

Educação STEM no Ensino Médio

La educación STEM en la Escuela secundaria

Valmir Ninow, Clarissa de Assis Olgin, Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Fecha de recepción: 29/07/2022
 Fecha de aceptación: 10/12/2022

Resumen	<p>Este artículo aborda la importancia de desarrollar las competencias clave que todo ciudadano debe poseer para actuar en el siglo XXI, reflexionando sobre la necesidad de desarrollar un currículo en la Educación Secundaria que busque que los jóvenes se interesen por cursar carreras relacionadas con la Ciencia, la Tecnología, la Ingeniería y la Matemáticas. Presentamos los resultados de un proyecto, aplicado en una clase de secundaria, integrando Matemáticas y Tecnologías, con actividades con el tema Criptografía, en el que los alumnos eran agentes activos en su hacer y el docente podía actuar como asesor de las actividades. El proyecto permitió a los estudiantes tener la oportunidad de aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones reales.</p> <p>Palabras clave: Competencias, Educación STEM, Temas de interés, Bachillerato.</p>
Abstract	<p>This article discusses the importance of developing key competences that all citizens must possess to act in the 21st century, reflecting on the need to develop a curriculum in High School which seeks to make young people interested in pursuing careers related to Science, Technology, Engineering and Mathematics. We present the results of a project, applied in a high school class, integrating Mathematics and Technologies, with activities with the Cryptography theme, in which the students were active agents in their doing and the teacher could act as an advisor of the activities. The project allowed students to have opportunities to apply mathematical knowledge in real situations.</p> <p>Keywords: Skills, STEM Education, Themes of interest, High School.</p>
Resumo	<p>Este artigo discute a importância do desenvolvimento de competências-chave que todos os cidadãos devem possuir para atuar no século XXI, refletindo sobre a necessidade de desenvolver um currículo no Ensino Médio o qual busque que os jovens tenham interesse em seguirem carreiras ligadas às Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática. Apresentam-se os resultados de um projeto, aplicado em uma turma do Ensino Médio, integrando Matemática e Tecnologias, com atividades com a temática Criptografia, no qual os estudantes foram agentes ativos em seu fazer e o professor pôde agir como um orientador das atividades. O projeto possibilitou que os estudantes tivessem oportunidades de aplicar os conhecimentos matemáticos em situações reais.</p>

Palavras-chave: Competências, Educação STEM, Temas de interesse, Ensino Médio.

1. Introdução

Este artigo apresenta um recorte das pesquisas realizadas pelo Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECEM)¹, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O objetivo geral que orienta o desenvolvimento das investigações do grupo GECEM é refletir sobre critérios e possibilidades que possam nortear uma transformação curricular em Matemática, tendo como pressuposto básico o desenvolvimento de competências, nos estudantes da Educação Básica, que permitam uma participação cidadã, ativa e comprometida na sociedade em que se inserem, considerando teorias pedagógicas, didáticas e de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nesse artigo, analisam-se as principais orientações europeias relativas à identificação e definição das competências que todos os cidadãos devem possuir no século XXI, bem como as competências citadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, do Ensino Médio (Brasil, 2018). Salienta-se a necessidade de desenvolver um currículo, no Ensino Médio, que desperte nos jovens o interesse em seguir carreiras ligadas às Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática, pois o desinteresse por essas carreiras é um problema mundial, conforme se justifica a seguir.

Também se apresenta um exemplo de projeto, desenvolvido em uma escola do Ensino Médio, integrando Matemática e Tecnologias, com atividades² com a temática Criptografia, onde os estudantes foram agentes ativos em seu fazer e o professor pôde agir como um orientador, seguindo os princípios STEM.

Em um sistema social global como o atual, caracterizado pela complexidade, imprevisibilidade e interdependência, vários são os desafios que os jovens terão que enfrentar (Sá & Paixão, 2015). Para os autores, os desafios globais (crise socioeconômica, problemas ambientais, conflitos sociais e econômicos) exigem uma abordagem reflexiva e holística, evidenciando a necessidade de dotar os indivíduos de competências (de caráter técnico, pessoal e relacional) que lhes permitam viver no mundo moderno. Para Rasi (2018), as habilidades para o século XXI podem ser resumidas nos *Quatro C's*: colaboração, comunicação, pensamento crítico e criatividade.

Segundo o projeto DeSeCo (OCDE³, 2019), o desenvolvimento e a manutenção do capital humano e social representam um fator importante para que as sociedades gerem prosperidade, coesão social e paz e, sobretudo, gerenciem os desafios e as tensões de um mundo cada vez mais interdependente, global, em mudança e conflituoso. Conforme a OCDE (2005), o capital humano não apenas desempenha

¹ Registrado no CNPq em 2006.

² Consideram-se atividades como um conjunto de tarefas escolhidas para o desenvolvimento do processo de ensinar, segundo Penalva e Linares (2011).

³ OCDE – Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico, composta por 34 países, com sede em Paris, França.

um papel importante no desempenho econômico, mas também traz benefícios individuais e sociais, com melhorias na saúde, no bem-estar, na paternidade, além de maior engajamento social e político.

Nesse sentido, é fundamental que seja possível identificar temáticas as quais oportunizem o desenvolvimento das competências necessárias para viver nesse mundo em constante transformação e com exigências cada vez mais complexas e que se discuta o tipo de educação a qual possibilite a formação de um cidadão apto a viver nesse sistema social globalizado.

2. Competências para o século XXI

Os projetos Definição e Seleção de Competências: Fundações Teóricas e Conceptuais (DeSeCo) (OCDE, 2019), Saberes Básicos de todos os cidadãos do século XXI (Cachapuz, Sá-Chaves & Paixão, 2004) e Key Competences for Lifelong Learning Reference Framework⁴ (Comissão Europeia, 2007) são estudos realizados com a finalidade comum de identificar e definir as competências que devem ser desenvolvidas por todos os cidadãos.

O projeto DeSeCo assume que as competências-chave são aquelas as quais permitem que os indivíduos participem, eficazmente, em múltiplos contextos ou domínios sociais, e que possam contribuir para o sucesso global da vida de cada indivíduo, bem como para o bom funcionamento da sociedade a qual impõe exigências desafiadoras e complexas aos indivíduos. A definição dessas competências pode melhorar a avaliação de como os jovens e adultos estão preparados para enfrentar os desafios da vida, bem como identificar os objetivos gerais para a educação e aprendizagem ao longo da vida (OCDE, 2005).

No centro da estrutura das competências-chave está a capacidade dos indivíduos pensarem por si mesmos, expressando maturidade moral e intelectual, e de assumir responsabilidade por seu aprendizado e por suas ações (OCDE, 2005).

O projeto DeSeCo (OCDE, 2005) aponta, ainda, que a soma de competências individuais pode auxiliar na capacidade de atingir objetivos compartilhados, conforme apresenta-se na Figura 1.

⁴ Competências Essenciais para a aprendizagem ao longo da vida (Comissão Europeia, 2007, tradução nossa).

