



## Matemática discreta en aulas multigrado de primaria

Mayra Elizabeth **Parra** Amaya  
Universidad Antonio Nariño, Programa Todos a Aprender  
Colombia

[maparra72@uan.edu.co](mailto:maparra72@uan.edu.co)

Oswaldo Jesús **Rojas** Velázquez

Universidad Antonio Nariño

Colombia

[orojasv69@uan.edu.co](mailto:orojasv69@uan.edu.co)

### Resumen

Este estudio describe una experiencia de enseñanza y aprendizaje de la matemática discreta en el aula multigrado de primaria. El objetivo de esta investigación es despertar el interés por aprender temas matemáticos por medio de la resolución de problemas contextualizado a los oficios, particularmente en el oficio de ser astronauta. El enfoque de la investigación es de corte cualitativo y se estructura bajo un diseño de investigación acción. Las actividades se aplicaron a 10 estudiantes multigrado de primaria que cursan de 3° a 5°. Los resultados evidencian el gran potencial que tienen estas aulas para acelerar el aprendizaje en el desarrollo del pensamiento matemático trabajando entre pares, desde una propuesta general con actividades diferenciadas, despertando la curiosidad y motivación. La aplicación de juegos estratégicos y temas relacionados con la matemática discreta, ayudan a descubrir y tomar decisiones acertadas.

*Palabras clave:* Educación matemática; Educación primaria multigrado; Evaluación formativa; Constructivismo; Educación matemática realista.

### Introducción

La Matemática discreta (MD) es una rama de las matemáticas que no está incluida en los currículos de educación básica primaria y menos para aulas multigrado. En la actualidad, la MD se constituye fundamental para el desarrollo del pensamiento computacional (Tamayo et al., 2021). Por esta razón, es importante implementar espacios en las instituciones que fortalezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje que permita la interacción, el análisis, los juegos estratégicos, y demás actividades retadoras y motivantes que nos brinda la MD.

Algunos investigadores proponen para el aula multigrado articular diferentes asignaturas en base a una propuesta general con actividades diferenciadas (Vithanapathirana, 2006; Juárez, 2012; Le, 2018; Rockwell & Rebolledo, 2016; Belleza & Feliciano, 2018; Block, Ramírez & Reséndiz 2019). Por esta razón, la propuesta vincula la MD en el oficio de ser astronauta como actividad general (elegido por los estudiantes multigrado), aumentando la motivación para aprender matemáticas.

### Marco teórico

Freudenthal (1986) criticaba fuertemente las “Matemáticas modernas” por aplicar lo que llamaba él “inversión antididáctica”, situaciones en donde prevalecía iniciar por los conceptos (Heuvel, 2020). La Educación Matemática Realista (EMR) le da un papel protagónico a los datos empíricos e ideas que se generan tras una situación, antes que los conceptos y teorías matemáticas (Freudenthal, 1986), incentivando un aprendizaje significativo e interdisciplinario.

Castro (2022) afirma que la multidisciplinaridad es una de las claves para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado, al igual que Jiménez et al., (2022) valora positivamente las unidades integradas STEM (en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas) por su viabilidad y pertinencia. Otra alternativa didáctica y retadora son los juegos (Rockwell & Rebolledo, 2016), potenciando la interacción y conocimientos entre individuos de diferentes edades, fundamental para el aprendizaje (Hargreaves 2001; Abós 2015; Colbert & Arboleda 2016, Jung & Schutte 2018).

Para describir la capacidad que tienen los estudiantes interactuando en la resolución de problemas, se toman algunos indicadores de los componentes commognitivos (Sfard, 2020). Dentro de los indicadores tenemos el uso de palabras, mediador visual, narrativa y rutina (Zayyadi et al., 2019), basado en una investigación cualitativa con enfoque descriptivo.

La actividad se basa en seis problemas retadores y dos juegos, un juego de cartas con temas específicos de la propuesta general y el otro adaptado del juego “Toma dos”, llamado “Déjalo sin estrellas”: los estudiantes deben encontrar la estrategia ganadora. Este ejercicio incentiva el pensamiento matemático (Stacey, Burton & Mason, 1982), en el cual, por medio de preguntas orientadoras, se lleva al estudiante del proceso de particularización (identificando aspectos en común de casos particulares), hasta encontrar el camino de la generalización.

