



Discussão de tarefas matemáticas: ações de professores que apoiam o raciocínio matemático

Eliane Maria de Oliveira **Araman**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil
eliane.araman@gmail.com

André Luis **Trevisan**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil
andreluistrevisan@gmail.com

Resumo

Desenvolver o raciocínio matemático dos alunos é um dos grandes objetivos do ensino de matemática, pois trata-se de um processo central para a aprendizagem matemática. Nesta perspectiva, a escolha de tarefas e o modo de aplicá-las e discutí-las em sala de aula são ações importantes desempenhadas pelo professor. Assim, o objetivo desta pesquisa foi identificar as ações de uma professora durante a discussão de uma tarefa exploratória aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública brasileira e analisar de que modo tais ações contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático e para a aprendizagem da Matemática dos alunos. A pesquisa foi realizada numa perspectiva qualitativa e os dados foram coletados por meio da gravação de áudio da discussão da tarefa. Como um dos resultados principais, destacamos a presença de ações da professora distribuídas em quatro categorias de análise: convidar; guiar/apoiar; informar/sugerir e desafiar.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Médio; Tarefas Exploratórias; Raciocínio Matemático; Ações de Professores; Brasil.

Introdução

Desenvolver o raciocínio matemático dos alunos é considerado um objetivo importante da disciplina de Matemática nos diferentes níveis da escolaridade, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior (Jeannotte & Kieran, 2017, Mata-Pereira & Ponte, 2018, Stylianides, 2009).

Destacamos os documentos curriculares brasileiros, como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN (Brasil, 2002) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), nos quais o raciocínio é apresentado como relevante no processo de escolarização.

Os alunos não desenvolvem a capacidade de raciocinar apenas pela memorização de conceitos e procedimentos, portanto, as ações dos professores são relevantes para tal desenvolvimento, e vão desde estabelecer um ambiente de aprendizagem desafiador e selecionar boas tarefas. É fundamental que o professor selecione boas tarefas exploratórias, questionando o estudando sobre o que ele fez, e como fez (Wood, 1997), levando-o a apresentar justificativas para suas escolhas e, com isto, proporcionando a aprendizagem matemática. Para além de selecionar boas tarefas, a forma de conduzi-las junto aos alunos merece aqui um papel de destaque. Dessa forma, este artigo relata os resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi identificar as ações de uma professora durante a discussão de uma tarefa exploratória aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública brasileira e analisar de que modo tais ações contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático e para a aprendizagem da Matemática dos alunos. Para isso, definimos raciocínio matemático e seus processos, apoiados em autores como Stylianides (2009), Jeannotte e Kieran (2017) e Mata-Pereira e Ponte (2018). Com relação às ações de professores, recorreremos ao quadro de análise de ações elaborado por Araman, Serrazina e Ponte (2019). Apoiados nesse referencial teórico, trazemos, como exemplar de análise, dados oriundos de um dos grupos, ao resolverem a tarefa proposta.

Raciocínio Matemático

De acordo com Mata-Pereira & Ponte (2018), o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos deve ser visto como um dos grandes objetivos do ensino de matemática, uma vez que se trata de um processo central para a aprendizagem matemática. Para isso, a forma como o professor organiza o ensino é relevante e vai além dos métodos de ensino tradicionais. Nesta perspectiva, a escolha de tarefas e o modo de aplicá-las e discutí-las em sala de aula merecem atenção de professores e pesquisadores.

Com relação a definição de Raciocínio Matemático, no entendimento de Stylianides (2009), ele é um processo de inferência que utiliza informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões. De forma similar, Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 728) definem-no como o “processo que utiliza informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões”. Por sua vez, Ellis, Özgür e Reiten (2018, p. 2), definem o raciocínio matemático como “um processo de inferência que inclui procurar semelhanças ou diferenças, validar e exemplificar”. Desde modo, raciocinar é criar inferências, ou seja, usar conhecimento adquirido para alcançar novas conclusões.

