



La historia de las Matemáticas en la enseñanza de la probabilidad

Jesús **Salinas-Herrera**

Colegio de Ciencias y Humanidades, Universidad Nacional Autónoma de México
México

jesus.salinas25@gmail.com

Ulises **Salinas-Hernández**

Eindhoven School of Education, Eindhoven University of Technology
The Netherlands

ulisesh@ciencias.unam.mx

Resumen

Reportamos resultados de un experimento de enseñanza de carácter exploratorio que usa la historia de las matemáticas en temas de probabilidad, en el nivel medio superior. El objetivo de la investigación fue establecer, a través de la implementación de un cuestionario con cuatro ítems, la relevancia de usar un enfoque histórico como recurso didáctico al enseñar un tema de probabilidad. Así, incorporamos (1) la perspectiva social de la historia de la ciencia de Thomas S. Kuhn y (2) el contexto cultural y político de los siglos XVI y XVII, al abordar el tema del enfoque clásico de la probabilidad. Los resultados del cuestionario indican una alta valoración positiva de los estudiantes respecto del uso de la historia de las matemáticas; lo cual respalda su pertinencia como recurso didáctico en contenidos temáticos de la asignatura de estadística y probabilidad.

Palabras clave: Experimento de enseñanza; Enfoque clásico de probabilidad; Historia de la probabilidad; Recurso didáctico; Estudiantes de bachillerato.

Abstract

We report results of an exploratory teaching experiment using the history of mathematics in probability topics at the upper secondary level. The aim of the research was to establish, through the implementation of a questionnaire with four items, the relevance of using a historical approach as a didactic resource when teaching a probability topic. Thus, we incorporated (1) the social perspective of Thomas S. Kuhn's history of science and (2) the cultural and political context of the

16th and 17th centuries when addressing the topic of the classical approach to probability. The results of the questionnaire show a high positive evaluation among students regarding the use of the history of mathematics, which supports its relevance as a didactic resource in the thematic content of the subject of statistics and probability.

Keywords: Teaching experiment; Classical approach to probability; History of probability; Didactic resource; High school students.

Introducción

Diversos autores han argumentado que la historia de las matemáticas es un tema importante para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Fauvel & Maanen, 2000; Radford, 2000; González Urbaneja, 2004; Collete, 2006; Jankvist, 2009; Salinas, 2010; Salinas y Maz, 2011). Las razones son diversas, entre otras, diferentes autores han argumentado que puede contribuir en una mejor comprensión de las matemáticas, así como incorporar una visión más humana de la imagen abstracta que se suele brindar a los alumnos Jankvist (2009).

Sin embargo, en la literatura de investigación prácticamente no hay reportes sobre el uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza de temas de estocástica. Consideramos que esta situación requiere ser atendida. Por ello, este estudio se propone aportar algunos elementos que contribuyan a ulteriores investigaciones, sobre el uso de la historia en la enseñanza de la probabilidad y la estadística.

Podríamos afirmar con Fauvel (1991) que tradicionalmente en la enseñanza de las matemáticas la historia de las matemáticas ha sido un aspecto desdeñado o muy poco abordado. Puesto que, “durante décadas, si no siglos, algunas voces en cada generación han argumentado el valor y la importancia de usar la historia en la enseñanza de las matemáticas, pero hasta ahora sin que esta idea se haya arraigado de manera firme y generalizada en la práctica de la enseñanza” (Fauvel, 1991, p.3). Por otra parte, en el ámbito de la formación y la actualización del profesorado de matemáticas, tampoco se suele considerar el uso de la historia de las matemáticas como un aspecto relevante.

En contraparte, ha predominado más bien un enfoque instrumental en la docencia y en la formación del profesorado de matemáticas. Este enfoque se centra en los contenidos conceptuales y procedimentales orientados a la resolución de problemas, al margen de la relación de las matemáticas con otras disciplinas, en particular, al margen de su desarrollo histórico, el cual, además, tiende un puente con la cultura general.