Para Mason (1989) generalizar significa descubrir alguna ley general que nos indique: qué parece ser cierto (una conjetura); por qué parece que es cierto (una justificación); donde parece que es cierto, esto es, un planteamiento más general del problema. Algunos educadores matemáticos reconocidos como Polya (1965), Dreyfus (1991) y Radford (2006), entre otros, ven la importancia de la generalización como proceso fundamental para construir matemáticas.

### Metodología

La investigación asume un paradigma de investigación cualitativo, ya que se caracteriza por tener un proceso de indagación flexible, basándose en lo lógico y en lo inductivo. En este sentido se estructura bajo el diseño de investigación acción, transformando y enriqueciendo el quehacer

del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el aula multigrado. La muestra es seleccionada por conveniencia de los investigadores. Está conformada por 10 estudiantes de aula multigrado que cursan de 3° a 5° de primaria, en la Institución Educativa San Gerardo, sede el Batán (Garzón-Huila).

El estudio tiene como propósito favorecer la resolución de problemas retadores para motivar al estudiante hacia el aprendizaje de las matemáticas por medio de la interdisciplinariedad, tomando como propuesta general los oficios (particularmente el oficio de ser astronauta). El trabajo en el aula, se concreta por medio de una secuencia didáctica con actividades diferenciadas (misma estructura, pero con diferentes niveles de dificultad). Dentro de la dinámica del aula se desarrolla una agrupación flexible (trabajo individual, por curso y con integrantes de cada grado). Fortaleciendo valores sociales como el cooperativismo, la sana convivencia y la colaboración mediante la interacción lúdica, la teoría de grafos y otras aplicaciones.

En el organizador gráfico se muestran las relaciones con otras asignaturas, mostrando la interdisciplinariedad y articulación con otras áreas (ver *Figura 1*).



Figura 1. Organizador gráfico de la actividad “Ser Astronauta”.

Podemos observar que las asignaturas que acompañan la secuencia son: Matemáticas (conjunto M), Ciencias Naturales y Sociales (conjunto C) y Artística (conjunto A). Cada uno de ellos lleva en su interior las temáticas a trabajar según el área y en sus intersecciones el producto o evidencia articulada con las otras asignaturas. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} M \cap A \cap C &= \{\text{objetivo de la secuencia didáctica}\} \\ M \cap A &= \{\text{Creación de constelaciones y cohete espacial}\} \\ A \cap C &= \{\text{Comprensión de textos, creatividad y construcción}\} \\ M \cap C &= \{\text{Constelaciones Planetas, satélites y otros datos}\} \end{aligned}$$

El proceso en el aula se lleva a cabo en cuatro etapas: conocimientos previos, retos del oficio - cuento pedagógico, extrapolación - actividades libres y análisis de datos. En la *primera etapa*, se realizan algunas preguntas orientadoras (después de la investigación previa por parte de los estudiantes) referentes al oficio de ser astronauta, su diario vivir, fortalezas, dificultades, la NASA, el universo, las constelaciones, representantes masculinos y femeninos del oficio, entre otros.

En la *segunda etapa*, se ofrece información sobre historia, geografía y compartiendo algunos videos sobre la vida de los astronautas, el universo y las constelaciones. Cada constelación la relacionamos como un grafo, en donde las estrellas son los vértices y las conexiones imaginarias son las aristas y la matriz de adyacencia, llamada por los estudiantes, arreglo de vecinos (ver *Figura 2*).



*Figura 2.* Relación de la constelación con la teoría de grafos.

En la *tercera etapa*, se realiza la asociación de las constelaciones con la teoría de grafos, se construye la temática, buscando tener un conocimiento, lenguaje técnico y algunas definiciones.

La actividad se evalúa por medio de 6 retos.