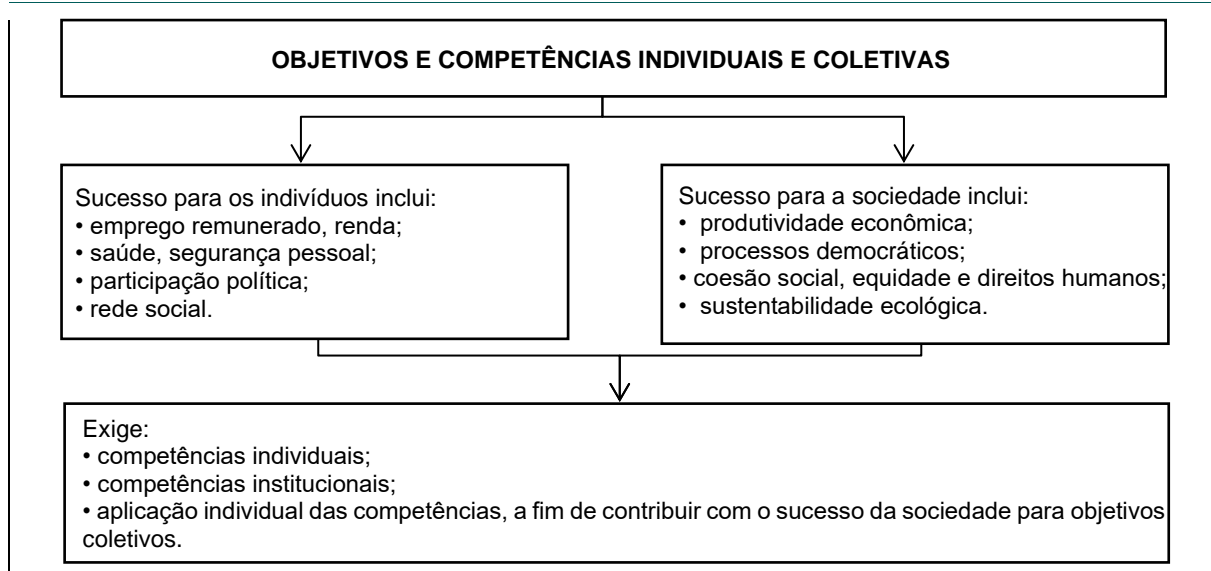


Figura 1. Competências Individuais e Coletivas. Fonte: Adaptado de OCDE (2005, p. 6).

O projeto DeSeCo estabeleceu, também, um determinado número de critérios normativos, definições e conceitos para identificar as competências individuais necessárias para a participação eficaz, nas sociedades democráticas, sabendo lidar com os problemas e as exigências globais, incluindo os relacionados aos conhecimentos de Economia e Tecnologias Digitais. Ficaram definidas três categorias para as competências-chave e, para cada categoria, foram salientadas as competências-chave inter-relacionadas à mesma (OCDE, 2005).

A primeira categoria se refere a *utilizar ferramentas interativamente*, ou seja, visa à interação do indivíduo com o mundo por meio de recursos, utilizando ferramentas físicas e socioculturais, citando como exemplos, as Tecnologias Digitais e a linguagem. Diz respeito ao uso eficaz de habilidades de linguagem falada e escrita, computação e outras habilidades matemáticas em várias situações. As competências que as compõem são: usar a linguagem, os símbolos e o texto de forma interativa⁵; usar o conhecimento de forma interativa; usar tecnologia de forma interativa.

A segunda, *funcionar em grupos socialmente heterogêneos*, está relacionada à capacidade de se relacionar bem com os outros. Ressalta a diversidade da sociedade atual e a necessidade de o indivíduo interagir com os outros e com a sua própria diferença. As competências são: manter um bom relacionamento com as pessoas; cooperar e ter capacidade de trabalhar em equipe; gerenciar e resolver conflitos.

A última, *agir autonomamente* refere-se à necessidade de autonomia no agir individualmente, de assumir responsabilidade sobre sua vida em um contexto social mais amplo. Foram definidas as seguintes competências: agir em um contexto social amplo; conceber e implementar planos de vida e projetos pessoais; defender e reivindicar direitos, interesses, limites e necessidades.

Ressalta-se que foi realizado um estudo referente aos *Saberes Básicos para todos os cidadãos do século XXI*, desenvolvido por Cachapuz, Sá-Chaves e Paixão (2004) por solicitação do Conselho Nacional de Educação (CNE) de Portugal e com

⁵ Interativa no sentido de participativo, comunicativo, conversacional.

apoio da Fundação Calouste Gulbenkian, cuja finalidade foi refletir criticamente sobre os saberes básicos, considerados essenciais no processo de desenvolvimento dos cidadãos nas sociedades contemporâneas e futuras. Entende-se como saberes básicos as competências que todos os cidadãos devem possuir, sem as quais a sua relação pessoal, social e profissional se torna problemática (Cachapuz, Sá-Chaves & Paixão, 2004).

Os autores definem cinco saberes básicos: aprender a aprender, comunicar adequadamente, cidadania ativa, espírito crítico e resolver situações problemáticas e de conflito.

O saber *aprender a aprender* mobiliza estratégias adequadas para procurar, processar, sistematizar e organizar a informação, avaliando-as com o objetivo de transformá-las em conhecimento. O *comunicar adequadamente* se refere a usar diferentes suportes e veículos de representação, simbolização e comunicação. A *cidadania ativa* implica agir responsabilmente nos aspectos pessoais e sociais em uma sociedade aberta e democrática. O *espírito crítico* visa desenvolver a opinião pessoal com base em argumentos. O saber *resolver situações problemáticas e de conflito* implica mobilizar conhecimentos, capacidades, atitudes e estratégias para ultrapassar obstáculos que existam em situações atuais e futuras.

Os autores salientam o importante papel que as Tecnologias desempenham enquanto instrumentos de mediação no processo de construção do conhecimento: como meio de comunicação (presencial ou a distância); a vertente do desenvolvimento sustentável, envolvendo a necessidade da relação harmoniosa ser Humano/Natureza; forma de agir do sujeito de maneira ética responsável, solidária e tolerante.

O relatório *Key Competences for Lifelong Learning European Reference Framework*⁶, da Comissão Europeia, do ano de 2007, cujas finalidades foram: identificar e definir competências para a realização e desenvolvimento pessoal, cidadania ativa, coesão social e empregabilidade na sociedade do conhecimento; apoiar os estados membros da Comunidade Europeia no compromisso que assumem de desenvolverem competências-chave em todos os cidadãos; fornecer um quadro de referência para futuras ações.

Foram definidas oito competências-chave, consideradas igualmente importantes, interdependentes e complementares, segundo a Comissão Europeia (2007), as quais são descritas a seguir.

A primeira é a *comunicação na língua materna*, definida como a capacidade/habilidade para expressar e interpretar conceitos, pensamentos, sentimentos, fatos e opiniões, de forma oral, escrita, interativa e criativa nos diversos contextos sociais e culturais.

A segunda, *comunicação em línguas estrangeiras*, é a capacidade/habilidade de compreender, expressar e interpretar conceitos, pensamentos, sentimentos, fatos e opiniões nos diversos contextos, de acordo com os interesses e necessidades pessoais.

A terceira implica as *competências matemáticas e competências básicas em Ciências e Tecnologia*. Competência matemática é a capacidade de desenvolver e

⁶ Competências essenciais para o quadro de referência europeu da aprendizagem ao longo da vida.

aplicar o pensamento matemático para resolver uma série de problemas em situações cotidianas. Construindo um bom domínio da numeracia⁷, a ênfase está em processo e atividade, bem como conhecimento. A competência matemática envolve, para diferentes graus, a capacidade e vontade de usar modos matemáticos de pensamento (pensamento lógico e espacial) e apresentação (fórmulas, modelos, construções, gráficos, tabelas). Competência em Ciências refere-se à capacidade e vontade de usar o corpo de conhecimentos e metodologias empregadas para explicar o mundo natural, a fim de identificar perguntas e tirar conclusões baseadas em evidências. A competência em Tecnologia é vista como a aplicação desses conhecimentos e o emprego de metodologias em resposta, que a percepção humana quer ou precisa. Competência em Ciências e Tecnologia envolve uma compreensão das mudanças causadas pela atividade humana no mundo e responsabilidade como cidadão individualmente e coletivamente.

A quarta é a *competência digital*, envolve a confiança e o uso crítico da Sociedade da Informação e ecnologia (IST) para o trabalho, lazer e comunicação. É sustentada por princípios básicos de habilidades em TIC: o uso de computadores para recuperar, avaliar, armazenar, produzir, apresentar e trocar informações, comunicar e participar de redes colaborativas através da internet.

