



Modelo para a Avaliação de Conceitos Necessários à Aprendizagem de Cálculo

Alex Sandro de **Castilho**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Guarapuava
Brasil

alexs@utfpr.edu.br

André Luis **Trevisan**

Departamento de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina
Brasil

andrelt@utfpr.edu.br

Diego **Marczal**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Guarapuava
Brasil

marczal@utfpr.edu.br

Resumo

Dificuldades enfrentadas por alunos ingressantes nos cursos de Engenharia têm levantado várias questões e recentemente levado à reestruturação desses cursos no Brasil. Em especial, mostra-se relevante refletir sobre essas questões no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Este artigo tem por objetivo apresentar, a partir de uma pesquisa bibliográfica, uma proposta de modelo para avaliação de conceitos necessários à aprendizagem de CDI. Tal modelo é organizado a partir de diferentes estratos do conhecimento matemático (numérico, algébrico e funcional). Destaca-se o potencial de aplicabilidade do modelo proposto, seja na organização de instrumentos de avaliação desses conceitos, ou ainda a elaboração de ementas de disciplinas de Pré-Cálculo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Ensino de Cálculo Diferencial e Integral; Pré-Cálculo; Estratos de Conhecimento Matemático; Avaliação.

Introdução

As atuais Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, promulgadas no Brasil no ano de 2019, tem norteado a reorganização dos cursos de Engenharia no Brasil. O documento aponta, em seu artigo 7º, que com “base no perfil dos seus ingressantes, o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) deve prever os sistemas de acolhimento e nivelamento, visando à diminuição da retenção e da evasão” (Brasil, 2019, p. 5). Nesse sentido, torna-se relevante compreender “quem é” esse aluno que ingressa nos cursos de Engenharia.

Ao iniciar um curso superior, os acadêmicos parecem deparar-se com um ambiente desconhecido e, muitas vezes, hostil (Mendes et al., 2018). Esse estudante, logo no primeiro semestre se vê frente a definições, demonstrações e propriedades associadas aos diferentes conceitos explorados em disciplinas matemáticas. Tais elementos são desconhecidos, o que gera um abismo na transição do Ensino Médio para o Ensino Superior (Andrade e Esquinca, 2020; Trevisan e Mendes, 2018; Alvarenga e Sampaio 2016).

Tanto no Brasil quanto em âmbito internacional tem-se discutido e investigado dificuldades encontradas por alunos ingressantes no Ensino Superior, em particular, nos cursos das áreas de Engenharia. São diversos os motivos, incluindo estratégias de estudo, relação professor-aluno e pares, aulas expositivas e ferramentas de avaliação (Schwarz et al., 2021). Em específico, neste trabalho, trataremos das dificuldades dos alunos com os conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Esta disciplina tem mostrado ao longo dos anos um alto índice de reprovação e pode ser considerada um dos motivadores para a evasão escolar nos cursos de Engenharia no Brasil (Zarpelon et al., 2017). Arelado a isso, torna-se fundamental refletir sobre o modelo tradicional de ensino de Matemática vigente na universidade, em que o professor expõe o conteúdo, dá exemplos e, em seguida, aplica provas para verificar se o estudante consegue reproduzir o que foi “passado” (Mendes et al., 2018).

Em um contexto local, a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), local de trabalho e de pesquisa dos autores deste texto, a disciplina de CDI I é ofertada no primeiro semestre da grade curricular dos cursos de Engenharia. O fato dessa disciplina ser ofertada já no ingresso na universidade pode ser um dos motivos para o alto índice de reprovações e evasões nessa disciplina (Zarpelon et al., 2017), levando muitos desses cursos a implementarem uma disciplina, denominada Pré-Cálculo, a fim preparar os alunos ingressantes para cursarem o CDI no 2º semestre. Nesse contexto, mostra-se relevante refletir sobre quais seriam os conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem de CDI. Trata-se do tema de pesquisa do primeiro autor, sob orientação dos demais, que objetiva desenvolver objetos de aprendizagem que abordem esses conceitos. Este artigo é um recorte deste trabalho, e seu objetivo é apresentar, a partir de uma pesquisa bibliográfica, uma proposta de modelo para avaliação de conceitos necessários à aprendizagem de CDI.

