

Características del Discurso Matemático de un profesor durante la enseñanza de la Función Cuadrática

Natalia Múnera

Universitat Autònoma de Barcelona (Barcelona, España), munera.natalia@gmail.com

Resumen: *El discurso matemático de un profesor durante la enseñanza de la función cuadrática es estudiado en clase de secundaria con estudiantes entre 13 y 16 años. En este discurso son analizados diferentes tipos de funciones (usos de la lengua), como: ideacionales, aquellas que posibilitan la producción de significado alrededor de contenidos matemáticos; textuales, aquellas que combinan significados producidos en clase; y funciones con peticiones ideacionales o textuales. Los resultados del análisis muestran dos características en el discurso matemático del profesor: hay tipos de funciones predominantes en su discurso y su hilo conductor está marcado por funciones con peticiones.*

Palabras clave: *discurso matemático del profesor, funciones del discurso, funciones con peticiones.*

Characteristics of a teacher's Mathematical Discourse during the teaching of the Quadratic Function.

Abstract: *The mathematical discourse of a teacher during the teaching of the quadratic function is studied in a high school class with students between 13 and 16 years old. In this discourse, different types of functions (language uses) are analyzed, such as: ideational, those that enable the production of meaning around mathematical content; textual, those that combine meanings produced in class; and functions with ideational or textual requests. The results of the analysis show two characteristics in the teacher's mathematical discourse: there are predominant types of functions in his discourse and its common thread is marked by functions with requests.*

Key words: *mathematical discourse of the teacher, discourse functions, functions with requests.*

1. INTRODUCCIÓN

El discurso matemático del profesor es un objeto de estudio que permite interpretar y analizar procesos de enseñanza y aprendizaje en la clase de matemáticas. Este discurso ha sido estudiado de diversas maneras, por ejemplo desde: las oportunidades de aprendizaje que genera (e. g. Planas et al., 2019); el marco teórico del Mathematics Discourse in Instruction (e. g. Venkat y Adler, 2012; Adler y Ronda, 2015); las reacciones del profesor y los intercambios entre profesor y estudiantes con el modelo Initiation/Response/Follow-up (Ruthven y Hofmann, 2016); entre otras. Estas investigaciones muestran que el discurso matemático del profesor no es plano y predecible, por el contrario presenta diferentes y dinámicas características que generan unas u otras situaciones en clase de matemáticas. Con el propósito de hacer un aporte al campo de estudio del discurso en los procesos de enseñanza de las matemáticas, este artículo presenta dos

características del discurso matemático de un profesor las cuales se basan en el uso de diferentes tipos de funciones y el protagonismo que tienen las funciones con peticiones hacia los estudiantes. Estas características son analizadas e interpretadas en la enseñanza de la función cuadrática y son una base para analizar el discurso matemático del profesor durante la enseñanza de otros contenidos en investigaciones posteriores.

Las características del discurso matemático del profesor emergen del análisis de diferentes episodios. Estos episodios hacen parte de un conjunto de datos de dos sesiones de clase de matemáticas no consecutivas, las cuales son diseñadas y ejecutadas por el profesor del curso y son desarrolladas en una clase colombiana con estudiantes entre 13 y 16 años de cuarto de secundaria. El análisis de todos los episodios permite identificar e interpretar que el discurso matemático de este profesor presenta diferentes tipos de funciones: ideaciones, peticiones-ideaciones, textuales y peticiones-textuales.

Con el propósito de caracterizar el discurso matemático del profesor durante la enseñanza de la función cuadrática, este artículo se constituye en cinco partes: funciones en el discurso matemático del profesor, parte que presenta los elementos teóricos que son la base del análisis realizado; método, parte que describe aspectos generales de las fases metodológicas desarrolladas; características del discurso matemático de un profesor, parte que presenta el análisis de diferentes episodios de las sesiones identificando e interpretando funciones en el discurso y presentando características del mismo; y conclusiones derivadas del análisis.

2. FUNCIONES EN EL DISCURSO MATEMÁTICO DEL PROFESOR

La investigación base de este artículo tiene como punto de partida las funciones del discurso presentes en la enseñanza de la función cuadrática, estas funciones son usos del discurso en el contexto de la clase de matemáticas. Para comprender mejor estos usos, en este apartado se presentará: una mirada del discurso matemático en el contexto escolar a partir de las propuestas de Adler y Sfard; diferentes funciones del discurso que pueden ser analizables, las cuales se basan en las macrofunciones propuestas por Halliday; y por último una relación entre las funciones del discurso y la función cuadrática.

Primero, Adler y sus colegas (e.g., Venkat y Adler, 2012; Adler y Venkat, 2014; Adler y Ronda, 2015) proponen Mathematics Discourse in Instruction (en adelante MDI), esta es una herramienta para analizar la enseñanza de contenidos matemáticos. Desde esta perspectiva el discurso matemático tiene cuatro componentes estructurados: objeto de aprendizaje (puede ser un concepto, procedimiento, algoritmo o práctica meta-matemática), ejemplificación (mecanismo generativo que centra su atención en ejemplos y tareas durante la enseñanza de las matemáticas), habla explicativa (basada en nombrar y legitimar ejemplos y tareas; de esta manera nombrar es usar palabras para hacer referencia a otras palabras, símbolos, procedimientos, imágenes o relaciones matemáticas, y legitimar distingue qué cuenta como matemáticas o no de acuerdo a criterios específicos) y participación del estudiante (Adler y Ronda, 2015). El MDI esencialmente se enfoca en aspectos matemáticos que los profesores dicen, hacen y escriben, y en cómo profesores y estudiantes interactúan en clase de matemáticas para llegar al objeto de aprendizaje.

Segundo, Sfard (2012) define pensar como una actividad de comunicación con uno mismo, lo que genera que el pensamiento matemático, matemáticas o discurso matemático, sea un tipo de comunicación. Sfard (2008, 2012) expresa que el discurso matemático presenta cuatro

características: palabras clave (números y nombres de figuras), mediadores visuales (símbolos algebraicos y gráficas, los cuales son apreciables en procesos de comunicación), rutinas (patrones y regularidades en la realización de tareas matemáticas) y narrativas respaldadas (descripción de objetos matemáticos, relaciones entre objetos y procesos con ellos; estas narrativas corresponden a axiomas, propiedades, teoremas, reglas de cálculo o definiciones).