Por lo anterior, consideramos importante ampliar el enfoque instrumental de las matemáticas que hemos descrito, el cual privilegia la instrucción centrada en habilidades matemáticas específicas, y tomar en cuenta otros aspectos para propiciar la reflexión y discusión del papel que ha tenido el desarrollo histórico de las matemáticas en el entendimiento que el ser humano ha ido construyendo acerca del mundo; el cual ha influido también en su forma de pensar y de vivir (González Urbaneja, 1991; Kline, 2009). Restivo (1993) ha reconocido que

difícilmente se puede entender el desarrollo y los cambios en el conocimiento matemático sin analizar los factores sociales y culturales subyacentes.

Con la intención de atender lo antes expuesto, en este escrito se reportan y analizan parte de los resultados de un *experimento de enseñanza* (Steffe y Thompson, 2000), llevado a cabo por uno de los autores de este trabajo, a partir del diseño y aplicación de una estrategia que utiliza la historia de la probabilidad como recurso didáctico. El propósito central del experimento fue explorar qué opinión valorativa pudiera generar en alumnos de bachillerato la incorporación de aspectos históricos y culturales de la probabilidad al estudiar temas de estocástica.

El enfoque que se sigue en esta investigación es tomar en cuenta las ideas que desarrolló Thomas S. Kuhn, en su trascendente libro *La estructura de las revoluciones científicas*, publicado inicialmente en 1962, para abordar la historia de las matemáticas, considerando que las matemáticas son un fenómeno cultural (White, 2000) que se desarrolla un cierto contexto histórico, social y político; y no solamente son un sistema de conceptos abstractos. De esta manera, se busca hacer emerger una idea de las matemáticas distinta de la concepción platónica que ha predominado en ellas desde la antigüedad, la cual enfatiza el aspecto formal.

El problema e hipótesis de investigación

Para conocer la opinión de los estudiantes cuando se incorpora el uso de la historia de las matemáticas en clases de probabilidad, definimos la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuál fue el grado de aceptación de los alumnos ante el uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza de la probabilidad?

A partir del contexto y las necesidades planteadas en la sección anterior, conjeturamos que un experimento de enseñanza con el enfoque que se describe sucintamente en este trabajo podría resultar de interés para los alumnos y, por consiguiente, mostrar la relevancia y pertinencia del uso de la historia de las matemáticas para la enseñanza de la probabilidad y la estadística.

Marco conceptual

El experimento de enseñanza que se realizó se enmarca en la concepción de la historia de la ciencia de Tomas S. Kuhn quien, a partir de una crítica a la posición formalista del positivismo acerca de la ciencia y de la historia de la ciencia, propuso una visión de la historia de la ciencia que promovió un fuerte interés en la producción de estudios sociológicos de esta disciplina.

Contrario a la idea de una historia de la ciencia que considera el desarrollo científico como un proceso gradual de acumulación debido a contribuciones individuales, Kuhn propone reconstruir dicha historia considerando otras directrices, de las cuales destaca el carácter sociológico del desarrollo de la ciencia. Como señala Ian Hacking, en el ensayo preliminar del libro, su impacto fue profundo. Y, añade, “después de Kuhn mucha o casi toda la reflexión verdaderamente original en torno a las ciencias ha sido de carácter sociológico” (Kuhn, 2019, p.49).

En la planeación y diseño de nuestra propuesta tomamos como referencia a la visión de la ciencia de Kuhn y añadimos el contexto cultural y político del desarrollo de las matemáticas. También incorporamos el Enfoque documental de lo didáctico (Trouche et al., 2020) para considerar el experimento de enseñanza como un *recurso* didáctico. En esta consideración es importante el diseño del experimento, su implementación y la reflexión que se hace de él para hacer frente a una situación didáctica: cómo incorporar el uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y la estadística.