Que Conceitos Seriam Necessários à Aprendizagem de CDI?

A pesquisa que deu origem a esse artigo é qualitativa de caráter bibliográfico (Gil, 2008), que tem, por objetivo, permitir que o pesquisador realize uma imersão em diferentes materiais no

intuito de explorar materiais, livros e artigos científicos elaborados por diferentes autores em diferentes perspectivas. Foram realizadas buscas em diferentes bases de dados (Portal de Periódicos da CAPES - Brasil, Web of Science, ScienceDirect, Scopus, ERIC, Scielo Brasil), com palavras e expressões em português e inglês diversas, que abordassem “aprendizagem de CDI”, “conceitos necessários para CDI”, “instrumentos para avaliação de CDI”, “Pré-Cálculo”,

Dessa busca, constatou-se uma escassez de trabalhos a respeito daqueles que seriam os conceitos matemáticos necessários para aprendizagem de Pré-Cálculo e CDI, ou ainda de instrumentos que possibilitassem a avaliação desses conhecimentos. Destacamos dois deles, a saber: o Instrumento para Prontidão de Conceitos de Cálculo (Carlson et al., 2015) – *Calculus Concept Readiness (CCR)*, no contexto norte-americano, e a proposta de estratos do conhecimento matemático de autores no contexto mexicano (Adjage e Pluinage, 2012; Cuevas-Vallejo et al., 2018).

Carlson et al. (2015) apresentam uma visão geral da literatura que identifica habilidades básicas de raciocínio no nível de Pré-cálculo e as habilidades que os alunos precisam desenvolver para compreender ideias-chave de CDI. Para tanto, propõem uma taxionomia com 23 itens organizados e distribuídos em cinco categorias: Habilidades de raciocínio; Compreender, representar e interpretar padrões de crescimento de função; Compreender e usar conceitos com grandeza, variável, taxa de variação e as propriedades de função; Compreender ideias centrais da trigonometria; Resolver, representar e interpretar equações e inequações. A partir desses itens, os autores mencionam a existência de um instrumento de avaliação (um “teste”) que não é de domínio público. Entretanto, algumas questões foram encontradas isoladamente em artigos da autora (Thompson e Carlson, 2017; Carlson et al., 2010). Para os autores proponentes do CCR, os dados obtidos a partir do teste podem ser úteis para avaliar a eficácia de um curso de Pré-Cálculo ou na preparação dos alunos que futuramente cursarão o CDI. Apontam que o CCR é uma boa forma de verificar se os alunos estão preparados para aprender e entender o CDI.

Adjage e Pluinage (2012) definem quatro níveis de competência que tratam dos estratos do conhecimento matemático. Os autores descrevem as especificidades desses estratos e as dificuldades ligadas às suas mudanças e apontam uma hierarquia entre eles, correspondendo à ordem em que são apresentados.

1 - Estrato numérico: capacidade de dominar os números inteiros e os números decimais, bem como as quatro operações elementares, formando números, usando as regras de numeração decimal, e expressões aritméticas, produzindo igualdades para resolver um problema.

2 - Estrato racional: dominar as razões e as proporções, bem como o produto e o quociente dos números reais.

3 - Estrato algébrico: inclui cálculo com letras ou cálculo formal.

4 - Estrato funcional: O estudo das funções revela novos problemas em comparação com os da Álgebra.

Fundamentados nos conceitos de estratos do conhecimento, Cuevas-Vallejo et al. (2018), propõem iniciar o curso de CDI com um “reforço de pensamento matemático básico”, segundo expressão utilizada pelos autores, que inclui o pensamento funcional. A pesquisa aponta

evidências de que o design de atividades didáticas baseadas nessa proposta promove substancialmente a compreensão do conceito de função real, que é um dos primeiros e principais tópicos a ser abordado em livros de CDI.