A quinta é a competência de *aprender a aprender*, capacidade/habilidade de procurar e persistir na aprendizagem, organizando a própria aprendizagem.

As *sociais e cívicas* compõem a sexta competência-chave. As sociais incluem competências pessoais, interpessoais e interculturais e referem-se a todo tipo de comportamento que permita ao indivíduo participar, de forma efetiva e construtiva, da vida social e profissional. A competência cívica permite o indivíduo participar na vida cívica, com base no conhecimento dos conceitos e estruturas sociais e políticas, possibilitando o compromisso com a participação ativa e democrática.

A *iniciativa e empreendedorismo* é a sétima competência, definida como a capacidade de transformar as ideias em ações, incluindo criatividade, inovação, capacidade de correr riscos, com capacidade para planejar e gerir projetos, de modo a alcançar os objetivos propostos.

E a última, *consciência e expressão cultural*, definida como apreço pela importância da expressão criativa de ideias, experiências e emoções, incluindo a música, a representação, a literatura e as artes visuais.

Esse relatório foi ampliado, em 2018, por recomendação da Comissão Europeia, com o objetivo de melhorar o desenvolvimento das competências fundamentais para todas as pessoas ao longo da vida e promover as medidas necessárias para atingi-las (Comissão Europeia, 2018), buscando encorajar os Estados-Membros a prepararem melhor as pessoas para a mutação constante dos mercados de trabalho e a cidadania ativa nas sociedades mais diversas, móveis e digitais de hoje e para desenvolver a aprendizagem em todas as fases da vida. Chama a atenção para que se invista nas competências básicas, nas competências empresariais e digitais, bem como nas competências linguísticas, para que todas as pessoas possam participar ativamente na sociedade e na economia. Insta, igualmente, ao investimento nas

⁷ Numeracia é a capacidade de raciocinar e aplicar conceitos numéricos simples, envolvendo as quatro operações aritméticas (Comissão Europeia, 2007).

competências STEM⁸ (domínio das Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática), de modo a alimentar a compreensão científica e a aumentar o interesse pelas carreiras da área STEM.

Salienta-se, também, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), conforme definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) (Brasil, 1996). A BNCC deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino dos estados brasileiros e as propostas pedagógicas de todas as escolas da Educação Básica. É um documento normativo o qual estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica.

Ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem promover o desenvolvimento de 10 competências (Quadro 1) que estão articuladas à Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU). Essas articulam-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, estimulando ações que contribuam para uma sociedade mais humana, socialmente justa e voltada para a preservação da natureza (Brasil, 2018).

1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital, para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras e escrita), corporal, visual, sonora e digital – bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

⁸ Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM).

10	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
----	---

Quadro 1. Competências da BNCC. Fonte: BNCC (Brasil, 2018).

Citam-se, também, as competências indicadas para o Ensino Médio, ligadas ao tema do projeto desenvolvido, integrando Matemática e Tecnologias: interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais; Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos; identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.); converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica (Brasil, 2018).

A seguir, apresenta-se a perspectiva STEM e as possibilidades de integrá-las ao desenvolvimento das competências que são indicadas para os estudantes da Educação Básica que possibilitem a formação de cidadãos atuantes no mundo moderno.

3. Educação na perspectiva STEM

Diversos países identificam a tendência de diminuição do interesse dos estudantes do Ensino Médio pelas carreiras ligadas às áreas das exatas como um obstáculo ao desenvolvimento científico dos países (Homa, 2019). Os desafios enfrentados pelos Estados Unidos e pelo mundo são de natureza cada vez mais científica e tecnológica, com soluções correspondentes enraizadas nos campos da Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática (*Science, Technology, Engineering and Mathematics - STEM*) (Zavrel, 2015). Para Rasi (2018), a OCDE e o Fórum Econômico Mundial estão interessados na Educação e sua influência na Economia, dedicando esforços para mapear as habilidades do século XXI e um maior envolvimento em STEM. Esse fato levou ao desenvolvimento de várias iniciativas, visando aumentar o interesse pelas carreiras ligadas às áreas de STEM. Nos países da OCDE, os campos STEM atraem 25% dos novos alunos do ensino superior, enquanto 23% selecionam negócios, Administração e Direito. Embora pareça equilibrado, a OCDE teme que apenas 6% dos participantes estejam estudando Ciências Naturais, Matemática e Estatística e apenas 5% dos participantes estejam selecionando cursos de tecnologia da informação e comunicação (Rasi, 2018).

A sigla STEM teve sua origem, nos anos 90, na Fundação Nacional de Ciências⁹ (FNC) e foi usada como um rótulo genérico para qualquer evento, política, programa ou prática que envolva uma ou várias disciplinas STEM (Bybee, 2010). Segundo Freitas (2019), a FNC financiou estudos e projetos para ampliar as habilidades de

⁹ National Science Foundation (BYBEE, 2010, tradução nossa).

estudantes da Educação Básica em STEM de forma que: aumentasse o número de estudantes que conseguissem melhor desempenho em carreiras no campo STEM; expandisse a força de trabalho qualificada em STEM; aumentasse o letramento em STEM. Para o autor, a justificativa foi que esses pontos são críticos para os EUA melhorarem sua competitividade na economia global.

No cenário brasileiro, as iniciativas de inserção da perspectiva STEM ainda são incipientes, com poucos estudos e propostas na literatura nacional (Freitas, 2019; Pugliese, 2017). Porém, Freitas (2019) salienta que as propostas internacionais sempre são implantadas, no Brasil, embora demore um tempo a serem incorporadas. O autor menciona a necessidade de haver uma adaptação para o ensino, no Brasil, sugerindo um ensino crítico, integrado a proposta STEM com resolução de situações que sejam do interesse da sociedade.

Em 2006, quinze anos após o surgimento da abordagem STEM, os dados apresentados pelos estudos da OCDE (2006) e o relatório europeu *Science Education Now* (Rocard et al., 2007) mostravam que ainda persistia a crescente falta de interesse pelas carreiras STEM. O relatório *Europeans, Science and Technology* (EUROBAROMETER, 2005) identificou que mais de 80% dos europeus consideravam que o interesse dos jovens pela Ciência seria essencial para a prosperidade futura da Europa, mas com 50% da população entrevistada considerando que as aulas de Ciências na escola não eram suficientemente atraentes.

No contexto educacional, o termo STEM tem a função não só de identificar as quatro áreas, mas também de interligá-las, incentivando a aprendizagem interdisciplinar, com foco na aplicação prática do aprendizado via resolução de problemas. Para Freitas (2019), STEM, na educação, tem como um dos pilares que as atividades sejam desenvolvidas em grupos para os alunos desenvolverem habilidades de trabalho em equipe (Guzey, Moore & Harwell, 2016). Homa (2019) salienta que as atividades executadas são organizadas, na abordagem STEM, de maneira que os alunos sejam estimulados a ações participativas, que busquem uma socialização entre os pares, característica da prática profissional considerada como uma das habilidades do século 21 (Bybee, 2010), entendendo que a escola passa a desenvolver as competências necessárias para o desempenho das atividades profissionais (Breiner et al., 2012).

Uma das justificativas para a implementação da educação na perspectiva STEM, no mundo e no Brasil, é que o mercado de trabalho está mudando, pelo uso das tecnologias, necessitando de pessoas letradas em STEM, tanto para exercer as carreiras tecnológicas como para viver nessa sociedade (Freitas, 2019). Segundo Zarvel (2015), as características essenciais para um profissional capaz de enfrentar os desafios nacionais e globais, com capacidade de ajudar a criar soluções para os problemas do mundo, são: comunicação e habilidades interpessoais, capacidade de pensamento crítico independente e imparcial e capacidade de considerar o contexto de um problema, conhecendo os precedentes e paralelos históricos relevantes.