Na perspectiva de Jeannotte e Kieran (2017), Raciocínio Matemático é um processo de comunicação com outros e consigo mesmo que permite inferir novos enunciados matemáticos a partir de outros já conhecidos. Para elas, o Raciocínio Matemático pode ser estudado em duas perspectivas: com relação à sua estrutura (podendo ser dedutivo, indutivo ou abdutivo) e com relação aos seus processos (Jeannotte & Kieran, 2017). As autoras identificam oito processos do raciocínio matemático divididos em duas categorias – validação (justificação, a prova e a prova

formal), e busca por semelhanças e diferenças (formulação de conjecturas, generalização, identificação de padrões, comparação e classificação) –, e um nono processo, o de exemplificar, que dá suporte aos processos dessas duas categorias (Jeannotte & Kieran, 2017).

Embora a literatura defina todos esses processos, para este artigo discutimos apenas a formulação de conjecturas, a generalização, a identificação de padrões e a justificação, pois foram estes que emergiram na análise dos dados.

Ações de professores que apoiam o Raciocínio Matemático

Como já assinalamos, a seleção de tarefas e o modo de aplicá-las e discutí-las em sala de aula contribui para que os alunos desenvolvam o Raciocínio Matemático. Com relação as tarefas exploratórias, Brodie (2010) considera que elas têm potencial para o raciocínio matemático, uma vez que elas podem proporcionar diferentes maneiras de chegar a uma conclusão verdadeira, possibilitam a discussão de ideias matemáticas, propiciam o estabelecimento de conexões matemáticas, a comunicação matemática e a argumentação, oferecendo aos alunos oportunidades de investigar, analisar, explicar, conjecturar e justificar (Brodie, 2010).

Para além de selecionar boas tarefas, as ações do professor durante a condução das tarefas também é um aspecto importante a ser investigado. Araman, Serrazina e Ponte (2019) avançaram nos estudos sobre as ações do professor a partir de outros estudos como os de Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) e elaboraram um quadro de análise que descrevem as ações previstas em cada categoria de ação, a saber: convidar; guiar/apoiar; informar/sugerir e desafiar, conforme constam na figura 1a seguir:

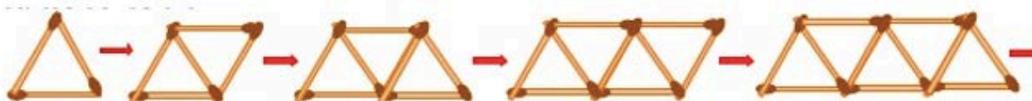
C A T E G O R I A S	Convidar	<ul style="list-style-type: none"> - Solicita respostas para questões pontuais. - Solicita relatos de como fizeram. 	A Ç Õ E S
	Guiar/Apoiar	<ul style="list-style-type: none"> - Fornece pistas aos alunos. - Incentiva a explicação. - Conduzo pensamento do aluno. - Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. - Encoraja os alunos re-dizerem suas respostas. - Encoraja os alunos a re-elaborarem suas respostas. 	
	Informar/Sugerir	<ul style="list-style-type: none"> - Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. - Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. - Re-elabora respostas fornecidas pelos alunos. - Fornece informações e explicações. - Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução. 	
	Desafiar	<ul style="list-style-type: none"> - Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). - Propõe desafios. - Encoraja a avaliação. - Encoraja a reflexão. - Pressiona para a precisão. - Pressiona para a generalização. 	

Figura 1. Quadro de análise das ações do professor que apoiam o raciocínio matemático (Araman et al., 2019, p. 476)

Metodologia

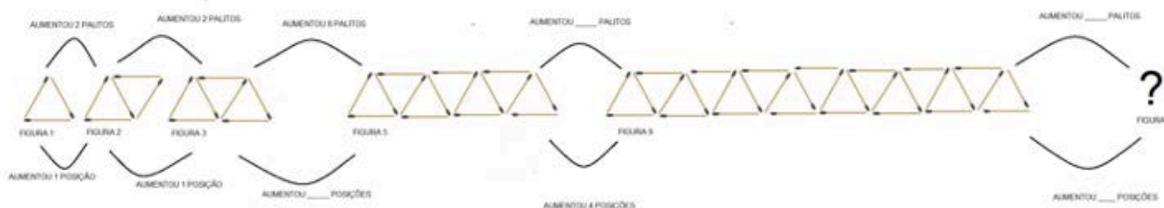
A investigação que deu origem a este artigo assume uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). Os participantes foram alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública brasileira. A tarefa aplicada em grupos de 3 integrantes propunha uma situação envolvendo uma sequência de figuras (os termos da sequência) formadas por palitos que obedeciam a uma regra de formação, conforme a figura 2.