Após esta breve apresentação dos dois modelos de instrumentos de avaliação de conhecimento matemático nos EUA e no México, na próxima seção discutiremos brevemente os instrumentos para a análise dos conhecimentos matemáticos do aluno que conclui o Ensino Médio no Brasil.

Exames de Avaliação do Conhecimento Matemático no Brasil

Apresentamos uma breve caracterização dos exames nacionais que avaliam, entre outros, o conhecimento matemático do aluno que concluiu o Ensino Médio. O ENEM, Exame Nacional do Ensino Médio, tem o objetivo de “avaliar o desempenho escolar dos estudantes ao término da educação básica” (BRASIL, 2022a). Em 2009, passou a ser utilizado como mecanismo de acesso ao Ensino Superior, por meio do Sistema de Seleção Unificada (Sisu) e do Programa Universidade para Todos (ProUni). A importância de analisar esse instrumento deve-se ao fato de que a forma de acesso aos cursos superiores da UTFPR é feita exclusivamente por sua nota, em substituição do processo vestibular. Assim, compreender o processo avaliativo do ENEM pode contribuir com questões que façam parte de um instrumento de avaliação de conceitos necessários ao CDI.

Diferente do ENEM, que tem caráter classificatório, o Saeb – Sistema de Avaliação da Educação Básica, é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) realizar um diagnóstico da Educação Básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante (BRASIL, 2022b). O Saeb permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes, oferecendo subsídios para a melhoria e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências. Parte do Saeb, a Prova Brasil é uma avaliação para diagnóstico, em larga escala, da qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos (BRASIL, 2022c).

Destacamos também, em nível global, a prova do Pisa – Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), realizada a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O programa proporciona informações sobre o desempenho dos estudantes, dentro da faixa etária dos 15 anos, que já terminaram as fases de educação básica obrigatória na maioria dos países, o que inclui dados sobre seus conhecimentos prévios e suas atitudes em relação à aprendizagem dentro e fora da escola (BRASIL, 2022d).

Proposta de um Modelo para a Avaliação de Pré-Cálculo

Fundamentados na revisão de literatura, nesta seção apresentamos uma proposta de modelo para avaliação de conceitos necessários à aprendizagem de CDI. Tal modelo pode tanto subsidiar a organização de instrumentos de avaliação desses conceitos, quanto embasar a elaboração de

ementas de cursos para a disciplina de CDI. No caso da elaboração de um instrumento de avaliação, cada questão escolhida deve ser adaptada para atender a proposta de ser um instrumento que auxilie os alunos em um processo de autorregulação de sua aprendizagem ou uma avaliação diagnóstica sobre os conceitos necessários para o CDI.

Por outro lado, o modelo pode ser utilizado para a estruturação da ementa de uma disciplina de Pré-Cálculo, seja como uma disciplina incorporada à grade curricular de um curso de Engenharia ou até mesmo um curso de curta duração fora do horário de aula. Tal modelo, ilustrado na Figura 1, é estruturado a partir de três estratos de conhecimento matemático, a saber: numérico, algébrico e funcional, descritos a seguir. Trazemos também alguns exemplos de questões (adaptadas dos exames mencionados anteriores) que podem ser utilizadas na organização de instrumentos de avaliação.