A ideia original do STEM é unir conhecimentos das áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática para a construção de algo que resolva um desafio proposto, porém, entende-se que a educação pode explorar o ensino e a aprendizagem envolvendo dois ou mais dos temas STEM, usando a transdisciplinaridade, engajando o aluno em atividades com esse enfoque. Busca-se

levar para a sala de aula temas contemporâneos das áreas de exatas, visando incorporar Computação, Robótica, Programação, Engenharia, Tecnologias, com uma abordagem criativa e com tarefas desafiadoras.

Ressalta-se que STEM, na educação, não é uma metodologia, mas um movimento de transformação da escola, do currículo e das metodologias de ensino, caracterizado pelo trabalho com as áreas STEM, exigindo mais do que reunir as quatro áreas dentro de uma sala de aula (Sanders, 2009). É uma abordagem pedagógica focada na aprendizagem criativa, a qual busque com que os estudantes sejam agentes ativos do seu aprender e na busca de soluções para os problemas propostos.

Em termos de abordagem metodológica, a educação baseada no enfoque STEM possui, em seu cerne, a aprendizagem baseada em projetos com foco na resolução de problemas. O enfoque STEM, segundo Freitas (2019), tem como ponto central promover o desenvolvimento de habilidades para a resolução de problemas críticos da sociedade.

Um dos objetivos da educação integrada ao STEM é dotar os alunos de conhecimentos e habilidades para entender e gerar soluções para os problemas complexos do mundo moderno, sendo crucial entender as características de problemas complexos e persistentes, bem como os tipos de conhecimento conceitual, práticas epistêmicas e resultados sociais que STEM pode oferecer para resolver esses problemas (Tan et al., 2019).

More et al. (2014), citado por Tan et al. (2019), elaboraram um *framework* para STEM para os professores utilizarem, em sala de aula, visando uma significativa integração das disciplinas STEM, no qual defendiam o uso de contextos do mundo real, desafios e problemas para oferecer oportunidades para os alunos aprenderem de maneira interdisciplinar. Essa integração STEM, na sala de aula, leva em consideração a aprendizagem em Ciências e Matemática usando projetos e práticas de Engenharia, entendendo que com o engajamento a autênticos problemas, os professores enfatizarão a aprendizagem das habilidades do século XXI.

Nesse sentido, o professor deve escolher atividades as quais possibilitem que o estudante seja agente do seu aprender, que incentivem a investigação sobre um tema de interesse para o desenvolvimento do estudante e que estejam ligadas ao mundo moderno, propiciando o aprender a aprender, estabelecendo relações com conhecimentos anteriores, a elaboração e testagem de hipóteses de trabalho.

Kaiber e Groenwald (2008) ressaltam que a aprendizagem por projetos é uma busca organizada de respostas a um conjunto de interrogações em torno de um problema ou tema que seja relevante do ponto de vista social, individual ou coletivo, o qual pode ser trabalhado dentro ou fora da sala de aula com o trabalho cooperativo na comunidade escolar. Essa aprendizagem ultrapassa o campo específico de uma disciplina e, na opinião de Villela (1998), apresenta-se como alternativa metodológica que permite integrar conteúdos de diferentes disciplinas, que se relacionam naturalmente, na tentativa de solucionar e compreender um problema. No desenvolvimento de um projeto, é possível estabelecer relações entre a teoria e a prática da aprendizagem (Martins, 2001), adotar uma atitude positiva de trabalho e de curiosidade frente ao novo (Villela, 1998).

Buscando integrar Matemática e Tecnologias com um tema de interesse ao desenvolvimento de competências nos estudantes, optou-se pelo tema Criptografia,

desenvolveu-se um projeto com estudantes do Ensino Médio, através de atividades com os princípios STEM, o qual está explanado a seguir.

4. Percurso Metodológico

A abordagem metodológica adotada nesta investigação é qualitativa. Para Sampieri, Collado e Lucio (2013), a pesquisa qualitativa possibilita uma análise profunda dos dados, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente e seu entorno, visto que se busca explicar as características e significados das informações obtidas através dos instrumentos de coleta de dados, como a observação não estruturada, as entrevistas e os registros escritos, mas sem a utilização de técnicas estatísticas para compreender as características ou comportamento estudados.

Esta investigação foi desenvolvida em duas etapas. Na primeira, houve reuniões mensais do grupo de pesquisa GECEM, buscando caminhos para a escolha de ações que possibilitassem o desenvolvimento de uma educação nos princípios STEM para estudantes do Ensino Médio e o desenvolvimento de competências que são indicadas para jovens do século XXI. A segunda etapa foi a implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) de um projeto envolvendo Matemática e Tecnologias com o tema Criptografia. Esta investigação está integrada ao projeto Educação Matemática e Tecnologias Digitais do GECEM, aprovado no comitê de ética com o número 20190805171217.

Na segunda etapa, inicialmente, o professor conversou com os alunos sobre o projeto e solicitou que eles realizassem uma pesquisa na internet sobre o tema proposto. Após essa atividade, os alunos foram convidados a conhecer um pouco da história da Criptografia, sendo utilizados pelo professor/pesquisador os recursos do *software* PowerPoint e distribuição de folhas impressas contendo o assunto desenvolvido (Criptografia: definição, cifras monoalfabéticas, cifras polialfabéticas, cifras de substituição e máquinas criptográficas). Em seguida, foi proposto um exemplo envolvendo códigos com o conteúdo matemático de Função Polinomial do 1º Grau. Depois, os alunos tiveram que resolver a decodificação de uma mensagem enviada, a qual foi disponibilizada em material impresso e, no final, os alunos, precisaram enviar uma mensagem codificada a outro grupo, utilizando a função codificadora encontrada na atividade anterior.

No projeto, foram desenvolvidas seis atividades com 18 estudantes de um 3º ano do Ensino Médio. Foi aplicado pelo professor da turma (que é pesquisador do GECEM) de uma escola da rede privada de Educação do município de Farroupilha, Rio Grande do Sul. A escolha dessa instituição ocorreu devido ao fato do primeiro autor ser professor da mesma e ter a autorização para a realização da pesquisa.

As atividades foram desenvolvidas em um ambiente utilizando Tecnologias com a rede social *WhatsApp* para comunicação entre os grupos. Como recurso, para resolver as atividades propostas, foi utilizado o *software Excel*.

As análises realizadas foram fundamentadas nas resoluções dos estudantes participantes do projeto e nas observações participativas do professor, durante o desenvolvimento do mesmo, sendo preenchidos protocolos com as ações desenvolvidas. Os estudantes realizaram atividades, individualmente e em grupos. A turma de 3º ano era formada por 18 alunos, sendo 6 meninas e 12 meninos, com faixa etária de 17 a 18 anos de idade.

Para a análise dos resultados, nas atividades individuais, cada aluno foi denominado por A1, A2, A3, ..., A18. Já, nas atividades em grupo, cada grupo foi nomeado por G1, G2, G3 e G4.

5. Exemplo de projeto integrando Matemática e Tecnologias Digitais com o tema Criptografia

Apesar de as competências abrangerem mais do que apenas conhecimento ensinado, o projeto DeSeCo (OCDE, 2005) sugere que uma competência pode ser aprendida em um ambiente de aprendizagem favorável, o que se buscou no projeto *Comunicação através de Códigos Criptografados*, descrito a seguir.

O tema Criptografia foi escolhido por ser atual, muito utilizado em situações da vida contemporânea e não é um conceito de domínio simples e usual. De acordo com Groenwald, Franke e Olgin (2009, p.41):

O tema Criptografia tem um papel importante, nos dias atuais, pois é utilizado nos recursos humanos (auditoria eletrônica e laque de arquivos de pessoal e pagamentos), em compras e vendas (autenticação de ordens eletrônicas de pagamento), nos processos jurídicos (transmissão digital e custódia de contratos), na automação de escritórios (autenticação e privacidade de informações), no código de verificação do ISBN, nos navegadores de Internet, entre outras situações da vida cotidiana.