Tercero, Halliday propone la Gramática Funcional, la cual expresa que la lengua en uso (del profesor o de cualquier otra persona) está constituida por formas lingüísticas y funciones; la función hace referencia al papel de una forma lingüística en una estructura gramatical: “proporciona una interpretación de la estructura gramatical en términos del potencial de significado” en los usos de la lengua (Halliday, 2014, p. 76). La relación entre formas lingüísticas y funciones es compleja porque una misma forma puede tener funciones cambiantes si la gramática y el contexto se modifican. Por ejemplo, la afirmación ‘cada función tiene sus raíces’ en un contexto matemático hace referencia a que en cada polinomio existen valores para la variable independiente que generan el valor cero en la variable dependiente, mientras que en un contexto informal la misma afirmación puede hacer referencia a que cada tarea o responsabilidad tiene un origen. De igual manera las palabras tienen una definición descontextualizada, por lo que su significado potencial está ligado a usos del habla en una estructura gramatical, por esta razón Halliday introduce el concepto de función en términos de interpretación gramatical. La gramática funcional plantea tres macro funciones que se relacionan dialécticamente y de manera constante para la creación del discurso (Halliday, 2014, 2017). Estas macro funciones son: la interpersonal, posibilita construir significado en interacciones sociales; la ideacional, posibilita construir significado basado en la interacción e influenciado por la intención de comunicar ideas; y la textual, posibilita comunicar ideas de manera coherente y contextualizada. Las macro funciones ideacional y textual son habitualmente estudiadas en el análisis del discurso en educación matemática porque tratan sobre información y contenido; estas funciones están en textos escritos o hablados, lo cual permite hacer predicciones, sin ser deterministas, de situaciones matemáticas o de posibles respuestas en dichas situaciones (Morgan, 2006).

A partir de lo expuesto, el discurso matemático se entiende como un tipo de comunicación en contexto, el cual se compone de formas y funciones. Este discurso involucra tanto las características propuestas por Sfard como los componentes propuestos por Adler; ambas propuestas se relacionan, por ejemplo: palabras clave y narrativas se pueden identificar en el habla explicativa, y mediadores visuales y rutinas se pueden identificar en la ejemplificación. Aunque este artículo no utiliza la caracterización de Sfard ni de Adler como herramientas analíticas, sí considera la idea clave de que el discurso matemático del profesor durante la enseñanza es analizable a partir del estudio de sus partes; de ahí que las formas que presenta el discurso del profesor pueden ser interpretados y analizados a través de funciones del discurso.

El discurso del profesor presenta formas lingüísticas en las que se identifican diferentes tipos de funciones; las funciones son usos de la lengua en el contexto de la clase de matemáticas, las cuales permiten caracterizar el discurso durante la enseñanza de contenidos específicos. A continuación se presentan funciones del discurso matemático del profesor que son analizadas en este artículo y son relacionadas con el contenido algebraico de función cuadrática; estas funciones son: nombrar, representar, ejemplificar, narrar, explicar y conectar.

Nombrar es dar vocabulario matemático relacionado con contenidos algebraicos; este vocabulario que se identifica e interpreta en el discurso matemático del profesor es el relevante para la producción de significado en torno al contenido específico de álgebra. Esta función del

discurso es abordada a partir de Halliday (2014; 2017) y Adler y Ronda (2015). Por un lado, Halliday expresa que el vocabulario es léxico que expresa y produce significado en usos gramaticales; este léxico comprende conjuntos de palabras que pertenecen a sistemas de características. Sin embargo, el léxico requiere de la gramática para producir significado; la gramática surge de la selección y combinación de léxico, que a su vez se convierte en léxico cada vez más especializado. Por otro lado, Adler y Ronda definen nombrar como “el uso de palabras para referirse a otras palabras, símbolos, imágenes, procedimientos o relaciones” (2015, p. 8); estas palabras pueden ser vocabulario no matemático o matemático que centran la atención de estudiantes y profesor en aspectos particulares.

Representar es simbolizar contenidos algebraicos; estos símbolos o representaciones muestran diferentes concepciones de un contenido que posibilitan analizarlo, comunicarlo y proponer generalizaciones. Esta función del discurso es abordada a partir de Kaput, Blanton y Moreno (2008), ellos plantean que todas las situaciones matemáticas o no matemáticas pueden ser analizadas y comunicadas por medio de diferentes representaciones (orales, escritas, dibujos, tablas, diagramas, operaciones, notaciones, entre otras), las cuales son constantemente refinadas, pedagógicamente compartidas e influenciadas por otras representaciones más o menos convencionales; también expresan que hay diferentes tipos de representaciones simbólicas con múltiples propósitos, cada una con poder de ser usada en multiplicidad de contextos para simbolizar una misma situación. En particular, los símbolos algebraicos permiten procesos de generalización y razonamiento porque muestran un rango de múltiples aplicaciones en diversos contextos y posibilitan deducir inferencias.

Ejemplificar es presentar ejemplos que pretenden ofrecer una generalidad; estos ejemplos son casos particulares en contextos específicos para representar contenidos algebraicos. Esta función del discurso es abordada desde Zodik y Zaslavsky (2008), Bills et al. (2006), Watson y Mason (2005) y Adler y Ronda (2015). Los ejemplos son casos particulares de clases más grandes, a partir de los cuales se puede razonar y generalizar (Zodik y Zaslavsky, 2008); ellos son materia prima para la generalización porque informan de contenidos matemáticos a través de tareas en las cuales se demuestra, relaciona, explica y prueba (Bills et al., 2006). Un solo ejemplo no implica generalidad, por esta razón Watson y Mason (2005) hablan de espacios de ejemplos como colecciones de ejemplos centrales, los cuales presentan una generalidad que puede ser leída a través de sus ejemplos y permiten estudiar su variabilidad o sus invariantes. Similitud, contraste y fusión pueden ser características de los espacios de ejemplos: una colección de ejemplos similares brinda posibilidades para observar elementos que son invariantes, una colección de ejemplos contrastados pone la atención en elementos diferentes que permiten generalizar y una colección de ejemplos fusionados muestran aspectos del objeto que varían y no varían de manera simultánea, aportando más al proceso de generalización que los ejemplos contrastados (Alder y Ronda, 2015).

Narrar es describir características o procedimientos que involucran contenidos algebraicos: las características se centran en narrativas como axiomas, propiedades, teoremas, reglas o definiciones; y los procedimientos se centran en rutinas para solucionar situaciones matemáticas. Esta función del discurso es abordada a partir de Sfard (2008; 2012). Por un lado, las narrativas se corresponden con afirmaciones respaldadas y validadas por la comunidad matemática como axiomas, propiedades, teoremas, reglas de cálculo o definiciones; estas narrativas describen objetos matemáticos a partir de conjuntos de palabras y de mediadores visuales que los representan. Por otro lado, las rutinas se corresponden con formas de realizar tareas matemáticas que conservan patrones y regularidades; estos patrones repetitivos son

característicos del discurso usando palabras, mediadores y narrativas para realizar tareas o para crear y fundamentar nuevas narrativas.

Explicar es dar razones de dominio matemático a favor o en contra de una afirmación vinculada con contenidos de álgebra. Estas razones están basadas en dominios de conocimiento que permiten analizar las matemáticas que profesor y estudiantes legitiman en el contexto de la clase. Esta función del discurso es abordada a partir de Adler (2012) y Adler y Ronda (2015). El discurso matemático presenta dominios de conocimiento que valoran y reconocen el conocimiento matemático. Entre estos dominios de conocimiento tenemos: el dominio matemático que hace referencia a criterios relacionados con propiedades, procedimientos y demostraciones de objetos matemáticos; el dominio cotidiano que hace referencia a criterios basados en la práctica o criterios no matemáticos; el dominio profesional que hace referencia a criterios basados en el discurso del profesor, construidos a partir de su práctica pedagógica y la acumulación de conocimientos a través de su práctica investigativa; y el dominio curricular que hace referencia a criterios basados en el currículo oficial, el contenido de un libro de texto o en los aspectos a valorar en un examen.