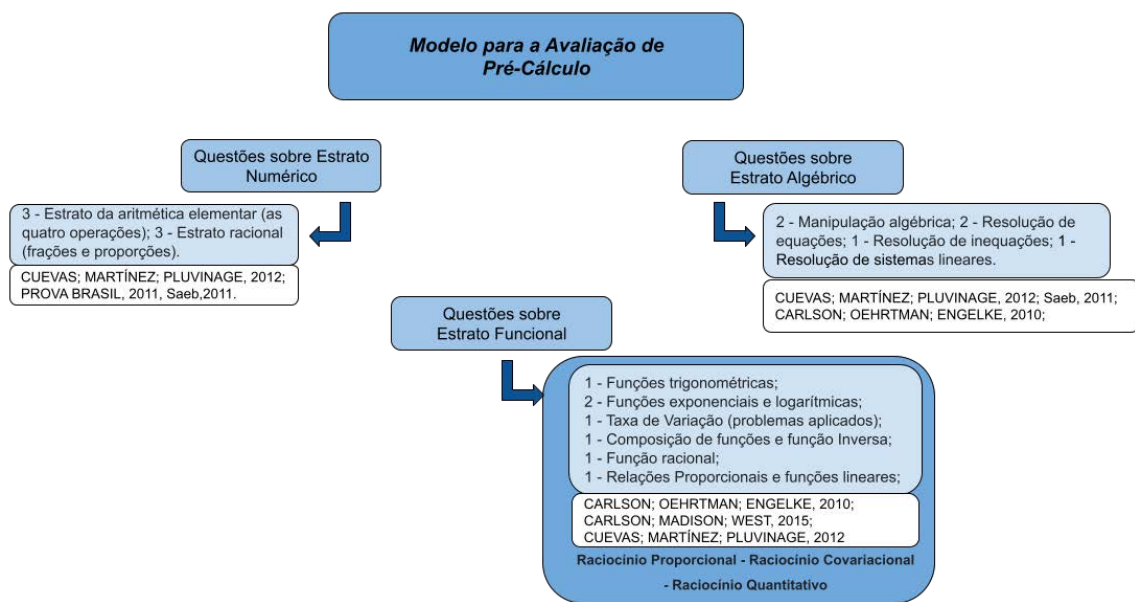


Figura 1. Estrutura do modelo para avaliação de Pré-Cálculo.

Estrato Numérico – devem ser abordados conceitos e escolhidas questões que exploram o raciocínio aritmético (RA) do aluno, cujo os objetivos são: efetuar as quatro operações com números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão); efetuar operações que envolvam potenciação e radiciação com números inteiros; resolver problemas simples do cotidiano utilizando as quatro operações com números inteiros.

Exemplo Num - Um vendedor trabalha por comissão, recebendo 3 reais por item vendido. O vendedor trabalha de segunda a sexta-feira. Paga diariamente 20 reais para poder vender no mercado e 12 reais de transporte. Quantos produtos um comerciante deve vender em uma semana para que, subtraindo suas despesas, restem 70 reais para cada dia de trabalho? (Cuevas-Vallejo et al., 2018).

Estrato Algébrico - No estrato algébrico podem ser exploradas habilidades como: identificar a expressão algébrica que representa a função que rege os dados indicados em uma

tabela ou gráfico; efetuar cálculos de expressões algébricas em diferentes contextos, em particular resolver problemas em que seja necessário utilizar uma equação de 1º ou de 2º grau; construir a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos ou então a partir de um ponto e de sua inclinação; identificar as expressões algébricas que representam o problema e fazer a mudança de representação adequada (linguagem natural para algébrica), assim como a realização do tratamento (cálculo numérico) para encontrar a solução de uma inequação.

Exemplo Alg - Para um atendimento domiciliar, um técnico em informática X cobra R\$ 60,00 a visita e R\$ 45,00 a hora de trabalho; um técnico Y cobra R\$ 40,00 a visita e R\$ 50,00 a hora de trabalho. A partir de quanto tempo de serviço é mais econômico contratar o técnico X? (Iezzi et al. (2013).

Estrato Funcional - Para este estrato devem ser escolhidas questões que envolvem habilidades de raciocínio proporcional, covariacional e quantitativo. Tendo em vista que este estrato possui conceitos mais diretamente relacionados ao CDI, as habilidades sugeridas são fundamentadas nas diretrizes da Taxionomia CCR (Carlson et al., 2015), a constar: compreender, representar e resolver problemas envolvendo diferentes tipos de funções (linear, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica); reconhecer a representação algébrica ou gráfica de uma função e associá-la a uma outra função; compreender as propriedades de composição e a inversa de uma função.