No Quadro 2, apresentam-se as atividades desenvolvidas no referido projeto e seu respectivo período de aplicação, totalizando 46 horas de trabalho.

Atividades	Forma de trabalho	Período de resolução	
		Horário Escolar	Horário Extraescolar
1. Apresentação da proposta didática, objetivo e explicação da organização das atividades.	Apresentada pelo professor.	1 hora-aula	-
2. Realização da pesquisa pelos estudantes, na <i>Internet</i> , sobre o conceito de <i>Criptografia</i> e postagem do material elaborado no grupo de <i>WhatsApp</i> .	Pesquisa individual.	-	1 semana 10 horas
3. Apresentação do histórico de Criptografia e discussão de exemplos de situações criptografadas.	Apresentação da história da Criptografia em <i>slides</i> e discussões em grupo.	3 horas-aula	
4. Exemplo de mensagens criptografadas e resolução das mesmas pelos estudantes.	Atividade em grupo.	2 horas-aula	
5. Desafio direcionado aos grupos para decodificação de mensagens criptografadas.	Atividade em grupo, utilizando o <i>WhatsApp</i> como forma de comunicação entre os integrantes de cada grupo.	-	2 semanas 20 horas
6. Desenvolvimento de uma mensagem criptografada e endereçada aos grupos para que fosse descoberto o código.	Atividade em grupo, utilizando o <i>WhatsApp</i> como forma de comunicação entre os integrantes de cada grupo e entre os grupos.	-	1 semana 10 horas

Quadro 2. As atividades do projeto *Comunicação através de Códigos Criptografados*. Fonte: a Pesquisa.

Apresenta-se, na figura 2, o texto discutido e analisado pelo professor e estudantes na atividade 3.

Um pouco da história do tema Criptografia

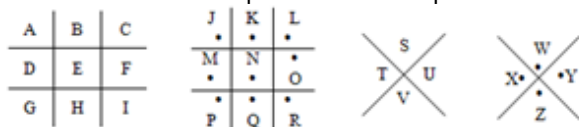
O nome Criptografia vem das palavras gregas *kriptós* que significa escondido, oculto e *graphein* que significa escrita (Singh, 2003). A Criptografia é denominada a arte de escrever em códigos (Tamarozzi, 2001), de forma a permitir que somente o destinatário a decifre e compreenda. Ao longo da história, foram criados mecanismos de codificação, denominados códigos, cifras e senhas, usados para manter o segredo das mensagens a serem enviadas.

Uma das primeiras formas de codificar foi o *Citale* Espartano (SINGH, 2003), que era um aparelho criptográfico militar, que consistia em um bastão de madeira, onde se enrolava uma tira de couro e se escrevia a mensagem em todo o comprimento desse bastão. Segundo o autor, para enviar a mensagem, de forma despercebida, a tira de couro era desenrolada do *Citale* e utilizada como um cinto, com a mensagem voltada para dentro. Como em uma tira de couro a mensagem fica sem sentido, para decifrá-la, era necessário que o receptor tivesse um *Citale* de mesmo diâmetro para enrolar a tira de couro e ler a mensagem.

A cifra monoalfabética, caracterizada pela substituição de uma letra por outra ou por um símbolo, era outra opção utilizada para criptografar uma mensagem. Uma das primeiras cifras monoalfabéticas foi a utilizada por Júlio César, que servia para fins militares e consistia em substituir cada letra da mensagem original por outra que estivesse três casas à frente no mesmo alfabeto. Esse método de criptografia ficou conhecido como Cifra de César.

Para codificar utilizando a Cifra de César, desloca-se cada letra do alfabeto original três casas a frente, ou seja, A corresponde a D, B corresponde a E etc. A palavra “VIDA” codificada apresenta o seguinte texto cifrado “YLGD”. Outro exemplo de Cifra de substituição monoalfabética foi a Cifra do Chiqueiro, utilizada pelos maçons livres para guardar seus segredos (Singh, 2003). A cifra consiste em substituir uma letra por um símbolo, seguindo o padrão apresentado a seguir.

Padrão utilizado pela Cifra do Chiqueiro



A codificação da Cifra do Chiqueiro é realizada encontrando a posição da letra em uma das quatro grades da figura 7 e desenhando a porção da grade que representa a letra a ser codificada. Por exemplo, codificando

a palavra “BELA” tem-se “ ”.

Como a Cifra de César era de substituição de letras, facilmente decodificada por criptoanalistas por apresentar 26 chaves em potencial, a solução encontrada no século XVI, foi a cifra polialfabética, criada pelo diplomata francês Blaise Vigenère, denominada Cifra de Vigenère e que seguia o mesmo princípio da Cifra de César, porém eram utilizados 26 alfabetos cifrados para codificar e decodificar uma mensagem, conforme mostra o quadro a seguir.

Quadro da Cifra de Vigenère.

Alfabeto Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
2	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
3	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
4	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
5	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
6	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
7	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
8	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
9	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
10	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
12	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
13	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
14	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
15	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
16	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
17	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
18	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
19	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
20	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T

21	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
22	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
23	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
24	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
25	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
26	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Como os jovens apaixonados da Inglaterra vitoriana não podiam expressar seu amor publicamente, eles começaram a trocar mensagens codificadas através dos jornais, em colunas dedicadas às mensagens dos leitores. Essas colunas ficaram conhecidas como “colunas de óbito” (Singh, 2003). Charles Babbage e seus amigos, Sir Wheatstone e o barão Lyon Playfair, foram os criadores da Cifra de Playfair.

A Cifra de Playfair substitui cada par de letras da mensagem a ser codificada por outro par de letras. Para codificar, primeiramente escolhe-se uma palavra-chave, por exemplo, “ULBRA”. Antes da cifragem, as letras do alfabeto são escritas em um quadrado 5X5, começando com a palavra chave e combinando as letras I e J em um único elemento, conforme o quadro a seguir.

Quadro da Cifra de Playfair.

U	L	B	R	A
C	D	E	F	G
H	I/J	K	M	N
O	P	Q	S	T
V	W	X	Y	Z

A mensagem original é escrita em pares de letras, ou dígrafos. As duas letras, em qualquer dígrafo, devem ser diferentes, o que se consegue inserindo, por exemplo, uma letra x, caso apareçam letras iguais ou se o número de letras for ímpar. A cifragem começa da seguinte forma: se as duas letras estiverem na mesma linha, elas são substituídas pela letra imediatamente à direita de cada uma delas. Se uma delas estiver no final da linha, ela é substituída pela letra que está no começo da linha. Se ambas as letras estiverem na mesma coluna, elas serão substituídas pela letra que está imediatamente abaixo de cada uma e, nesse caso, se uma das letras for a última da coluna, será substituída pela letra que está no topo da coluna.

Se as letras no dígrafo não estiverem, nem na mesma linha, nem na mesma coluna, tem-se a seguinte regra: para cifrar a primeira letra, olhe ao longo de sua linha até chegar à coluna em que está a segunda letra; a letra que estiver nessa intersecção irá substituir a primeira letra. Para cifrar a segunda letra, utilize o mesmo raciocínio. Para codificar a palavra “BEIRAL”, organizam-se as letras aos pares, “BE-IR-AL”, e se utilizam as regras indicadas, chegando a “EK-ML-UB”.