Conectar es relacionar de manera coherente representaciones, características y/o procedimientos de contenidos aritméticos y/o algebraicos. Esta función del discurso se aborda a partir de Venkat y Adler (2012). Estas autoras señalan la importancia de la coherencia y la conexión entre transformaciones que constantemente sufren las representaciones de cualquier objeto de aprendizaje y presentan cuatro elementos que pueden ser analizados para determinar si hay conexión y coherencia: representación de entrada, representaciones producidas a través de la transformación, explicaciones que acompañan la transformación y relación con el problema planteado. En este artículo se analizan las conexiones presentes en el discurso matemático del profesor y no las transformaciones que sufren las representaciones presentes a lo largo de su discurso.

Para finalizar este apartado, las funciones del discurso anteriormente expuestas se relacionan de manera directa con la enseñanza de la función cuadrática. Kostić y Sekulić (2022) expresan que la forma más común de presentar la función cuadrática es $f(x) = ax^2 + bx + c$; a partir de diferentes ejemplos de esta función se explican algunas de sus características como las raíces, su forma parabólica, vértice, monotonía, dirección de la abertura de la parábola y la relación entre los coeficientes a , b y c . Las funciones del discurso se pueden analizar durante la enseñanza de la función cuadrática, por ejemplo cuando el profesor: nombra vocabulario como discriminante o fórmula cuadrática; representa verbal y algebraicamente la fórmula del discriminante; ejemplifica la función cuadrática con diferentes coeficientes; narra características de las raíces en los ejemplos que presenta; explica las razones matemáticas para desarrollar procedimientos en el cálculo de las raíces; y conectan representaciones, características y/o procedimientos para producir significado alrededor de los ejemplos que propone en clase.

3. MÉTODO

La investigación base de este artículo asume una perspectiva cualitativa, con un enfoque interpretativo, similar a las investigaciones realizadas por Adler y Ronda (2015) y Venkat y Adler (2012). Esta investigación propone una comprensión detallada del discurso matemático del profesor y no busca generalizaciones, dado que este discurso durante la enseñanza es producto de contextos sociales, culturales, históricos, políticos y personales específicos.

El conjunto de datos analizados para este artículo corresponde a dos sesiones de clase no consecutivas (Sesiones 1 y 2) planeadas y ejecutadas por el profesor Camilo (seudónimo), con un grupo de estudiantes entre 13 y 16 años de cuarto de secundaria en 2019 pertenecientes a una institución educativa pública en Medellín, Colombia. La Sesión 1 se compone de 5 episodios y la Sesión 2 se compone de 7 episodios. Los episodios son divisiones de las sesiones, los cuales tienen inicios y finales relativos de procesos matemáticos específicos desarrollados a lo largo de la clase, como por ejemplo la representación de una situación matemática en Geogebra; esta división en episodios facilita la interpretación de funciones del discurso. El concepto objeto de enseñanza desarrollado en las sesiones de clase es la función cuadrática.

El discurso matemático del profesor se caracterizó desarrollando tres fases: 1) transcripción y configuración de episodios, 2) análisis preliminar, 3) análisis y resultados. En la Fase 1 las sesiones de clase grabadas fueron transcritas y divididas en episodios. En la Fase 2 se realizó un análisis preliminar en el cual se interpretaron e identificaron en total catorce tipos de funciones del discurso en los turnos de habla del profesor; la mayoría de estas funciones fueron clasificadas, según su uso en el contexto de la clase, en ideacionales y textuales (Halliday, 2014), otras funciones no encajaban con las propuestas por Halliday y se denominaron peticiones-textuales, las cuales se basan en peticiones del profesor que buscan la participación de los estudiantes con producciones de su discurso desde lo textual. En la Fase 3, gracias a la concreción del marco teórico y a análisis posteriores de los datos, se refinaron las funciones del discurso, permitiendo así identificar dos características en el discurso matemático del profesor; en esta fase se proponen cuatro tipos de funciones principales del discurso entre las que están: ideacional, petición-ideacional, textual y petición-textual.

A nivel ideacional se presentan funciones del discurso en las cuales el profesor:

- *Calcula* operaciones matemáticas necesarias para averiguar un resultado.
- *Nombra* vocabulario matemático relevante para la producción de significado en torno a contenidos específicos.
- *Representa* contenidos matemáticos; estas representaciones muestran diferentes conceptualizaciones del contenido que posibilitan analizarlo y comunicarlo.
- *Ejemplifica* casos particulares de un contenido específico, que pretenden ofrecer una generalidad.

A nivel petición-ideacional se presentan funciones del discurso en las cuales el profesor:

- *Pide que los estudiantes calculen* operaciones aritméticas.
- *Pide que los estudiantes nombren* vocabulario matemático relevante.
- *Pide que los estudiantes representen* de diferentes maneras contenidos matemáticos.
- *Pide que los estudiantes ejemplifiquen* casos particulares de un contenido específico.

A nivel textual se presentan funciones del discurso en las cuales el profesor:

- *Narra* características de contenidos matemáticos o procedimientos que involucran dichos contenidos.
- *Explica* razones de dominio matemático a favor o en contra de una afirmación vinculada con contenidos matemáticos.
- *Conecta* representaciones, características o procedimientos de contenidos matemáticos.

A nivel petición-textual se presentan funciones del discurso en las cuales el profesor:

- *Pide que los estudiantes narren* características o procedimientos relacionados con contenidos matemáticos.
- *Pide que los estudiantes expliquen* razones de dominio matemático a favor o en contra de una afirmación vinculada con contenidos matemáticos.

- *Pide que los estudiantes conecten* representaciones, características o procedimientos de contenidos matemáticos.

La Tabla 1 resume las funciones identificadas, interpretadas y analizadas en el discurso matemático del profesor durante la enseñanza:

Tabla 1

Funciones del discurso matemático del profesor

Descripción	Abr	Función
IDEACIONAL. Usos de la lengua para introducir cálculos aritméticos, nombres, representaciones y ejemplos de contenidos algebraicos.	Cl	Calcula
	Nm	Nombra
	Rp	Representa
	Ej	Ejemplifica
PETICIÓN-IDEACIONAL. Usos de la lengua para pedir cálculos aritméticos, nombres, representaciones y ejemplos de contenidos algebraicos.	PCl	Pide que calculen
	PNm	Pide que nombren
	PRp	Pide que representen
	PEj	Pide que ejemplifiquen
TEXTUAL. Usos de la lengua para narrar, explicar y conectar contenidos aritméticos y algebraicos.	Nr	Narra
	Ex	Explica
	Cn	Conecta
PETICIÓN-TEXTUAL. Usos de la lengua para pedir narraciones, explicaciones y conexiones de contenidos aritméticos y algebraicos.	PNr	Pide que narren
	PEx	Pide que expliquen
	PCn	Pide que conecten

4. CARACTERÍSTICAS DEL DISCURSO MATEMÁTICO DE UN PROFESOR DURANTE SU ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Las características del discurso matemático de un profesor durante su enseñanza de la función cuadrática son dos: su discurso se basa en el uso predominante de funciones de tipo ideacional, petición-ideacional y petición-textual, donde las funciones textuales emergen con poca frecuencia para responder preguntas y para anticipar respuestas; y el hilo conductor en este discurso son las funciones con peticiones para los estudiantes. A continuación se presenta dos partes para mostrar esta caracterización: primero, análisis de un episodio ilustrando la interpretación de las funciones del discurso en diferentes turnos de habla del profesor, y segundo, fragmentos de episodios que ilustran las características identificadas en el discurso matemático del profesor.