- RETO 1: Arreglo de vecinos
- RETO 2: Constelaciones camino Euleriano
- RETO 3: Constelaciones Ciclo Euleriano
- RETO 4: Constelaciones árbol o ciclo
- RETO 5: Constelaciones zodiacales
- RETO 6: Creando constelaciones

Terminado cada reto, el ejercicio es intercambiado con otro compañero para ser revisado, evaluado, retroalimentado por el par y con la supervisión del docente. Cada estudiante, recibe la nota cualitativa de la actividad, un rectángulo de color que contienen el nombre de cada estudiante, reto y el grado (ver *Figura 3*) y una rúbrica. Estos rectángulos serán ubicados en las caritas de colores (rojo, amarillo, verde) que indican los niveles de comprensión (ver *Figura 4*).

RETO 1 YESICA	RETO 2 YESICA	RETO 3 YESICA	RETO 4 YESICA	RETO 5 YESICA	RETO 6 YESICA
3°	3°	3°	3°	3°	3°

*Figura 3.* Fichas rectangulares de los retos.

En la aplicación de actividades, se proponen dos juegos: “Súper mundos-Constelaciones”, y “Déjalo sin estrellas (juego adaptado de “Toma dos)”. Para el segundo juego, los estudiantes deben encontrar la estrategia ganadora siguiendo seis preguntas retadoras. Tomando algunos indicadores de los componentes commognitivos como el uso de palabras, mediador visual, narrativa y rutina (Zayyadi et al., 2019). Estos indicadores se implementan en el juego “Déjalo sin estrellas”.

En la *cuarta etapa* se llevó a cabo el análisis de la recolección de datos por medio de la evaluación formativa (ver *Figura 2*, *Figura 3* y *Figura 4*) y con la entrega de un instrumento para los juegos. Para el proceso de evaluación de los seis primeros retos, se obtuvieron los siguientes resultados:

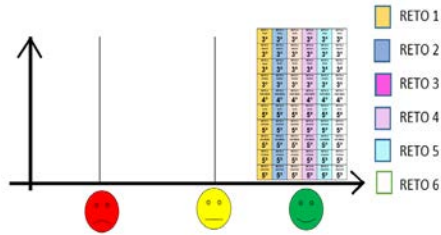


Figura 4. Semáforo del Aprendizaje – Retos por cada estudiante.

Además, dentro de la recolección de datos se llevan registros de campo, grabaciones, rúbrica para cada problema retador y algunas entrevistas.

### Resultados

Los resultados obtenidos en la recolección de datos, muestran un proceso muy asertivo y positivo de los retos. Los estudiantes pueden evidenciar que, en las actividades evaluadas, el 100% de ellos entendió muy bien el tema y lo pueden analizar en el diagrama de barras apilado (ver Figura 4) y en algunos retos evaluados en sus guías (ver Figura 5). Fortaleciendo la lectura e interpretación del análisis de gráficos estadísticos. En cuanto, en la autoevaluación los estudiantes responden de manera positiva en la participación a los desarrollos de los retos, el cumplimiento del material solicitado, trabajo en equipo y actitud en clase, evidenciando un umbral alto de motivación frente a las actividades y temática propuesta del oficio de astronauta.

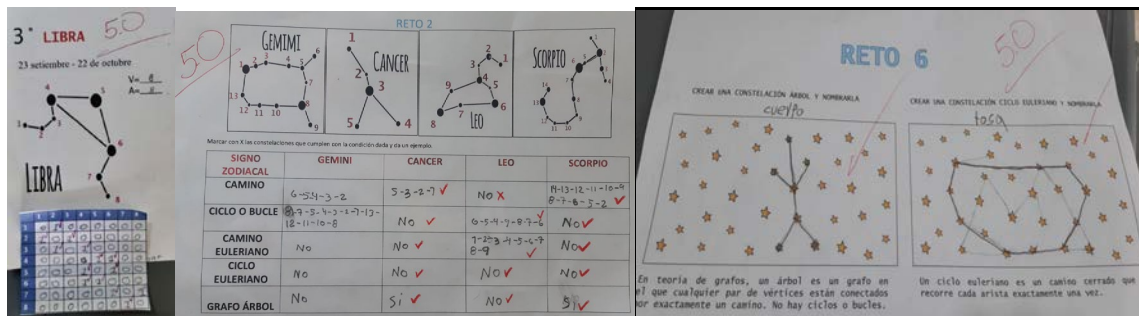


Figura 5. Evidencia fotográfica de problemas retadores sobre MD.