Em 1918, foi introduzido o ADFGVX, uma cifra de guerra que se acreditava dar maior segurança às mensagens a serem enviadas, pois se tratava de uma cifra de substituição e transposição (consiste em rearranjar as letras da mensagem, gerando um anagrama). Foi utilizada pelos alemães, que acreditavam fosse imbatível, mas o criptoanalista Georges Painvin quebrou a Cifra ADFGVX e descobriu onde os alemães atacariam (Singh, 2003). As letras ADFGVX foram escolhidas porque, quando traduzidas para os pontos e traços do código Morse, diminui a possibilidade de erros durante a transmissão.

A Cifra ADFGVX, para codificar, utiliza uma grade 6x6, preenchida com 36 quadrados, onde se colocam as 26 letras do alfabeto e 10 algarismos. Na primeira linha e coluna, colocam-se as letras A, D, F, G, V e X, conforme o quadro a seguir.

Quadro da Cifra ADFGVX

	A	D	F	G	V	X
A	8	P	3	D	1	N
D	L	T	4	O	A	H
F	7	K	B	C	5	Z
G	J	U	6	W	G	M
V	X	S	V	I	R	2
X	9	E	Y	0	F	Q

Inicia-se a codificação pegando cada letra da mensagem a ser enviada, localizando a sua posição na grade, e substitui-se pelas letras da linha e da coluna, por exemplo, d será substituído por AG. A palavra “TELA” tem, como texto cifrado “DDXDDADV”.

De acordo com Singh (2003), com o avanço da Criptografia, Alberti foi o criador da primeira máquina criptográfica, o Disco de Cifras. Consiste em dois discos de cobre, um maior que o outro, com as letras do alfabeto fixas ao longo dos discos, onde uma letra do texto normal se transformava em outra letra no texto cifrado.

Em 1918, o inventor Artur Scherbius e seu amigo Richard Ritter fundaram uma empresa. Um dos projetos de Artur Scherbius era substituir os sistemas criptográficos usados na primeira guerra mundial. Então, utilizando a tecnologia do século XX, ele desenvolveu uma máquina criptográfica, que era uma versão elétrica do disco

de cifras, a qual recebeu o nome de Enigma. Para decifrar uma mensagem da Enigma, o destinatário precisaria ter outra Enigma e uma cópia do livro de códigos, contendo o ajuste inicial dos misturadores para cada dia.

Em 1943, foi projetado o Colossus, computador utilizado, durante a Segunda Guerra Mundial, para decodificar os códigos criados pela Enigma.

O Colossus deu início a uma era moderna da criptografia, na qual os computadores eram programados com chaves de codificação muito mais complexas do que as utilizadas pela Enigma. Essa nova técnica de criptografia era de uso exclusivo do governo e de militares para guardar informações.

Como as cifras de substituição sofriam constantes ataques dos criptoanalistas, começou-se a utilizar os computadores, os quais utilizavam criptografias complexas, mas não apresentavam, ainda, a segurança necessária para não serem invadidos por pessoas que não deveriam ter acesso aos códigos de criptagem contidos nele. Para solucionar esse problema, foram criados dois algoritmos de codificação, o DES (sistema de chave secreta) e o RSA (sistema de chave pública).

Figura 2. Histórico da Criptografia. Fonte: adaptado de Olgin (2011, 2015).

Na figura 3, apresenta-se a atividade 4, com exemplos de mensagens propostas pelo professor para serem decodificadas pelos estudantes.

Exemplo de Código com Função do 1º Grau

Decodifique a mensagem:
“8/63/28/38/93/48/8/148/153/18/78/68/83/8/93/103/48/63/43/28/153/18/78/68/153/103/78/78/23/78/98/143”

Utilizando o alfabeto criptográfico, sabendo que a função codificadora é $f(x) = ax + b$ e que a mensagem começa com um sinônimo para a palavra contentamento, por exemplo “euforia, alegria, felicidade, satisfação”.

Alfabeto criptográfico

A	B	C/Ç	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

W	X	Y	Z	!	.	,	*	-	:	?
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

Observação: o símbolo “*” representa espaço entre as palavras.

Decodificação da mensagem
 Informação relevante: A = 1, B = 2, C/Ç = 3, A mensagem começa com um sinônimo para a palavra contentamento e a função $f(x) = ax + b$.
 Texto codificado:
 8/63/28/38/93/48/8/148/153/18/78/68/83/8/93/103/48/63/43/28/153/18/78/68/153/103/78/78/23/78/98/143
 Para decodificar, precisa-se encontrar a função cifradora, também denominada *chave de codificação*. Conhecendo a chave de codificação, para cada número da sequência numérica do texto original, calcula-se a imagem a função.
 Observe que foi mencionado, na atividade, que a mensagem começa com o sinônimo da palavra contentamento, então vamos tentar a palavra “EUFORIA”.
 De acordo com o alfabeto, E = 5 e U = 21.
 Para a letra E = 5, na função $f(x) = ax + b$, tem-se: $f(5) = a5 + b$
 Na função, o primeiro número da mensagem a ser decodificada é 8, então $f(5) = 8$: $f(5) = a5 + b \rightarrow 8 = a5 + b$.
 A letra U = 21, na função $f(x) = ax + b$, tem-se: $f(21) = a21 + b$
 O segundo número da mensagem a ser decodificada é 63, então $f(21) = 63$: $f(21) = a21 + b \rightarrow 63 = a21 + b$
 Com as duas equações, encontram-se os parâmetros da função: $\begin{cases} 8 = a5 + b \\ 63 = a21 + b \end{cases}$
 Resolvendo o sistema, se encontra $a = \frac{55}{16}$ e $b = -\frac{147}{16}$. Então, a função pode ser: $f(x) = \frac{55}{16}x - \frac{147}{16}$.
 Para decodificar, utiliza-se a função inversa de $f(x) = \frac{55}{16}x - \frac{147}{16}$, que corresponde a $f^{-1}(x) = \frac{16x+147}{55}$.
 Para $x = 28$, se tem: $f^{-1}(8) = \frac{448+147}{55} = \frac{595}{55} = \frac{119}{11}$.
 Como o número $\frac{119}{11}$, não tem no alfabeto criptográfico. Logo $f(x) = \frac{55}{16}x - \frac{147}{16}$, não corresponde a função de codificação.
 Se começa com o sinônimo da palavra contentamento, então vamos tentar agora utilizando a palavra “ALEGRIA”. De acordo com o alfabeto, se sabe: A = 1 e L = 12.
 A letra A = 1, na função $f(x) = ax + b$, tem-se: $f(1) = a1 + b$

O primeiro número da mensagem a ser decodificada é 8, então $f(1) = 8$: $f(1) = a1 + b \rightarrow 8 = a1 + b$
 A letra L = 12, na função $f(x) = ax + b$, tem-se: $f(12) = a12 + b$
 O segundo número da mensagem a ser decodificada é 63, então $f(12) = 63$: $f(12) = a12 + b \rightarrow 63 = a12 + b$
 Com as duas equações, encontram-se os parâmetros da função: $\begin{cases} 8 = a1 + b \\ 63 = a12 + b \end{cases}$
 Resolvendo o sistema, encontra-se que $a = 5$ e $b = 3$. Então, a função pode ser: $f(x) = 5x + 3$.
 Para decodificar, utiliza-se a função inversa de $f(x) = 5x + 3$, que corresponde a $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{5}$.
 Para $x = 8$, se tem: $f^{-1}(8) = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$. Como número 1, está no alfabeto criptográfico. Logo $f^{-1}(8) = 1$, então o 8 corresponde ao número 1, que se refere à letra A.
 Para $x = 63$, se tem: $f^{-1}(63) = \frac{63-3}{5} = \frac{60}{5} = 12$. Como o número 12, está no alfabeto criptográfico. Logo $f^{-1}(63) = 12$, então o 63 corresponde ao número 12, que se refere à letra L.
 Para $x = 28$, se tem: $f^{-1}(28) = \frac{28-3}{5} = \frac{25}{5} = 5$. Como o número 5 encontra-se no alfabeto criptográfico. Logo $f^{-1}(28) = 5$, então o 28 corresponde ao número 5, que se refere à letra E.
 Logo, pode-se dizer que a função $f(x) = 5x + 3$ é a função codificadora. Determine as demais letras decodificadas. **Qual é a mensagem?**

Figura 3. Atividade introdutória envolvendo código com Função Linear. Fonte: a pesquisa.

