que se esté trabajando. Si en la primera repetición hemos salido con la «roja arriba», y son cada 2', en la segunda (y en todas las demás) se sale con la «roja arriba» también (Figura 3).

Figura 3

Salir con la «roja arriba». Fuente: elaboración propia a partir de un dibujo de jonathan357 obtenido en openclipart.org (dominio público)



Sin embargo, si la cosa no cuadra tanto, nos empezamos a complicar. Pongamos que ahora toca hacer series (repeticiones) cada 1' 30". Si en la primera repetición se sale con la roja arriba, ¿cuándo saldremos en la segunda? Si nos fijamos en la aguja roja, en efecto, saldremos cuando esté abajo (a y media). Y si pensamos como si esto fuera una secuencia didáctica, aquí ya se podría plantear la siguiente pregunta al alumnado: ¿y en la quinta repetición? ¿si hiciéramos veinte?

Supongamos que hacemos repeticiones de 50 crol cada 50" y que, de nuevo, salimos con la roja arriba. Las mismas preguntas de antes nos llevarán a decir que en la segunda tocará salir con la roja a menos diez. En la tercera, con la roja a «menos veinte». Y así sucesivamente (ver Figura 4). Ahora bien, ¿cómo hacemos este cálculo? Está claro que aquí lo eficiente es ir quitando 10", pero en una secuencia didáctica no podemos dar nada por sentado, ya que también se puede ir sumando 50" en cada repetición. Si en una repetición hemos salido con la aguja a y 10, para calcular la siguiente podré hacer $10+50 = 60$ y decir que toca salir en punto. Y si hemos salido a y 20, puedo hacer $20 + 50 = 70$ y decir que toca salir a «y diez», porque nos pasamos 10" de la roja arriba.

Figura 4

Momentos de salida de la primera, segunda y tercera repetición en un bloque en el que se sale cada 50". Fuente: elaboración propia a partir de un dibujo de jonathan357 obtenido en openclipart.org (dominio público)



Si vas cansado o te despistas pensando en otra cosa, es habitual perder la cuenta. ¿Llevamos 5 o 6 repeticiones? Aunque la respuesta habitual, ante la duda, es 6, lo más probable es que llevemos 5. Claramente, este dilema puede ser resuelto con ayuda del segundero. Si estamos haciendo las repeticiones cada 55", y si hemos salido con la «roja arriba» y ahora vemos que marca «y veinticinco», ¿cuántas repeticiones llevamos?

Otro uso que se le da al segundero es controlar el ritmo de nado cuando se está nadando una distancia de fondo o medio fondo. A partir de un 200 m o un 400 m, una mirada al segundero cuando se sale de la vuelta permite controlar el ritmo. Claro, para eso tienes que saber cuándo has salido o cuándo has tocado la última pared. Si tenemos algún nadador entre nuestros lectores, ahora podría preguntarse cómo hace la cuenta.

Puestos a recoger en este trabajo el potencial de este instrumento, señalemos que también se emplea para tomar el pulso cardíaco. Una tarea interesante sería comparar diferentes maneras de hacerlo que conectan con proporcionalidad aritmética y estimación. ¿Cómo lo hacemos? ¿Contamos latidos en 10 segundos? ¿O en 15? ¿O a lo largo de todo un minuto?

Con todo lo anterior, el nadador habitual tendría la competencia matemática suficiente para tener cubiertas todas sus necesidades de entrenamiento. Ahora bien, supongamos que queremos explotar más el potencial de este contexto en el aula de Matemáticas. Observemos que la variedad de situaciones-problema que se pueden plantear no viene dada solo por el tiempo del intervalo de cada repetición. Así, hemos presentado un problema (cuándo salimos en la repetición n) y su inverso (si la aguja está en una posición determinada, en qué repetición estamos). Sin embargo, todavía se puede sacar más jugo al contexto. De esta manera, los procesos de generalización que se ponen en juego cuando preguntamos acerca del instante de salida para una repetición alta pueden llevarnos al álgebra con literales. La explicitación de este proceso implicaría, igualmente, aspectos propios de pensamiento computacional, tanto de manera desenchufada como mediante algún entorno software. En este último caso, basta imaginarnos que queremos programar una pequeña aplicación que obtenga las tablas con los instantes de salida para cada repetición.

4. OTRAS IDEAS Y CONCLUSIÓN

El momento de escribir este artículo coincide con la reciente implantación de los nuevos currículos en España al amparo de la LOMLOE. Dentro de esta normativa se introduce un concepto, las situaciones de aprendizaje, que se define de la siguiente manera (Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, Art. 2):

Situaciones de aprendizaje: situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas.