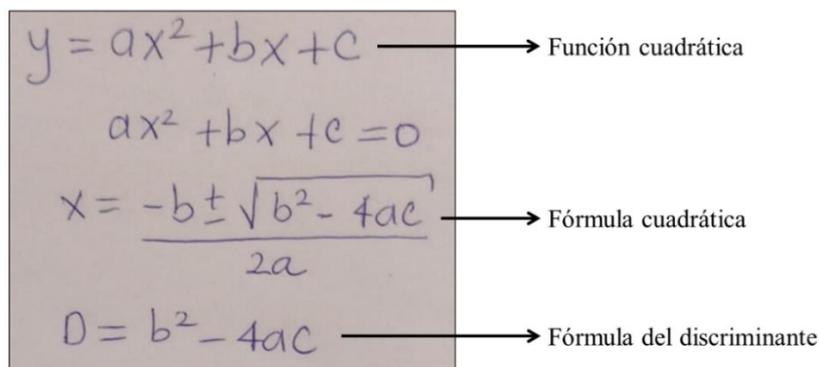
4.1. Análisis de funciones del discurso en la Sesión 1, Episodio 2 (E2₁): Representando y ejemplificando el coeficiente b .

Un elemento central de la Sesión 1 es la representación de los coeficientes a , b y c (de la función cuadrática) como deslizadores en GeoGebra. Las representaciones de b en el E2₁ y de a y c en el Episodio 3 de la misma sesión (E3₁) posibilitan a profesor y estudiantes ejemplificar funciones cuadráticas, calcular sus raíces y conectar estos resultados con los observables en la pantalla del software. E2₁ alude al proceso de construcción de un deslizador en Geogebra; este

deslizador muestra diferentes valores para el coeficiente b , símbolo vinculado a la función cuadrática, la fórmula cuadrática y la fórmula del discriminante (Figura 1).

Figura 1

Ejemplo 1. Representación de la pizarra



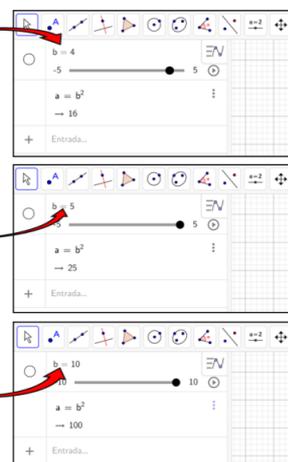
4.1.1. Función ideacional

En este episodio se identifican e interpretan las funciones nombrar, calcular y ejemplificar. El profesor nombra vocabulario relacionado con función cuadrática, como: raíz y discriminante, características del contenido matemático que se pueden calcular; fórmula, expresión algebraica que permite calcular el discriminante de la función; y parábola, representación gráfica de la función cuadrática. También, el profesor ejemplifica el coeficiente b de la función cuadrática asignándole diferentes valores y calcula b al cuadrado, cuando este coeficiente es cinco. En la Figura 2 se subraya los valores que adquiere b en diferentes ejemplos, los cuales son valores asignados al deslizador b en Geogebra (Figura 2); de esta forma el profesor: en [14] ejemplifica b con el valor cuatro y luego pide calcular b al cuadrado; en [16] ejemplifica b con el valor cinco y calcula el cuadrado de b ; y en [18] ejemplifica b con el valor diez y pide calcular su cuadrado. Estas funciones ideacionales permiten: especificar vocabulario asociado a la función cuadrática, mostrar que los coeficientes de la función cuadrática son variables y desarrollar cálculos aritméticos con los valores de estos coeficientes.

Figura 2

Ejemplo 2. Fragmento de E2₁ y reproducción en GeoGebra

- 14. P: Sebas mueva eso [el deslizador]. Si b vale cuatro (Ej), ¿cuánto vale b al cuadrado (PCI)?
- 15. A: Dieciséis.
- 16. P: Dieciséis. Qué pasa si yo quiero... llévalo hasta el extremo. Si b vale cinco (Ej), esto vale veinticinco (CI). ¿Cómo hago que me de los demás cuadrados (PNr)?
- 17. A: Poniéndole más en configuración.
- 18. P: En configuración. Cambiar configuración, vaya de menos diez hasta diez, de menos diez hasta diez (Nr). Listo. Dale ahí. Entonces si yo lo muevo me va a sacar todos los cuadrados hasta el diez (Nr). Al otro lado, dale hasta allá. Entonces ya, el cuadrado de diez... (Ej, PCI).

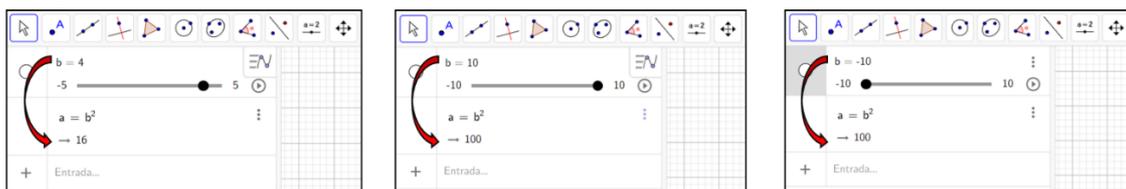


4.1.2. Función petición-ideacional

En este episodio el profesor pide a los estudiantes que calculen el cuadrado de b cuando el valor de este coeficiente es cuatro, diez y menos diez; estos cálculos se pueden verificar en la pantalla del software como muestra la Figura 3. Esta función petición-ideacional permite la participación de los estudiantes en el cálculo de un factor de la fórmula del discriminante, con el objetivo de identificar el tipo de raíces de una función cuadrática.

Figura 3

Ejemplo 3. Reproducción en GeoGebra



4.1.3. Función textual

En este episodio se interpretan e identifican una explicación y varias narraciones. El profesor: en [6] explica el sentido de construir el discriminante con deslizadores; en [1] narra una característica de funciones cuadráticas difíciles de ejemplificar (funciones con una sola raíz real); en [6] y [10] narra características de los valores del coeficiente b en el deslizador; en [18] y [32] narra características de los resultados arrojados por el deslizador b al cuadrado (Figura 4). Estas funciones textuales permiten reflexionar principalmente acerca de dos aspectos: primero, el beneficio que dan los deslizadores de Geogebra en la ejemplificación de funciones cuadráticas, dado que posibilitan variar fácilmente el valor de los coeficientes; y segundo, especificar los valores del coeficiente b y de su cuadrado en cada ejemplo, ya que cambiar el valor de b altera su cuadrado y también ejemplifica una función cuadrática diferente.