A atividade 5 consistiu em um desafio no qual os estudantes deveriam descobrir um código de 4 dígitos que possibilitaria abrir o cadeado de um baú. Cada grupo recebeu uma mensagem que indicava um dígito e as posições do número a ser descoberto. Apresentam-se, na figura 4, as mensagens criptografadas propostas aos grupos de estudantes.

1º) Será distribuída a cada grupo uma mensagem codificada.

GRUPO 1: 7/33/29/63/11/21/5/61/63/21/39/13/21/63/9/33/31/43/5/39/63/45/29/63/41/13/17/39/13/11/33/63/5/63/47/33/9/13/41/59/35/5/39/5/63/21/41/41/33/61/63/11/13/41/9/45/7/39/5/29/63/33/41/63/11/21/17/21/43/33/41/63/37/45/13/63/9/33/29/35/33/13/29/63/33/63/9/33/11/21/17/33/63/11/33/63/9/5/11/13/5/11/33/63/37/45/13/63/17/45/5/39/11/5/63/5/63/29/13/31/41/5/17/13/29/59/63/31/33/63/9/5/11/13/5/11/33/61/63/33/63/37/45/5/39/43/33/63/11/21/17/21/43/33/63/13/63/11/33/21/41/59

GRUPO 2: 3/25/85/88/58/13/40/22/43/88/61/37/88/55/13/19/52/13/10/43/88/49/61/13/88/46/52/13/7/25/55/43/88/7/43/37/46/1/52/58/25/34/22/1/52/88/7/43/37/88/64/43/7/13/55/82/88/46/1/52/1/88/25/55/55/43/85/88/10/13/55/7/61/4/52/1/37/88/43/55/88/10/25/19/25/58/43/55/88/49/61/13/88/7/43/37/46/43/13/37/88/43/88/7/43/10/25/19/43/88/10/43/88/7/1/10/13/1/10/43/49/61/13/88/19/61/1/52/10/1/88/1/88/37/13/40/55/1/19/13/37/82/55/1/4/13/91/55/13/88/49/61/13/88/40/43/88/7/1/10/13/1/10/43/88/43/88/58/13/53/7/13/25/52/43/88/10/25/19/25/58/43/88/13/88/7/25/40/7/43/82

GRUPO 3: 57/45/1/113/117/81/49/117/73/17/25/69/17/13/57/117/21/57/33/117/17/73/9/57/53/13/33/13/57/117/13/17/117/85/57/9/17/73/113/117/61/1/69/1/117/17/53/9/57/53/77/69/1/121/45/57/117/13/17/73/9/81/5/69/1/49/117/57/73/117/13/33/25/33/77/57/73/117/65/81/17/117/9/57/49/61/57/17/49/117/57/117/9/57/13/33/25/57/117/13/57/117/9/1/13/17/1/13/57/117/65/81/17/117/25/81/1/69/13/1/117/1/117/49/17/53/73/1/25/17/49/109/117/57/5/73/17/69/85/17/117/65/81/17/117/53/57/117/9/1/13/17/1/13/57/117/57/117/61/69/33/49/17/33/69/57/117/13/33/25/33/77/57/117/17/117/53/57/85/17/109

GRUPO 4: 3/29/1/59/39/1/35/7/9/57/59/31/35/9/5/17/37/29/59/5/29/27/39/1/35/59/41/25/59/37/9/13/35/9/7/29/59/1/59/43/29/5/9/37/57/59/31/1/3/1/59/9/27/5/29/27/39/35/1/61/23/29/59/7/9/37/5/41/3/35/1/25/59/29/37/59/7/17/13/13/17/39/29/37/59/33/41/9/59/5/29/25/31/29/9/25/59/29/59/5/29/7/17/13/29/59/7/29/59/5/17/9/1/7/29/59/33/41/9/59/13/41/1/35/7/1/59/1/59/25/9/27/37/1/13/9/25/55/59/29/59/37/9/13/41/27/7/29/59/7/17/13/17/39/29/59/7/29/59/5/17/9/1/7/29/59/9/59/39/35/9/37/55

2º) Serão fornecidas as seguintes “dicas” aos grupos para realizarem a decodificação da mensagem recebida.

Dica 1: Toda mensagem inicia com uma saudação, que pode ser: oi, bom dia, boa tarde, boa noite, olá.

Dica 2: Foi utilizado o alfabeto a seguir para codificar a mensagem.

ALFABETO CRIPTOGRÁFICO

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
W	X	Y	Z	!	.	,	*	-	:	?

23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Dica 3: A chave de codificação é baseada em uma função do 1º grau " $f(x) = ax + b$ ".
Dica 4: Para separar as letras da mensagem, foi utilizada uma barra "/".

Figura 4. Atividade de decodificação com Função Linear. Fonte: a pesquisa.

Para realizar a decodificação de cada mensagem, é necessário encontrar a chave de codificação (Função Linear). Após, determinar a chave de decodificação (Inversa da Função Linear), para encontrar a mensagem original (Quadro 2).

<p>Mensagem codificada do Grupo 1: 7/33/29/63/11/21/5/61/63/21/39/13/21/63/9/33/31/43/5/39/63/45/29/63/41/13/17/39/13/11/33/63/5/63/47/33/9/13/41/59/35/5/39/5/63/21/41/41/33/61/63/11/13/41/9/45/7/39/5/29/63/33/41/63/11/21/17/21/43/33/41/63/37/45/13/63/9/33/29/35/33/13/29/63/33/63/9/33/11/21/17/33/63/11/33/63/9/5/11/13/5/11/33/63/37/45/13/63/17/45/5/39/11/5/63/5/63/29/13/31/41/5/17/13/29/59/63/31/33/63/9/5/11/13/5/11/33/61/63/33/63/37/45/5/39/43/33/63/11/21/17/21/43/33/63/13/63/11/33/21/41/59</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 2x + 3$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x-3}{2}$</p> <p>Mensagem decodificada: Bom dia, vou contar um segredo a vocês. Para isso, descubram os dígitos que compõem o código do cadeado que guarda a mensagem. No cadeado, o quarto dígito é dois.</p>
<p>Mensagem codificada Grupo 2: 3/25/85/88/58/13/40/22/43/88/61/37/88/55/13/19/52/13/10/43/88/49/61/13/88/46/52/13/7/25/55/43/88/7/43/37/46/1/52/58/25/34/22/1/52/88/7/43/37/88/64/43/7/13/55/82/88/46/1/52/1/88/25/55/55/43/85/88/10/13/55/7/61/4/52/1/37/88/43/55/88/10/25/19/25/58/43/55/88/49/61/13/88/7/43/37/46/43/13/37/88/43/88/7/43/10/25/19/43/88/10/43/88/7/1/10/13/1/10/43/49/61/13/88/19/61/1/52/10/1/88/1/88/37/13/40/55/1/19/13/37/82/55/1/4/13/91/55/13/88/49/61/13/88/40/43/88/7/1/10/13/1/10/43/88/43/88/58/13/53/7/13/25/52/43/88/10/25/19/25/58/43/88/13/88/7/25/40/7/43/82</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 3x - 2$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x+2}{3}$</p> <p>Oi, tenho um segredo que preciso compartilhar com vocês. Para isso, descubram os dígitos que compõem o código do cadeado que guarda a mensagem. Sabe-se que, no cadeado, o terceiro dígito é cinco.</p>
<p>Mensagem codificada do Grupo 3: 57/45/1/113/117/81/49/117/73/17/25/69/17/13/57/117/21/57/33/117/17/73/9/57/53/13/33/13/57/117/13/17/117/85/57/9/17/73/113/117/61/1/69/1/117/17/53/9/57/53/77/69/1/121/45/57/117/13/17/73/9/81/5/69/1/49/117/57/73/117/13/33/25/33/77/57/73/117/65/81/17/117/9/57/49/61/57/17/49/117/57/117/9/57/13/33/25/57/117/13/57/117/9/1/13/17/113/57/117/65/81/17/117/25/81/1/69/13/1/117/117/49/17/53/73/1/25/17/49/109/117/57/5/73/17/69/85/17/117/65/81/17/117/53/57/117/9/113/17/113/57/117/57/117/57/117/61/69/33/49/17/33/69/57/117/13/33/25/33/77/57/117/17/117/53/57/85/17/109</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 4x - 3$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x+3}{4}$</p> <p>Olá, um segredo foi escondido de vocês. Para encontrá-lo, descubram os dígitos que compõem o código do cadeado que guarda a mensagem. Observem que, no cadeado, o primeiro dígito é nove.</p>
<p>Mensagem codificada do Grupo 4: 3/29/1/59/39/1/35/7/9/57/59/31/35/9/5/17/37/29/59/5/29/27/39/1/35/59/41/25/59/37/9/13/35/9/7/29/59/1/59/43/29/5/9/37/57/59/31/1/3/1/59/9/27/5/29/27/39/35/1/61/23/29/59/7/9/37/5/41/3/35/1/25/59/29/37/59/7/17/13/13/17/39/29/37/59/33/41/9/59/5/29/25/31/29/9/25/59/29/59/5/29/7/17/13/29/59/7/29/59/5/17/9/1/7/29/59/33/41/9/59/13/41/1/35/7/1/59/1/59/25/9/27/37/1/13/9/25/55/59/29/59/37/9/13/41/27/7/29/59/7/17/13/17/39/29/59/7/29/59/5/17/9/1/7/29/59/9/59/39/35/9/37/55</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 2x - 1$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x+1}{2}$</p> <p>Boa tarde, preciso contar um segredo a vocês. Para encontrá-lo, descubram os dígitos que compõem o código do cadeado que guarda a mensagem. O segundo dígito do cadeado é três.</p>