Método

Se trabajó con tres grupos de estudiantes que cursaban la asignatura de estadística y probabilidad en un bachillerato de la Ciudad de México. Las actividades escolares se desarrollaron en línea debido a la pandemia por COVID-19. Se aplicó un experimento de enseñanza abordando algunos aspectos de la historia de la probabilidad, centrada en el surgimiento de una incipiente comunidad de matemáticos precursores de la teoría de la probabilidad, siglos XVI y XVII, que aportaron una nueva perspectiva epistemológica para el estudio del azar.

Para la implementación del experimento de enseñanza se utilizó el método de aula invertida. Los estudiantes dispusieron previamente de material didáctico para su estudio e investigaron previamente y discutieron aspectos distintos del contexto histórico y los aspectos de historia de la probabilidad fueron atendidos y relacionados con el contexto sociocultural y político por el profesor. Se propició un pensamiento reflexivo. Paralelamente, se trataron los contenidos temáticos de probabilidad correspondientes. Las actividades se realizaron de manera individual y por equipo.

Con el propósito de responder a la pregunta de investigación, se aplicó un cuestionario con cuatro ítems, utilizando la escala de Likert modificada, con cinco niveles –completamente en desacuerdo, en desacuerdo, de acuerdo, completamente de acuerdo, ni de acuerdo ni en desacuerdo. El cuestionario se implementó al final del semestre en la plataforma Teams. Fue contestado de manera individual, sin límite de tiempo.

Los estudiantes que respondieron el cuestionario fueron 45 mujeres y 29 hombres con edades entre 17 y 18 años, correspondiente a un total de 76 estudiantes de los tres grupos escolares, quienes concluyeron el curso. Hubo una deserción similar en cada grupo de 37%, (entre 13 y 15 estudiantes de 40) debido fundamentalmente a carencia de recursos para contar con equipo de cómputo.

Experimento de enseñanza

El experimento de enseñanza se centró en el tema del enfoque clásico o teórico de la probabilidad. Nos interesó mostrar el conocimiento matemático como parte de la cultura que produce una sociedad en determinado momento histórico. Consideramos dicha perspectiva histórica con una doble función: tanto como elemento motivador para un acercamiento a las matemáticas y, como recurso didáctico para propiciar una mejor comprensión de los contenidos

que se abordaron. Por lo anterior, diseñamos un tratamiento histórico, de acuerdo con nuestro marco conceptual, en el que se aborda el contexto social, cultural y político en el que aparece el interés por analizar el carácter aleatorio de los juegos de azar y por qué éstos se convirtieron en los medios para iniciar una reflexión sistemática sobre el azar. Aunque los juegos de azar se practicaban desde hacía muchos siglos, con artefactos imperfectos como los astrágalos, en la antigua Roma o en Grecia, no fue sino hasta los siglos XVI y XVII que se empezaron a estudiarse matemáticamente como los primeros fenómenos aleatorios. En este contexto histórico aparece la idea de equiprobabilidad y, es interesante preguntarse, ¿por qué no antes?, también surgen las nociones de espacio muestra y de combinaciones. El contexto histórico permite comprender que los juegos de azar se empezaron a estudiar matemáticamente como los primeros fenómenos aleatorios, también conocer quiénes fueron sus precursores, cómo vivían y por qué se interesaron en esos problemas. Asimismo, cuál fue el contexto social, cultural y político en el que se desarrollaron estas ideas.

Resultados y discusión

Para responder a la pregunta de investigación, se aplicó un cuestionario con cuatro ítems. En la Tabla 1 se muestran el número de respuesta de los estudiantes, participantes en el experimento de enseñanza, a cada uno de los cuatro ítems que se indican a continuación:

Pregunta 1. El tratamiento de aspectos históricos de la ciencia, ¿te pareció interesante y te despertó mayor interés por la asignatura?

Pregunta 2. El aspecto histórico de la ciencia ¿te ayudó a tener una mejor comprensión de la asignatura estadística y probabilidad?

Pregunta 3. ¿Te resultaron interesantes las actividades y tareas que abordaron aspectos históricos?