Figura 4

Ejemplo 4. Fragmentos de E2₁

1. P: Entonces la parte más difícil de esto es construirla [una función cuadrática] cuando tiene una sola raíz _(Nm, Nr).
6. P: [...] Aquí b vale menos cinco, o el número que aparezca en la pantalla _(Nr). Ahora. Voy a construir un discriminante _(Nm), esta fórmula _(Nm), para poder calcularlo para cualquier valor a , b y c _(Ex).
10. P: Dale configuración y aquí en deslizador... aquí dice que el mínimo es menos cinco y el máximo cinco, y el incremente póngale uno. Aquí uno. Ya cerrar acá, estaba en decimales _(Nr), mueve el deslizador. ¿Sí ven lo que pasa? Se mueve en enteros _(Nr) y así es más fácil.
18. P: Cambiar configuración, vaya de menos diez hasta diez, de menos diez hasta diez _(Nr). Listo. Dale ahí. Entonces si yo lo muevo me va a sacar todos los cuadrados hasta el diez _(Nr).
32. P: Más. Exacto. Entonces ya sacó todos los cuadrados _(Nr). Entonces ya hice... Acabé de hacer b y ya hice b cuadrado _(Nr).

4.1.4. Función petición-textual

En este episodio se interpretan e identifican peticiones para narrar, conectar y explicar. El profesor pide narrar: características de la pantalla al escribir b en la entrada del software; procedimiento a realizar con el coeficiente b ; característica del deslizador b ; procedimiento para obtener cuadrados del coeficiente b ; procedimiento a realizar tras obtener los cuadrados del coeficiente b ; y características de la pantalla al escribir a en la entrada del software.

Las peticiones para conectar se interpretan con peticiones para narrar. En la Figura 5 se subrayan preguntas del profesor: en [10] pide narrar procedimiento a realizar con el coeficiente b , lo cual sugiere conectar el símbolo con la fórmula del discriminante y así identificar que b debe estar al cuadrado; y en [32] pide narrar procedimiento a realizar luego de obtener los cuadrados del coeficiente b , lo cual sugiere conectar b al cuadrado con la fórmula del discriminante y así identificar que se debe escribir menos cuatro por a y por c .

Figura 5

Ejemplo 5. Fragmento del episodio

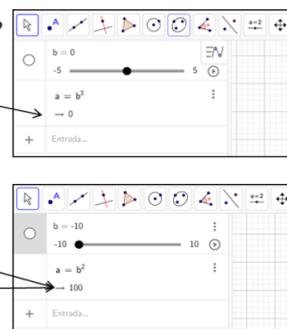
10. P: ... Entonces ya tengo b . ¿Qué más hay que hacerle a b (PCn, PNr)?
 ...
 32. P: ... Acabé de hacer b y ya hice b cuadrado. ¿Qué creen que voy a hacer ahora (PCn, PNr)?

Cuando el profesor ejemplifica el coeficiente b con distintos valores pide explicaciones. En la Figura 6 se subrayan preguntas asociadas con la Reproducción en GeoGebra mostrada: en [12] pide explicar por qué en la pantalla el resultado de b al cuadrado es cero; y en [22] pide explicar por qué en la pantalla el resultado de menos diez al cuadrado es cien, petición que se repite en [28].

Figura 6

Ejemplo 6. Fragmento de $E2_1$ y reproducción en GeoGebra

12. P: Señor, escriba b al cuadrado. ¿Por qué apareció este cero (PEX)?... ¿Cuánto vale la b (PNr)?
 13. A: Cero.
 ...
 21. A: Y el cuadrado de menos diez es cien.
 22. P: Por qué el cuadrado de menos diez es (PEX)...
 23. A: Menos cien.
 24. P: Menos diez al cuadrado (Ej), ¿cuánto da (PCI)?
 25. A: Menos cien.
 26. P: Hágalo. Señor menos diez. Haga b al cuadrado.
 27. A: Cien.
 28. P: ¿Por qué (PEX)?



Las peticiones-textuales de este episodio sugieren reflexiones algebraicas y aritméticas. Las algebraicas son apreciables cuando el profesor pide a los estudiantes reflexionar en torno a la expresión algebraica que representa el discriminante de la función cuadrática, de manera que los estudiantes expresen procedimientos que se deben desarrollar con las variables. Las aritméticas son apreciables cuando el profesor pide a los estudiantes reflexionar sobre los valores de las variables en ejemplos específicos y los resultados de algunos cálculos realizados con estos valores.

4.1.5. Análisis conjunto de las funciones

De manera general se han analizado funciones en el discurso matemático del profesor de tipo ideacional, petición-ideacional, textual y petición-textual. En este episodio, las funciones se relacionan entre sí para representar el coeficiente b y ejemplificarlo con valores enteros positivos y negativos. Dos relaciones entre funciones son interpretadas en el discurso matemático del profesor durante la enseñanza de la función cuadrática: 1) calcular, ejemplificar, pedir cálculos y pedir explicaciones: estas funciones se relacionan para ejemplificar diferentes valores de b y calcular b^2 , así como para explicar por qué en la pantalla del software aparecen unos resultados y no otros; 2) explicar, narrar, pedir narraciones y pedir conexiones: estas funciones se relacionan para explicar el sentido de construir tres deslizadores, narrar características de valores que asume el deslizador b y conectar coeficientes con la fórmula del discriminante (estas conexiones permiten desarrollar un paso a paso de las operaciones que exige la fórmula).

En este episodio destaca la función ejemplificar. La representación del coeficiente b como un deslizador en GeoGebra es una parte importante al comienzo del episodio. Aunque ejemplificar solo se interpreta cuatro veces a lo largo del episodio, gran parte del discurso del profesor gira en torno a los ejemplos que presenta. Los ejemplos del coeficiente b con valores como cuatro, cinco y diez son similares entre ellos y facilitan observar la coherencia con el resultado de sus cuadrados, la cual se muestra en la pantalla del software. El contraste de estos ejemplos se genera cuando un estudiante presenta el cuadrado de un entero negativo, menos diez, lo cual produce una discusión frente a si el cuadrado de menos diez es menos cien o cien. Así, el episodio presenta ejemplos de similitud y de contraste, pero no de fusión; ejemplos de fusión se podrían encontrar en un momento de la sesión donde profesor y estudiantes: tomen valores para a , b y c , positivos y/o negativos, y calculen el discriminante de la función cuadrática. Las representaciones del coeficiente b como un deslizador y de b al cuadrado posibilitan al profesor hablar sobre diferentes ejemplos y vincularlos con narraciones y peticiones.

Las narraciones y la explicación en el episodio emergen cuando el profesor anticipa respuestas o responde a sus propias preguntas. La mayoría de las narraciones del profesor dan características de los objetos para anticiparse a posibles preguntas, al igual que la explicación se anticipa a la pregunta de por qué construir deslizadores para un discriminante. Esta idea se ampliará en el siguiente apartado con el análisis de más fragmentos de los episodios.