Exemplo Fun - Expressar a área, A , de um círculo em função do comprimento, c , de sua circunferência (Carlson et al., 2015).

Para resolver essa questão, os alunos devem relembrar as fórmulas para a área e perímetro de um círculo e ver essas fórmulas/funções como processos que mapeiam valores de uma variável para valores de outra variável real. Segundo Carlson et al. (2015), os alunos que apresentam uma resposta correta a esta questão: (a) possuem uma visão de processo da função, (b) compreendem o que significa avaliar uma função e (c) entenderam como compor duas funções dadas em um contexto de representação gráfica.

Nosso modelo possui um total de 20 questões, sendo 6 questões sobre o estrato numérico, 6 questões sobre o estrato algébrico e 8 questões sobre o estrato funcional.

Considerações Finais

As dificuldades dos alunos com os conceitos de matemática e possíveis soluções para este problema foram o foco e o principal motivador para esta pesquisa. Justificamos sua relevância em função da evasão nos cursos de Engenharia e das discussões atuais de reestruturação destes cursos para atender as demandas do perfil do egresso, segundo os princípios apontados pelas DCN de Engenharia no Brasil (Brasil, 2019).

O objetivo deste artigo foi apresentar considerações que vieram de estudo bibliográfico em termos de identificar, a partir da literatura, conceitos necessários à aprendizagem de CDI. Destaca-se aqui o potencial de aplicabilidade do modelo proposto, seja na organização de instrumentos de avaliação desses conceitos, ou ainda a elaboração de ementas de disciplinas de Pré-Cálculo.

Referências e bibliografia

- Adjage, R. & Pluvillage, F. (2012). Strates de compétences en mathématiques. *Reperes IREM*, Nancy, (88)1, 43-72.
- Alvarenga, K.B. & Sampaio, M.M. (2016). Obstáculos referentes às relações de representação aritmética e algébrica de grandezas. In: Fonseca, L. (Org.). *Didática do Cálculo: epistemologia, ensino e aprendizagem*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 131-144.
- Andrade, F. C., & Esquincalha, A. C. (2020). Um estado da arte das pesquisas brasileiras sobre Pré-Cálculo. *Revista Boem*, 8(16), 91-111.
- Brasil (2022a). *Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)*. INEP. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>
- Brasil (2022b). *Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*. INEP. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb>
- Brasil (2022c). *Prova Brasil*. Ministério da Educação. <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil/apresentacao>
- Brasil (2022d). *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa)*. Ministério da Educação. <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa>
- Brasil (2019). *Resolução CNE/CES 2/2019. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*. Diário Oficial da União, Brasília, 26 de abril de 2019, Seção 1, 43-44.
- Carlson, M. P., Madison, B., & West, R. D. (2015). A study of students' readiness to learn calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(2), 209-233.
- Carlson, M., Oehrtman, M., & Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment: A tool for assessing students' reasoning abilities and understandings. *Cognition and Instruction*, 28(2), 113-145.
- Cuevas-Vallejo, C. A., Pineda, M. D., & Reyes, M. M. (2018). Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 10(2), 20-38.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. Editora Atlas SA.
- Iezzi, G. et al. (2010). *Matemática: Ciências e Aplicação. Ensino Médio*. São Paulo: Saraiva.
- Mendes, M. T., Trevisan, A. L., & Elias, H. R. (2018). A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. *Debates em educação*, 10(22), 140-163.
- Schwarz, J. C., de Lima Dias, M. S., & de Camargo, D. (2021). Dificuldades encontradas por estudantes no ensino superior e práticas institucionais adotadas para superá-las: uma revisão de literatura. *Quaestio-Revista de Estudos em Educação*, 23(3), 741-761.
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. *Compendium for research in mathematics education*, 421-456.
- Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(1), 209-227.

Zarpelon, E., Resende, L. M. M., & Reis, E. F. (2017). Análise do desempenho de alunos ingressantes de engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. *Interfaces da educação*, 8(22), 303-335.