Pregunta 4. ¿El aspecto histórico que se trató en el curso cambió de alguna manera la imagen que tenías de las matemáticas?

En el análisis *a priori* de los ítems se consideró aludir a los aspectos del enfoque histórico que se aplicaron en el experimento de enseñanza, y conocer acerca de la posible aceptación de tales aspectos por parte de los estudiantes. De esta manera, la primera pregunta se refiere a valorar el tratamiento de aspectos históricos, sociales y políticos y del desarrollo de la ciencia en cuanto al interés que pueden despertar en los alumnos y hacer más interesante el estudio de la asignatura. Tales aspectos fueron los que se tomaron en cuenta en el experimento de enseñanza. La segunda pregunta, explora si los alumnos creen haber obtenido una mejor comprensión de la asignatura. La tercera pregunta, intenta conocer que piensan los alumnos de las actividades y tareas que abordan aspectos históricos, situación novedosa puesto que tradicionalmente están acostumbrados en los cursos de matemáticas a resolver problemas. Y, finalmente, la cuarta pregunta se refiere a conocer si el enfoque histórico, que hace alusión al contexto social, cultural y político en que vivieron los personajes que aportaron al conocimiento de las matemáticas, modifica de alguna manera la imagen que tenían de las matemáticas.

Cada pregunta tiene cinco opciones de respuesta, las cuales son las siguientes: Completamente en desacuerdo (CED); en desacuerdo (ED); de acuerdo (DA), completamente de acuerdo (CDA) y ni de acuerdo ni en desacuerdo (NDANED).

Los datos de la Tabla 1 muestran las respuestas a las cuatro preguntas del cuestionario. Se puede observar que, en la primera pregunta, el número de alumnos y el porcentaje de estudiantes que están completamente de acuerdo o de acuerdo acerca de que el tratamiento de aspectos históricos de la ciencia les pareció interesante y les despertó mayor interés por la asignatura es de 87%, de los cuales más de una tercera parte están completamente de acuerdo y más de la mitad están de acuerdo. En contraste, solamente 3.9% están completamente en desacuerdo o en desacuerdo, es decir, 3 alumnos de 76. Hay un porcentaje menor, 7.8%, es decir, 6 alumnos que son indiferentes.

Similarmente, en la segunda pregunta, 74.4%, un poco menos que el ítem anterior, que representan casi tres cuartas partes de los estudiantes, están completamente de acuerdo o de acuerdo de que el aspecto histórico les ayudó a tener una mejor comprensión de la asignatura de estadística y probabilidad. Sin embargo, en este caso, disminuye el número de estudiantes, que se encuentran completamente convencidos. Y, se incrementa el número de estudiantes indiferentes.

Respecto a la tercera pregunta, también un alto porcentaje de estudiantes, 89.4% les resultó interesantes realizar actividades que abordaron los aspectos históricos mencionados. En este ítem los resultados son muy similares, a los del primer ítem.

Finalmente, en la cuarta pregunta 85.5% de estudiantes consideró que el aspecto histórico que se trató en el curso cambió de alguna manera la imagen que tenían de las matemáticas. Fueron sólo dos alumnos los que tuvieron una percepción desfavorable (CED y ED) y nueve alumnos con una respuesta indiferente acerca de las aportaciones del tratamiento histórico de los contenidos señalados.

Tabla 1
Respuestas de las y los estudiantes al cuestionario

Respuesta	Pregunta 1		Pregunta 2		Pregunta 3		Pregunta 4	
	Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%	Núm.	%
CED	1	1.3	1	1.3	1	1.3	1	1.3
ED	2	2.6	4	5.2	1	1.3	1	1.3
DA	40	52.6	40	52.3	27	35.5	27	35.5
CDA	27	35.5	17	22.3	41	53.9	38	50
NDANED	6	7.8	14	18.4	6	7.8	9	11.8
TOTAL	76	100	76	100	76	100	76	100

Conclusiones

Los resultados reportados en este trabajo muestran que, en general los alumnos tuvieron una percepción favorable o completamente favorable del uso del enfoque histórico que se llevó a cabo con la aplicación del experimento de enseñanza. Por consiguiente, en respuesta al problema de investigación, este estudio da indicios para afirmar la relevancia de utilizar un enfoque histórico para la enseñanza de la probabilidad y la estadística.