4.2. Características del discurso matemático de un profesor durante la enseñanza

El análisis de los diferentes tipos de funciones permitió identificar dos características en el discurso matemático de un profesor, las cuales se ilustran en este apartado con diferentes fragmentos de episodios de la Sesión 2. Al comienzo de esta sesión el profesor representa verbal y algebraicamente la función cuadrática y las fórmulas cuadrática y del discriminante; la fórmula del discriminante se convierte en una expresión algebraica importante para caracterizar las raíces de una función cuadrática y la fórmula cuadrática importante para calcularlas. La Sesión 2 aporta varios ejemplos de funciones cuadráticas para las cuales se calculan discriminante y raíces.

4.2.1. Uso de funciones textuales para responder preguntas y anticipar respuestas

El discurso matemático del profesor usa predominantemente funciones ideacionales, peticiones-ideacionales y peticiones-textuales, de manera particular las funciones textuales emergen con poca frecuencia para responder preguntas y para anticipar respuestas. A continuación se presentan tres fragmentos que ilustran la interpretación de funciones textuales en el discurso del profesor: dos para responder preguntas (planteadas por él mismo y por un estudiante) y uno para anticipar una respuesta sin tener alguna petición previa.

El primer fragmento es del Episodio 2 de la Sesión 2 (E2₂); este es un episodio en el que profesor y estudiantes ejemplifican una función cuadrática con dos raíces reales: $y = 10x^2 + 20x + 4$. La Figura 7 presenta un fragmento del episodio que sugiere varias peticiones, por parte del profesor, para escribir en la pizarra la fórmula cuadrática con los coeficientes de la función ejemplificada (Figura 7). La explicación interpretada en [82] surge luego de varias peticiones para narrar el valor de b^2 : primero los estudiantes expresan que b^2 es menos veinte y luego que es cuatrocientos, por lo que el profesor pide explicar por qué b^2 es cuatrocientos y él mismo responde a la petición explicando que ese es el resultado de veinte al cuadrado.

Figura 7

Ejemplo 7. Fragmento de E2₂ e imagen de la pizarra

75. ¿Qué sigue (PN_r)?
 76. A: Raíz.
 77. P: Raíz, eso. ¿Qué sigue (PN_r)?
 78. A: Es menos veinte.
 79. P: ¿Veinte?
 80. A: Menos veinte, menos veinte.
 81. A: Cuatrocientos.
 82. P: Cuatrocientos. ¿Por qué cuatrocientos (PE_x)?
 Porque era veinte al cuadrado (E_x).

Agosto 2/2013

$$y = ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$y = f(x) = 10x^2 + 20x + 4$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 160}}{20} = \frac{-20 \pm \sqrt{240}}{20}$$

El segundo fragmento es del Episodio 4 de la Sesión 2 (E4₂); en este episodio el profesor propone ejemplificar una función cuadrática con una raíz real, lo que implica que su discriminante sea cero y que $b^2 = 4ac$. La Figura 8 muestra algunos aspectos en la ejemplificación de esta función: profesor y estudiantes buscan un b^2 de tal manera que sea divisible por 28, porque previamente decidieron que a era siete. La explicación en [180] surge cuando buscan el siguiente número cuadrado de ciento cuarenta y cuatro, resultado de doce al cuadrado: el profesor primero expresa que el siguiente número cuadrado es ciento cincuenta seis y luego se autocorrigió expresando que es ciento sesenta y nueve, ante este cambio de número un estudiante pregunta por qué la corrección y el profesor explica que es ciento sesenta y nueve porque es el resultado de trece al cuadrado.

Figura 8

Ejemplo 8: Fragmento del E4₂ e imagen de la pizarra

172. P: ¿Cuál es el siguiente cuadrado _(PCI)? ¿Ciento cuarenta y cuatro me da entero _(PNr)? ¿Ciento cuarenta y cuatro dividido veintiocho _(PCI)? Saquen la calculadora y me ayudan. Ah, no me da.
 173. A: Siete, siete.
 174. P: Qué sigue, ciento _(PCI)...
 175. A: Sesenta y nueve.
 176. P: Ciento cincuenta y seis _(CI).
 177. A: Ah, ah.
 178. P: Ve perdón, ciento sesenta y nueve _(CI).
 179. A: ¿Por qué?
 180. P: Porque la raíz es trece al cuadrado _(Ex).

Agosto 2/2013

$$y = x^2 + 2x + 4$$

$$D = b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 = 4ac$$

$$4ac = 4(7)C = 100$$

$$28C = 100$$

El tercer fragmento es del Episodio 5 de la Sesión 2 (E5₂); en este episodio el profesor propone ejemplificar una función cuadrática con raíces complejas, lo que implica que su discriminante sea menor cero (Figura 9), a y c tengan el mismo signo y sus valores absolutos sean mayores que el valor absoluto de b . La Figura 13 presenta tres funciones textuales en el discurso del profesor: en [14] narra una característica hipotética de a para pedir que los estudiantes narren una característica de c ; y en [16] por un lado conecta las características de a y c con un valor positivo del discriminante, y por otro lado explica que si el discriminante es positivo entonces las raíces de la función cuadrática son reales. Es de anotar que la narración, conexión y explicación presentes en este fragmento son funciones textuales que se anticipan ante cualquier escenario, dado que no hay peticiones previas que impliquen su presencia.

Figura 9

Ejemplo 9: Fragmento del E5₂ e imagen de la pizarra

11. P: La pregunta es, ¿para que esto me dé negativo _(Nm) [el discriminante] me conviene que a y c sean muy grandes o que b sea muy pequeño _(PNr)?
 12. A: Que a y c sean muy grandes.
 13. A: Los dos.
 14. P: Los dos, bien. Que a y c sean muy grandes y que b sea muy pequeño _(Nr). Esa fue la pregunta ¡chicos! Sí a es negativo _(Nm, Nr), ¿cómo tiene que ser c _(PNr)?
 15. A: Negativo.
 16. P: Negativo, porque o sino me da positivo _(Nm) [el discriminante] y me da es en reales _(Nm, Cn, Ex).

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

4.2.2. Funciones con peticiones como hilo conductor del discurso matemático

El discurso matemático del profesor tiene como hilo conductor peticiones de tipo ideacional y textual; estas peticiones emergen en casi todos los turnos de habla del profesor y posibilitan la interacción directa de él con los estudiantes en la producción de significado. A continuación se presenta un fragmento de E5₂, en este episodio se ejemplifica una función cuadrática con raíces imaginarias y se calculan dichas raíces; en el fragmento se subrayan las diferentes peticiones identificadas e interpretadas en el discurso del profesor (Figura 10).