El juego “Déjalo sin estrellas” se analiza teniendo en cuenta los indicadores de los componentes commgnitivos como el uso de palabras, mediador visual, narrativa y rutina.

Uso de palabras: usando el software Atlas ti, se muestran las coincidencias en las palabras más usadas (ver Figura 6).

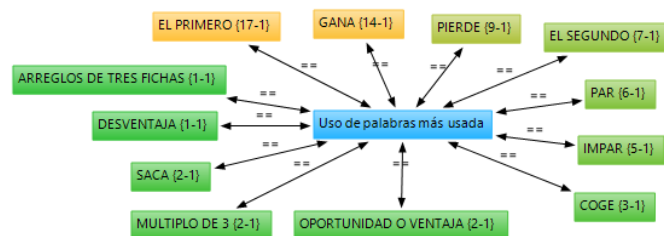


Figura. 6. Uso de palabras más usadas en el Déjalo sin estrellas, usando el software Atlas ti.

Los estudiantes escriben y recitan palabras de su lenguaje cotidiano como gana, el primero, el que empieza o inicia, el segundo, múltiplo de 3, pierde, par, impar, coge, oportunidad o ventaja, saca, desventaja y arreglos de tres fichas, entre otras. No incluyen términos algebraicos, ecuaciones y otros términos utilizados para resolver problemas matemáticos.

En relación, con el *mediador visual* los estudiantes utilizan el material concreto (fichas) y a medida que avanza el juego logran organizarlas para que sea más fácil visualizar las que quedan en la pila. Pero en cuanto, a la parte escrita no utilizan ningún objeto como gráficos, imágenes, diagramas, etc. Solo un estudiante logró ver la importancia de colocar las fichas en arreglos de 3.

Con respecto a la *narrativa* los hechos matemáticos se evidencian mediante conjeturas dando un orden a las ideas para llegar a la respuesta parcial del PR6. Acerca de la *rutina* los estudiantes explican por medio de ideas sueltas algunas conjeturas y solo 2 de ellos muestran una respuesta generalizada que se acerca a la correcta. Para terminar la actividad y conseguir la estrategia ganadora, se construyó la siguiente tabla, con la participación de todos y a manera de discusión (ver *Tabla 1*).

Primer Jugador - A

Segundo jugador - B

Tabla 1

*Estrategia ganadora para cualquier número de fichas*

Jugador	Número no múltiplo de 3	Múltiplo de 3
A	Tiene la ventaja. Debe tomar una o dos fichas para dejar en el montón un múltiplo de 3.	Tiene la desventaja. Pero debe estar pendiente si en algún momento puede dejar un múltiplo de 3 en el montón.
B	Tiene la desventaja. Pero debe estar pendiente si en algún momento puede dejar un múltiplo de 3 en el montón.	Tiene la ventaja. Debe tomar una o dos fichas para dejar en el montón un múltiplo de 3.

El trabajo organizado en secuencias didácticas enfocado a los oficios, despierta gran interés y curiosidad en los estudiantes. El aula multigrado es un excelente espacio para generar aprendizaje de forma integral. Por medio de la aplicación de la Matemática Discreta y juegos estratégicos, evidenciamos que los estudiantes mejoran su razonamiento en la resolución de problemas.

Generalmente en la institución educativa, no se plantea un trabajo de algebra temprana y esta es la primera vez que lo estudiantes se enfrentan a un problema retador de generalización.

Aunque el ejercicio en la parte escrita se aproximó a algunas ideas en el proceso de generalización, la respuesta es parcial a lo esperado. Los estudiantes lograron construir algunos conceptos de la teoría de grafos como: caminos y ciclos eulerianos, vértice, aristas, la matriz de adyacencia.