Darlini construiu uma sequência de figuras utilizando palitos de fósforo, dispostos da seguinte maneira:



Responda as seguintes perguntas registrando seus pensamentos, por símbolos, cálculos, esquemas ou palavras:

- Represente a 6ª e a 7ª figura desta sequência
- Quantos palitos, no total, tem a 12ª figura?
- Construa uma tabela que relacione a quantidade de palitos em cada figura, da 1ª até a 7ª figuras.
- Observe o esquema a seguir e complete as sentenças incompletas.



- Descreva como o esquema anterior foi completado.
- Qual a quantidade de palitos da 29ª figura?

Figura 2. Tarefa dos Palitos (Trevisan, Rebiero & Ponte, 2020, p. 7)

O objetivo da tarefa é que os alunos consigam definir o número de palitos usados para formar cada uma das figuras sem a necessidade de contagem, recorrendo a essa regra de formação. No momento da resolução, houve a gravação em áudio das discussões realizadas entre os integrantes do grupo e a professora, que circulava entre os grupos fazendo questionamentos. Ao final, a professora chama alguns grupos à lousa para explicarem como fizeram e realiza a discussão da tarefa. Consideramos como material de análise a transcrição do áudio de um dos grupos, devido a limitação de páginas. Considerando o objetivo deste trabalho, procurou-se identificar as ações da professora e alguns dos processos de raciocínio matemático mobilizados pelos alunos ao resolverem a tarefa.

Resultados

A professora convida o Grupo 1 (composto pelos alunos C, D e E), a explicar o que fizeram para toda turma e como haviam determinado o número de palitos da 29ª figura.

[...] Professora: Iremos começar com as discussões das atividades. Vamos começar com o grupo do Aluno E, pois, eles fizeram um raciocínio diferente. Aluno E, queria

que você falasse como você fez para descobrir qual a quantidade de palitos na 29ª figura. (Convidar)

Aluno E: Então, a gente sabia que a figura 17 tinha um total de 35 palitos. Então, a figura 19 tinha que dar mais 4 palitos, então daria 39. Sabemos que na figura 19 seriam 39 palitos. Então se a gente aumenta 10 posições aumenta 20 palitos. Que cada posição que aumenta, aumenta 2 palitos.

[...] Professora: Você tinha pensado nisso desde início? Ou pensaram em algo diferente? (Guiar/Apoiar)

Aluno E: A gente pensou assim desde o começo. Então a figura 29, será a figura 19 mais 10 posições, então se 10 posições são 20 palitos, então seria 39 mais 20 palitos. Por isso, 59.

A professora inicialmente convidou o grupo do aluno E a apresentar suas soluções, pois haviam resolvido de uma forma que ela considerou diferente do restante da turma. O aluno então apresentou as conjecturas que haviam utilizado para resolver. A professora, numa ação de Guiar/Apoiar, questionou aos alunos se pensaram da mesma forma desde o início da resolução, pois ela gostaria que as outras conjecturas (mesmo que incorretas) fossem compartilhadas com todos. Entretanto, o aluno respondeu que sim (ou porque não reconheceu a intenção da professora, ou porque não se sentiu à vontade naquele momento em apresentar algo que estava “errado”. No trecho a seguir a professora optou por ela mesma explicitar a primeira conjectura que eles haviam elaborado, buscando valorizar outras formas de pensar que, mesmo incorretas, foram gradativamente refinadas e ampliadas, até chegar a algo “correto”.

Professora: Qual posição vocês somaram para chegar à posição 29? (Guiar/Apoiar). Você tinha pensando assim, que tinham me falado, pegaram a figura 17 e somaram com a figura 12, não era isso que vocês tinham feito para descobrir a figura 29? (Informar/Sugerir)

Aluno E: Que a gente sabia que a figura 17 tinha 35 palitos...

Professora: Na posição 12 tinha quantos palitos? Vocês acharam na posição 12? (Guiar/Apoiar)

Aluno E: Ah, 25...