Figura 10**Ejemplo 10. Fragmento del E5₂ e imagen de la pizarra**

1. P: ¿Cómo garantizamos que eso tenga raíces imaginarias (Nm, PNR)?
2. A: Que a y c sean...
3. P: No, no, no. ¿Cómo tiene que ser el discriminante (Nm, PNR)?
4. A: Negativo.
5. P: ¡Bien! Discriminante (Nm) negativo. Entonces, ¿quién se acuerda de la fórmula del discriminante (Nm, PPR)?
6. A: a más b .
7. P: Discriminante (Nm):
8. A: b a las dos, menos cuatro a , c .
9. P: b a las dos, menos cuatro a , c . ¿Eso tiene que ser (PNR)?
10. A: Negativo.
11. P: Negativo. Chicos aquí les queda muy fácil de encontrarlas. La pregunta es, ¿para que esto me dé negativo (Nm) me conviene que a y c sean muy grandes o que b sea muy pequeño (PNR)?
12. A: Que a y c sean muy grandes.
13. A: Los dos.
14. P: Los dos, bien. Que a y c sean muy grandes y que b sea muy pequeño (Nr). Esa fue la pregunta ¡chicos! Si a es negativo (Nm, Nr) ¿cómo tiene que ser c (PNR)?
15. A: Negativo.
16. P: Negativo, porque o sino me da positivo (Nm) y me da es en reales (Nm, Cn, Ex). O sea que a y c tienen que tener el mismo signo (Nm, Nr). Entonces, aquí les sirve cualquier cosa, pero no coloquemos uno muy grande porque nos enredamos como ahora. Entonces, otra vez, ¿cuánto vale la a (PCn, PNR)?
17. A: Tres.
18. P: Tres. Voy a borrar este y ustedes me dicen qué escribo (PEI).
19. A: Tres equis a la dos.
20. P: Ye igual (PEI)...
21. A: Ye igual, tres equis a la dos, más equis, más tres.
22. P: Tres equis a la dos, más equis, más tres. ¿Él en qué pensó (PNR)? ¿En una equis o en una b muy grande o muy pequeña (PNR)?
23. A: Muy pequeña.
24. P: Muy pequeña. Pregunta, ¿esto va a tener raíces imaginarias o raíces complejas (Nm) o no (PNR)?
25. A: Sí, sí.
26. P: Va a tener raíces complejas (Nm). Veamos a ver cuáles son, ¿cuánto les da la a (PCn, PNR)?
27. A: Tres.
28. P: ¿La b (PCn, PNR)?
29. A: Uno.
30. P: Uno. Y ¿la c (PCn, PNR)?
31. A: Tres.

Agosto 2/2019

$$y = 3x^2 + x + 3$$

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$c = 3$$

El fragmento de E5₂ ilustra cómo en el discurso del profesor las funciones con peticiones posibilitan la ejemplificación de una función cuadrática con diferentes características que se relacionan entre sí. Por un lado, las peticiones ideacionales en [5], [18] y [20] buscan que los estudiantes representen verbalmente la fórmula del discriminante y ejemplifiquen una función cuadrática con raíces complejas. Por otro lado, las peticiones textuales en [1], [3], [9], [11], [14], [16], [22], [24], [26], [28] y [30] buscan que los estudiantes narren un procedimiento para obtener una función cuadrática con raíces complejas y narren características de diferentes objetos matemáticos (discriminante, coeficientes y raíces de la función); las peticiones textuales en [26], [28] y [30] también buscan que los estudiantes conecten los coeficientes de la función cuadrática ejemplificada con las variables a , b y c y así puedan expresar el valor de cada variable en el ejemplo concreto.

En el fragmento de E5₂ se identifican e interpretan cinco pasos en la ejemplificación de una función cuadrática con raíces complejas: 1) narrar que la característica principal del discriminante de la función cuadrática debe ser negativo; 2) representar verbalmente la fórmula del discriminante; 3) narrar características de los coeficientes de la función cuadrática: a y c deben tener el mismo signo y sus valores absolutos deben ser mayores que el valor absoluto de b ; 4) ejemplificar una función cuadrática que cumpla las características narradas; 5) narrar y conectar los coeficientes a , b y c con los valores 3, 1 y 3, respectivamente.

Las peticiones ideacionales y textuales guían la producción de significado porque muestra el paso a paso en el manejo y la conceptualización de los objetos que se trabajan en clase. Cuando la respuesta a una petición es correcta, desde el punto de vista del profesor, se propone a los estudiantes otra petición para seguir con la producción de significado; cuando la respuesta a una petición es incorrecta, desde el punto de vista del profesor, se interpretan e identifican varias opciones por parte de este: repite o reformula la misma petición, amplía la petición, cambia la petición o responde a la petición con una función textual. Si bien en el discurso del profesor se presentan aspectos concretos de los objetos de enseñanza por medio de funciones ideacionales (nombrar, calcular, representar y ejemplificar) y de funciones textuales (narrar,

explicar o conectar), las funciones con peticiones son las que permiten una interacción directa entre profesor y estudiantes posibilitando producir significado.

Para finalizar este apartado, la Tabla 2 resume las características del discurso del profesor durante la enseñanza:

Tabla 2.
Características del discurso del profesor

	Función	Tipos de función	Característica del discurso matemático
Discurso Matemático del Profesor	Ideacional	Calcula Nombra Representa Ejemplifica	Estas funciones, junto con las peticiones, tienen un uso predominante el discurso
	Textual	Narra Explica Conecta	Emergen en el discurso para responder preguntas y anticipar respuestas
	Petición-ideacional	Pide que calculen Pide que nombren Pide que representen Pide que ejemplifiquen	Son el hilo conductor del discurso
	Petición-textual	Pide que narren Pide que expliquen Pide que conecten	

5. CONCLUSIONES

El discurso matemático del profesor permite interpretar algunas acepciones de los objetos de enseñanza desarrollados en las sesiones de clase. Por ejemplo, en la Sesión 1 y 2 mencionadas en este artículo, el discurso matemático del profesor expone la función cuadrática como una parábola $y = ax^2 + bx + c$ cuyas raíces pueden ser calculadas con procedimientos algebraicos y aritméticos (resolviendo la fórmula cuadrática) y cuyos coeficientes pueden ser cualquier valor en el conjunto de los números reales. Los coeficientes a , b y c de la función cuadrática son representados con deslizadores en GeoGebra, de forma similar al trabajo de Kostić y Sekulić (2022); estos coeficientes son valores variables sustituidos en la fórmula del discriminante, de manera que un cambio en ellos cambia el valor del discriminante y así poder analizar distintas funciones cuadráticas específicas a efectos de si tienen una, dos o ninguna raíz real.

El profesor aborda los objetos de enseñanza a partir de diferentes funciones en su discurso matemático. Las funciones hacen referencia a usos de la lengua y se presentan cuatro tipos: ideacional, petición-ideacional, textual y petición-textual. A partir de interpretar y analizar estas funciones, se identifican dos características en el discurso matemático del profesor:

1. Este discurso se basa en el uso predominante de funciones de tipo ideacional, petición-ideacional y petición-textual; las funciones textuales, con poca presencia en el discurso matemático, emergen para responder preguntas y para anticipar respuestas.
2. El hilo conductor en este discurso son las funciones con peticiones.