## Conclusiones

El diseño de la clase de matemáticas basado en la resolución de problemas, fortalece la interacción (Belleza & Feliciano, 2018; Block et al., 2019; Lissabet, 2019; Proenza & Romero, 2020), lo cual se manifiesta en este estudio en el aula multigrado y se potencia con la aceleración del aprendizaje. El trabajo con problemas retadores en el aula multigrado permitió constatar el interés de los estudiantes por aprender matemáticas, por participar y colaborar en la construcción de las actividades, lo cual constituye un impacto positivo para vida de los estudiantes (Ripamonti, 2017; Jung & Schütte, 2018; Schoenfeld, 2016; Thephavongsa, 2018; Naparan & Alinsug, 2021; Parra & Rojas, 2022).

Articular diferentes asignaturas en base a una propuesta general con actividades diferenciadas aumenta la motivación para aprender matemáticas (Vithanapathirana, 2006; Juárez 2012; Le, 2018; Rockwell & Rebolledo; Block et al., 2019).

Resulta apropiado asumir desde la teoría de la EMR, los indicadores de los componentes commognitivos propuestos por Sfard (2020) y el pensamiento matemático de Stacey, Burton & Mason (1982), como sustento teórico de esta actividad, para complementar el objetivo en la investigación. La integración de estas teorías constituye la lupa desde la cual se hace la interpretación de los datos y el análisis de los resultados.

Las secuencias didácticas enfocada a los oficios, despierta gran interés y curiosidad en los estudiantes, propiciando un excelente espacio para generar aprendizaje de forma flexible e integrada. Las diferentes estrategias implementadas y el juego, conforman una metodología apropiada para la clase de matemáticas, que permiten tener estudiantes interesados, motivados y competentes hacia el aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado, logrando la construcción de conceptos sobre la teoría de grafos que los permite visualizarlo dentro de un oficio.

Se recomienda el trabajo de las secuencias didácticas planteando una propuesta general interdisciplinaria con actividades diferenciadas, incentivando el proceso de evaluación formativa, ya que facilita manejar varios grados simultáneamente y esto a su vez potencia la interacción, el trabajo en equipo, la autoevaluación y la aceleración de los aprendizajes.

Gestionar espacios en los centros educativos multigrado para que fortalezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la MD, teniendo en cuenta el juego como estrategia de aprendizaje en aulas multigrado (Vithanapathirana, 2006; Juárez, 2012; Rockwell & Rebolledo 2016; Block et al., 2019; Little, 2006; Jiménez & Espinoza, 2019; Ábos & Boix, 2017; Ripamonti, 2017), implementado para facilitar el trabajo en equipo, la participación, el diálogo e la aceleración del aprendizaje, motivando a los niños más pequeños a enfrentarse con ideas y opiniones de niños de grados superiores. Los juegos estratégicos son una herramienta apropiada para preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico.

## Referencias y bibliografía

Abós, P. (2015). El Modelo de Escuela Rural ¿Es un Modelo Transferible a Otro Tipo de Escuela?. *Educação & Realidade*, 40(3), 667-684. Epub May 11, 2015.