Existe cierto debate acerca de si estas situaciones de aprendizaje deberían estar contextualizadas o no, que, en mi opinión, tiene su origen en el Anexo III, de carácter no prescriptivo, del correspondiente Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo (en el caso de Educación Secundaria) que proporciona orientaciones para el diseño de estas situaciones. Partiendo de la base de que se trata de orientaciones generales, es decir, no específicas para la enseñanza de las matemáticas, deberíamos preguntarnos qué es un contexto en matemáticas.

De todas las escuelas de didáctica de la matemática, a la que no se le puede acusar de negar el papel de un buen contexto para el aprendizaje es a la Enseñanza Matemática Realista. Una de sus autoras más representativas, Van Den Heuvel-Panhuizen (2005) indica, explícitamente que (p. 2, traducción del autor):

El mundo de la fantasía o de los cuentos de hadas e incluso el mundo formal de las matemáticas pueden proporcionar contextos adecuados para un problema, siempre que sean reales en las mentes de los alumnos y puedan experimentarlos como tales.

El contexto presentado podrá ser cotidiano para todos aquellos que practiquen la natación deportiva. Ahora bien, en el momento que empezamos a hacernos preguntas como las que se han propuesto aquí, el contexto deja de ser real para ser *realista*: ¿y yo para qué quiero saber si volveré a salir en punto en las repeticiones que sean múltiplo de tres? O, mejor todavía, ¿por qué tengo que preocuparme en obtener una expresión algebraica para saber en qué repetición estoy a partir de conocer la posición de la aguja?

Realista quiere decir, tal como describe Van Den Heuvel-Panhuizen (2005), imaginable. Podemos añadir adjetivos: cercano, significativo, etc. La cuestión es que sea real en la mente de nuestro alumnado. Para ello, conviene que el planteamiento de las preguntas que se han propuesto aquí se enmarque en una secuencia a través de la resolución de problemas (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021), en la que el alumnado se enfrente a ellas sin haber recibido instrucción explícita previa. Con el andamiaje adecuado, que, en este caso, prácticamente lo da el contexto, realista.

Las actividades aquí presentadas son solo algunas ideas. En una conversación con Javier Ostos, exentrenador de natación, emergieron otras cuestiones interesantes que enlazan, por ejemplo, con las funciones y la interpretación de gráficas. ¿Cómo sería la gráfica de la velocidad (y/o la del ritmo) frente al tiempo o la distancia? En particular, ¿qué ocurre en los virajes? En este sentido, son muy interesantes los contextos más complejos que proporcionan estudios como los de Arellano, et al. (2005, 2016) en los que se investiga la fuerza de impulso en la salida de natación o los diferentes ritmos de nado en cada tramo de una prueba.

Por otro lado, es un contexto que se ha empleado en la formación inicial de docentes de Educación Primaria. Así, Marqués (2015) explora en su Trabajo Fin de Grado diferentes actividades de matemáticas que parten del entorno de la piscina. Se trata, a nuestros ojos, de una línea de trabajo muy sugerente que permite un trabajo interdisciplinar con Educación Física.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido apoyado por el grupo S60_20R “Investigación en Educación Matemática” financiado por el Gobierno de Aragón. Quiero dedicar cariñosamente este artículo a todos mis

entrenadores y compañeros de entrenamiento, agradeciendo en especial las revisiones y conversaciones sobre este a Miguel Santolaya, Javier Ostos, Carlos Rodríguez y David Boudet. Omnes vulnerant, ultima necat.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arellano, R., Ruíz-Teba, A., Morales-Ortiz, E., & López-Contreras, G. (2016). El desarrollo de modelos de rendimiento en pruebas de 50m y 100m: influencia del sexo y el nivel. En *XXXVI Congreso de Asociación Española de Técnicos de Natación*. INEF.
- Arellano, R., Llana, S., Tella, V., Morales, E., & Mercadé, J. (2005). Estudio de la fuerza de impulso en la salida de natación. En *Congreso Internacional de Técnicos de Natación (VIII Congreso Ibérico)*. Asociación Española de Técnicos de Natación.
- Beltrán-Pellicer, P., & Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma*, 98, 11-21.
- Kaput, J. J. (1985). *Multiplicative Word Problems and Intensive Quantities: An Integrated Software Response* [Technical Report]. Educational Technology Center.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61.
- Marqués, J. A. (2015). Matemàtiques a la piscina. [Trabajo Fin de Grado]. Universitat de les Illes Balears. <https://dspace.uib.es/xmlui/handle/11201/145408>
- Martínez-Juste, S. (2022). *Diseño, implementación y análisis de una propuesta didáctica para la proporcionalidad en el primer ciclo de Secundaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid]. <https://doi.org/10.35376/10324/52863>
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the learning of mathematics*, 25(2), 2-23.