Como primera característica, en el discurso matemático del profesor se identifican los cuatro tipos de funciones, ampliando los tipos de funciones propuestos por Halliday (2014, 2017). Las funciones ideacionales se interpretan en usos de la lengua para introducir cálculos

aritméticos, nombres, representaciones y ejemplos; estas funciones posibilitan producir significado alrededor de contenidos matemáticos. Las funciones con peticiones ideacionales se interpretan en usos de la lengua para pedir cálculos aritméticos, nombres, representaciones y ejemplos; estas funciones se identifican en las preguntas que realiza el profesor alrededor de los significados producidos en clase. Las funciones textuales se interpretan en usos de la lengua para narrar, explicar y conectar contenidos matemáticos; estas funciones combinan significados producidos con el uso de funciones ideacionales. Las funciones con peticiones textuales se interpretan en usos de la lengua para pedir narraciones, explicaciones y conexiones de contenidos matemáticos; estas se basan en preguntas que esperan de los estudiantes el uso de funciones textuales. La base del discurso del profesor no son las funciones textuales (narrar, explicar y conectar), estas surgen en momentos específicos; las funciones textuales son precedidas por funciones ideacionales o por funciones con peticiones de diferente naturaleza que generan la necesidad de hacer diferentes aclaraciones, para seguir apoyando la producción de significado.

En el discurso matemático del profesor predominan las funciones de tipo ideacional, petición-ideacional y petición-textual. Estas funciones predominantes generan que el discurso del profesor gire en torno a nombrar, calcular, representar y ejemplificar en articulación con peticiones constantes de diferente naturaleza. Esta secuencia de tres funciones se ve interrumpida en algunos momentos por funciones textuales. Las funciones textuales emergen cuando el profesor responde preguntas realizadas por él mismo y que los estudiantes no responden, cuando los estudiantes responden de manera incorrecta o porque surgen preguntas dirigidas al profesor; las funciones textuales también surgen en algunos momentos cuando, sin una petición previa, el profesor anticipa la respuesta a una posible pregunta o situación narrando características o procedimientos, explicando razones matemáticas a favor o en contra de una afirmación, y conectando contenidos matemáticos.

Como segunda característica, el hilo conductor en el discurso matemático del profesor durante la enseñanza son funciones con peticiones para los estudiantes. Aun cuando este discurso presenta elementos expuestos por diferentes autores (e.g. Venkat y Adler, 2012; Adler y Venkat, 2014; Adler y Ronda, 2015; Sfard, 2008 y 2012), su guía son las preguntas. Por ejemplo, el profesor inicia su discurso con funciones ideacionales o textuales, pero estas siempre involucran peticiones a los estudiantes (de tipo ideacional o textual), esto genera que las respuestas de los estudiantes lleven a otras funciones en el discurso del profesor. Las peticiones en este discurso tienen un papel fundamental, lo que genera que el profesor constantemente pregunte a los estudiantes acerca de los significados producidos en clase y cómo estos significados se pueden relacionar para producir otros significados; de igual forma, una misma pregunta puede sugerir más de una petición, como se observa en el análisis de los fragmentos ilustrados. Sin embargo, las respuestas de estudiantes en ocasiones son concretas o poco profundas, generando una intervención del profesor con funciones textuales.

Para finalizar, es importante anotar tres aspectos:

- La interacción se reconoce como un elemento que posibilita la producción del discurso matemático del profesor, reflejado principalmente en funciones del discurso con peticiones; por esta razón la investigación base de este artículo continuará con el análisis de los efectos de la interacción, entre profesor y estudiantes, en la producción del discurso matemático durante la enseñanza de contenidos específicos.
- La relación entre las funciones del discurso puede variar de acuerdo al profesor o al objeto de enseñanza y aprendizaje de la sesión de clase que se analice; por ejemplo, es

posible que se presenten de forma diferente las funciones textuales si la clase tiene como objetivo de enseñanza introducir un contenido matemático. De esta manera se abre la posibilidad de investigar las funciones del discurso propuestas en este artículo en otros contextos y con otros objetos de enseñanza, permitiendo así analizar las relaciones entre estas funciones y la interpretación de otras posibles funciones del discurso.

- Los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática se pueden enriquecer con la presencia de diferentes funciones del discurso por parte del profesor; porque cada una tiene usos específicos que posibilitan la producción de significado. En este sentido, se invita a los profesores a que en su discurso durante la enseñanza de la función cuadrática expongan estos usos, por ejemplo: nombrando objetos matemáticos relacionados con la función; representándola gráfica, verbal y algebraicamente; ejemplificándola con diferentes coeficientes; calculando sus raíces, discriminante y vértice; narrando procedimientos a realizar con los ejemplos de la función cuadrática y explicando las razones para desarrollar estos procedimientos y no otros; narrando sus características; y conectando de manera coherente todo lo que se desarrolla en clase.

6. AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos especiales a Nuria Planas Raig por sus comentarios a lo largo de la producción de este artículo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, J. (2012). Knowledge Resources in and for School Mathematics Teaching. En G. Gueudet, B. Pepin, y L. Trouche (Eds.), *From Text to «Lived» Resources* (Vol. 7, pp. 3-22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_1
- Adler, J., y Ronda, E. (2015). A Framework for Describing Mathematics Discourse in Instruction and Interpreting Differences in Teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), 237-254. <https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1089677>
- Adler, J., y Venkat, H. (2014). Teachers' mathematical discourse in instruction: Focus on examples and explanations. En H. Venkat, M. Rollnick, J. Loughran, y M. Askew (Eds.), *Exploring mathematics and science teacher's knowledge. Windows into teacher thinking* (pp. 132-146). Routledge, Taylor & Francis Group.
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. En J. Novotna, *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. PME.
- Halliday, M. A. K. (2014). *Halliday's introduction to functional grammar*. Routledge.
- Halliday, M. A. K. (2017). *Obras esenciales de M.A.K. Halliday*. (J. Arús, A. Montemayor-Borsinger, E. Ghio, A. Kevorkian, A. Lukin, F. Mónaco, F. Navarro, A. Noceti, V. Piaggio, & M. Picone, Trads.). Eudeba; Originales publicados en 2002, 2003 y 2004.
- Kaput, J., Blanton, M., y Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. En J. Kaput, D. Carraher, y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 19-55). Routledge, Taylor & Francis Group.

- Kostić, V., y Sekulić, T. (2022). Teaching quadratic functions in Classroom and online using mathematical software tools. *Proceedings TIE 2022*, 315-319. <https://doi.org/10.46793/TIE22.315K>
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics*, 61, 219-245.
- Planas, N., Chico, J., García-Honrado, I., y Arnal-Bailera, A. (2019). Discursos del alumno y del profesor en clase de matemáticas. En *Investigación sobre el profesor de matemáticas: Práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 19-41). Universidad de Salamanca.
- Ruthven, K., y Hofmann, R. (2016). A case study of epistemic order in mathematics classroom dialogue. *PNA*, 11(1), 5-33.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse — Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.12.013>
- Venkat, H., y Adler, J. (2012). Coherence and connections in teachers' mathematical discourses in instruction. *Pythagoras*, 33(3).
- Watson, A., y Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Zodik, I., y Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 165-182. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9140-6> .