- Abós, P., & Boix, R. (2017). Evaluación de los aprendizajes en escuelas rurales multigrado. *Aula abierta*, 45, pp. 41-48. <https://doi.org/10.17811/rifie.45.1.2017.41-48>
- Belleza, J. A., & Feliciano, E. L. (2018). Multi-Grade Intermediate Mathematics Teaching Schemes: The Case of Education in the District of Tublay, Benguet. *Mountain Journal of Science and Interdisciplinary Research (formerly Benguet State University Research Journal)*, 78(2), 115-136.
- Block, D., Ramírez, M., & Reséndiz, L. (2019). ¿Cuánto pesa?, ¿Cuánto mide? Una experiencia didáctica en una escuela primaria unitaria. *Revista mexicana de investigación educativa*, 24(81), 537-564.
- Castro, O. L. R. (2022). Multidisciplinariedad, clave de enseñanza del pensamiento espacial en las escuelas rurales multigrado. In *Repensar el currículum de Ciencias Sociales: prácticas educativas para una ciudadanía crítica* (pp. 621-630). Tirant Humanidades.
- Colbert, V., & Arboleda, J. (2016). Bringing a student-centered participatory pedagogy to scale in Colombia. *Journal of Educational Change*, 17(4), 385-410.
- Dreyfus, T. (1991, June). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. In Proc. 15th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 33-48).
- Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- Hargreaves, L. (2001). Assessment for learning in the multigrade classroom. *International Journal of Educational Development*, Volume 21, Issue 6, Pages 553-560, ISSN 0738-0593. [https://doi.org/10.1016/S0738-0593\(01\)00015-3](https://doi.org/10.1016/S0738-0593(01)00015-3)
- Heuvel, M. (2020). *International reflections on the Netherlands didactics of mathematics: Visions on and experiences with Realistic Mathematics Education* (p. 366). Springer Nature.
- Jiménez-Villarroel, R., Medina-Paredes, J., Castro-Inostroza, A., Chávez-Herting, D., & Castrelo-Silva, N. (2022). Assessment of Multigrade Teachers on a Framework that Guides the Design of Integrated STEM Units. *Revista científica*, (45), 328-344.
- Juárez, D. B. (2012). Educación rural en Finlandia: experiencias para México. *Revista CPU-e*, (15), 140-154.
- Jung, J., & Schütte, M. (2018). *An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-ability groups within linguistic negotiation processes*. Springer, 1-11. doi:<https://doi.org/10.1007/s11858-018-0999-0>
- Le, H. M. (2018). The reproduction of 'best practice': Following Escuela Nueva to the Philippines and Vietnam. *International Journal of Educational Development*, 62, 9-16. <https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2018.02.005>
- Lissabet, J. L. R. (2019). Diagnóstico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en la escuela primaria multigrado cubana (Original). Roca. *Revista científico-educacional de la provincia Granma*, 15(2), 65-79.
- Little, A. W. (2006). *Education for all: Multigrade realities and histories*. In *Education for All and Multigrade Teaching* (pp. 1-26). Springer, Dordrecht.
- Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the learning of mathematics*, 9(2), 2-8.
- Naparan, G. B., & Alinsug, V. G. (2021). Classroom strategies of multigrade teachers. *Social Sciences & Humanities Open*, 3(1), 100109.



- Parra, M. E., & Rojas, O. J. (2022). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula multigrado de primaria: Una caracterización. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(3), e202208-e202208.
- Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). México: Trillas.
- Proenza, Y. C., Romero, R. H. R., & Marrero, H. (2020). Calidad de la educación: reflexiones acerca de las áreas de contenido, dominios cognitivos y nivel de desempeño del aprendizaje de la Matemática. *Opuntia Brava*, 12(2), 272-283.
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. *28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1–21(March 1987), 2–21
- Ripamonti, C. (2017). *Orientaciones pedagógicas para el aula multigrado. Matemática*. Ministerio de Educación, Chile. ISBN 978-956-292-686-7
- Rockwell, E. & Rebolledo, V. (2016). *Yoltocah Estrategias didácticas multigrado*. México.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.
- Sfard, A. (2020). Commognition. In: Lerman, S. (eds), *Encyclopedia of mathematics education*, 95-101. Springer
- Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.
- Tamayo, L. D. P., Lago, I. B., Hernández, W. G., & Abreu, D. R. (2021). Tendencias actuales del desarrollo del pensamiento computacional desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Discreta. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*.
- Thephavongsa, S. (2018). Enhancing the teaching skills of the multi-grade teachers through lesson study. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 17(4).
- Vithanapathirana, M. (2006) Adapting the primary mathematics curriculum to the multigrade classroom in rural Sri Lanka. In: LITTLE A.W. (eds) *Education For All And Multigrade Teaching*. Springer, Dordrecht.
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Subanji, S., Hidayanto, E., & Sulandra, I. M. (2019). A commognitive framework: The process of solving mathematical problems of middle school students. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(2), 89-102.