Los resultados preliminares de este trabajo contribuyen para continuar avanzando en otros proyectos de investigación. Hace falta profundizar en diversos aspectos de lo que piensan

los alumnos que respondieron favorablemente a los diferentes ítems, por ejemplo: ¿en qué sentido les pareció interesante el uso de la historia de la ciencia?; ¿por qué dicho enfoque histórico les despertó mayor interés por la asignatura?; ¿por qué los alumnos piensan que dicho enfoque les ayudó a tener una mejor comprensión de la asignatura de probabilidad y estadística; ¿por qué les resultaron interesantes las actividades y tareas que abordaron aspectos históricos?; ¿en qué sentido el aspecto histórico que se trató en el curso cambió la imagen que tenían de las matemáticas?

La propuesta didáctica que aquí se presenta se deriva de la filosofía de la ciencia de Thomas S. Kuhn, de construir y estudiar una historia de las matemáticas que tome en cuenta la dimensión social y, se añadieron, además, aspectos culturales y políticos del desarrollo histórico de las matemáticas. Tales aspectos contribuyen a entender a las matemáticas como un fenómeno cultural, y en consecuencia ayuda a hacer explícitos sus valores. El tratamiento de tales valores permitiría ir más allá del mero adiestramiento en el conocimiento de algunos conceptos y en el manejo de algoritmos para la resolución de problemas y, de esta manera enriquecer la valoración del pensamiento matemático, más allá de su función instrumental.

Así pues, consideramos que este enfoque no sólo proporciona un rasgo más humano a las matemáticas, sino que también puede ser un recurso didáctico para mejorar su enseñanza y aprendizaje. Asimismo, afirmamos que este enfoque podría abrir otras posibilidades de innovar el diseño de nuevas estrategias didácticas y de investigar acerca del papel de la historia de las matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Referencias y bibliografía

- Collete, J. P. (2006). *Historia de las matemáticas*. Siglo XXI.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the learning of mathematics* 11(2) (pp. 13-16).
- Fauvel, J. y Maanen, J. V. (2000). *History in Mathematics Education: the ICMI study*. Kluwer Academic Publisher.
- González Urbaneja, P. M. (1991). Historia de la matemática: Integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 9(3) 281-9.
- González Urbaneja, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17-28.
- Jankvist, U.T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 235-261.
- Kline, M. (2009). *Matemáticas para los estudiantes de humanidades*. (2ª edición en español). Fondo de Cultura Económica.
- Kuhn, S. T. (2019). *La estructura de las revoluciones científicas* (4ª reimpresión). Fondo de Cultura Económica.
- Radford, L. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. En J. Fauvel, & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education. The ICMI study* (pp. 143–170, Chapter 5). Kluwer Academic.
- Restivo, S. (1993). The social life of mathematics, en: *Math Worlds*, 247- 278. Restivo, S., Bendegem, J. P. van and Fischer, R. (eds.). State University of New York Press.
- Salinas, J. (2010). El uso de la historia de las matemáticas para el aprendizaje de la geometría en alumnos del bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 557-568). Lleida: SEIEM.
- Salinas, J. y Maz, A. (2011). La aritmética pitagórica como un recurso para la introducción a la demostración. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 313-323). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

- Steffe, L. y Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. En A. E. Nelly y R. A. Lesh (Eds). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah: NJ: Lawrence Erlbaum.
- Trouche, L., Gueudet, G. y Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. En S. Lerman (Eds.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd edition, pp. 237-247). Springer.
- White, L. A. (2000). *La ciencia de la cultura. Un estudio sobre el hombre y la civilización*. Paidós básica.