Professora: 35+25 daria quantos? (Guiar/Apoiar). O primeiro raciocínio deles era pegar a figura da posição 17 e somar com a figura da posição 12 que tinha na primeira folha [referindo-se ao item (b) da tarefa]. Como 17+12 daria a posição da figura 29, pegaram lá 35 palitos da figura 17 e 25 palitos da posição 12, somando daria quantos? (Informar/Sugerir)

Aluno E: 60.

Professora: Por que vocês viram que não era 60? (Desafiar)

Aluno E: Porque a progressão sempre tinha números ímpares e não números pares.

Professora: Perceberam que eram ímpares, como 60 é par perceberam que não poderia ter feito daquele jeito. (Informar/Sugerir)

Neste trecho o objetivo da professora foi mostrar que os alunos elaboram outras conjecturas e que, ao tentar validá-las, perceberam que não estavam corretas. Logo, precisaram criar novas conjecturas e validá-las. Nesse trecho da discussão, ela mobilizou ações da categoria Guiar/Apoiar, ao realizar questionamentos pontuais, da categoria Informar/Sugerir, ao relatar

algumas conjecturas do grupo, e de Desafiar, ao questionar por que o 60 não era um valor válido, solicitando deles uma justificativa.

Conclusões

Os resultados conseguidos indicam que as ações realizadas pela professora estão distribuídos pelas quatro categorias, conforme Araman, Serrazina e Ponte (2019). As ações da professora iniciaram sempre na categoria convidar, pois essa categoria tem a função de iniciar os alunos na discussão. Gradativamente, foram substituídas por ações de guiar/apoiar, seja por meio de questionamentos que conduziram o pensamento dos alunos, seja chamando a atenção para fatos importantes ou, ainda, solicitando que os alunos explicassem como fizeram. Ela também desempenhou ações da categoria informar/sugerir. Essas ações foram importantes, pois validaram os pensamentos corretos dos alunos, auxiliando-os a reelaborarem outros que não estavam corretos.

As ações das categorias guiar/apoiar e informar/sugerir conduziram os alunos a validarem ou não as conjecturas que elaboraram ou, ainda, a refinarem as mesmas. Essas ações da professora contribuem para o que está estabelecido na literatura que define raciocínio matemático como a capacidade de usar informações já conhecidas para obter, de forma justificada, novas conclusões (Jeannotte & Kieran, 2017; Mata-Pereira & Ponte, 2018).

Com as ações de desafiar, a professora conseguiu que os alunos refletissem e reavaliassem suas formas de pensar, levando-os a tentar generalizar a conjectura, em geral testando-a em outro exemplo, e também a apresentarem algumas justificativas para o que fizeram. Segundo Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), tal ação coloca o aluno na situação de avançar em seu entendimento por meio da formação de conexões, da argumentação e da avaliação.

Em relação ao raciocínio matemático, as ações da professora auxiliaram em alguns processos. Ao questionar constantemente o que acontecia de uma figura para outra, os alunos puderam identificar um padrão, de que sempre aumentava de dois em dois, e gradativamente refiná-lo, estabelecendo entre o modo de se determinar o total de palitos em várias posições (Jeannotte & Kieran, 2017).

As ações da professora tiveram contribuições para os alunos, que estabeleceram um modo de se determinar o total de palitos em várias posições, auxiliaram a elaborar e validar suas conjecturas, conduzindo-o a elaborar uma fórmula geral que se constitui numa possibilidade de generalização (Jeannotte & Kieran, 2017). Por fim, tais ações da professora contribuíram que os alunos usassem informações já conhecidas para obter, de forma justificada, novas conclusões, de acordo com o que estabelecem as pesquisas em Raciocínio Matemático (Mata-Pereira & Ponte, 2018).

Referências e bibliografia

Araman, E. M. O.; Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2019) “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 21(2), 466–490.

- Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Brasil (2022). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC.
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. New York: Springer, 1.ed.
- Ellis, A., Özgür, Z., Reiten, L. (2018). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), p. 1-26.
- Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliot, R. (2011). Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Jeanotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, 96(1), 1-16.
- Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, 32(62).
- Ponte, J. P.; Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.
- Stylianides, G. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288.
- Trevisan, A. L.; Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. (2020). Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-based Teacher Education Program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15, 1-14.