Quadro 2. Decodificação das mensagens. Fonte: a pesquisa.

Depois que os estudantes descobriram o código e decodificaram a mensagem, tiveram que criar uma mensagem criptografada com o dígito descoberto e enviar aos outros grupos. Cada grupo precisou descobrir o código das mensagens recebidas, decodificá-las e descobrir o número de 4 dígitos que abria o cadeado. O grupo que primeiro descobriu todos os dígitos abriu o cadeado.

6. Análise dos resultados do projeto Comunicação através de Códigos Criptografados

A primeira atividade envolvia a pesquisa, na *Internet*, sobre o conceito de Criptografia. Todos os alunos realizaram e compartilharam seus textos no grupo de *WhatsApp* da turma para que todos pudessem conversar sobre as informações que haviam encontrado (Figura 5).

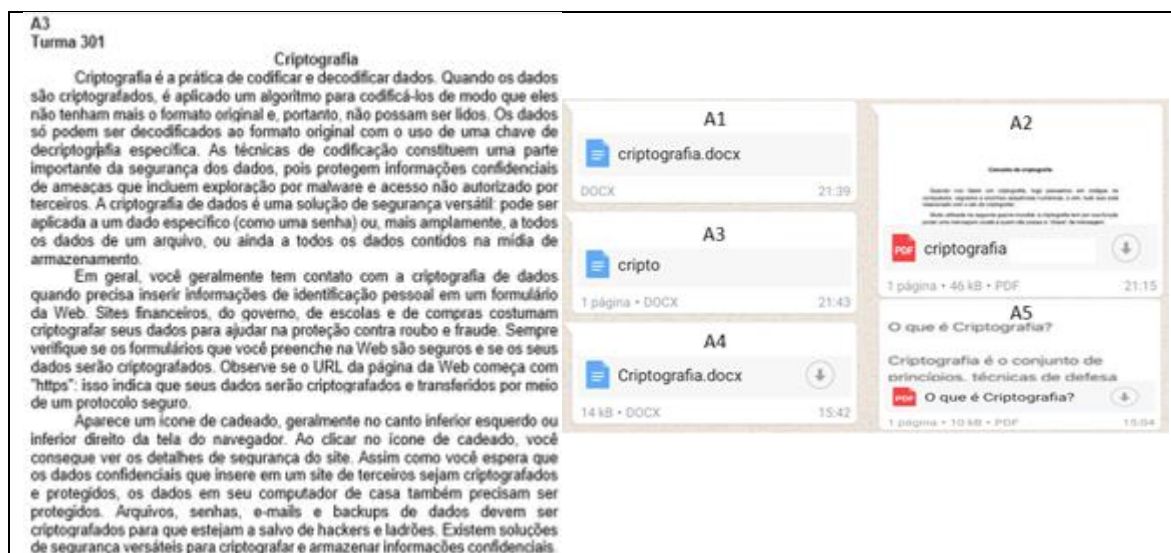


Figura 5. Pesquisa sobre o tema Criptografia realizada pelos alunos. Fonte: os alunos A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A10.

Essa atividade permitiu aos alunos conversarem a respeito do tema Criptografia e discutirem sobre essa temática frente aos avanços tecnológicos. Percebeu-se, nessa atividade, o envolvimento dos alunos na elaboração do material escrito, bem como a organização dos mesmos para disponibilizar um texto claro para os colegas. Em conformidade com Sanders (2009) e Cachapuz, Sá-Chaves e Paixão (2004), foi uma oportunidade que os alunos tiveram de buscar seu conhecimento a respeito do tópico solicitado. Nesse processo, propiciou-se o desenvolvimento da capacidade de pesquisar, compreender, sintetizar e comunicar. A atividade também oportunizou utilizar ferramentas interativamente, pois os alunos pesquisaram na *internet* e socializam o resultado de sua pesquisa no grupo de *WhatsApp* da turma e interagiram entre eles, conforme salienta a Comissão Europeia (2018).

Na aula seguinte, o professor apresentou a história da Criptografia e suas aplicações. A atividade 3 possibilitou aos alunos conhecer e praticar os métodos utilizados para manter o segredo de informações. Dessa forma, apresentar os diferentes tipos de códigos utilizados ao longo da história permitiu aos alunos conhecer as diferentes estratégias que serviram de base para a Criptografia moderna, relacionando com o que haviam pesquisado.

O exemplo da atividade 4 envolvendo códigos com *Função Linear* foi desenvolvido, em sala de aula, mas os alunos que não terminaram a decodificação puderam postar no *WhatsApp*. Quatro alunos tiveram dúvidas quanto à possibilidade de ter números racionais nos coeficientes da função-chave e, ocorrendo essa possibilidade, se teriam que realizar o arredondamento do número.

Nos comentários realizados no grupo do *WhatsApp*, percebeu-se a questão do desenvolvimento do espírito crítico mencionado por Cachapuz, Sá-Chaves e Paixão (2004). Como exemplo, cita-se o aluno A2, que estava com dúvida sobre ter que arredondar os valores encontrados. Ele postou no grupo um retorno dizendo que, para resolver a questão, não é necessário arredondar, ou seja, o aluno postou uma dúvida, mas antes do professor dar um retorno, ele refletiu novamente sobre a questão, utilizou seus conhecimentos matemáticos para, então, concluir que não era necessário arredondar.

O aluno A2 ainda acrescentou, na postagem do *WhatsApp*, a resolução que havia encontrado (Figura 9).

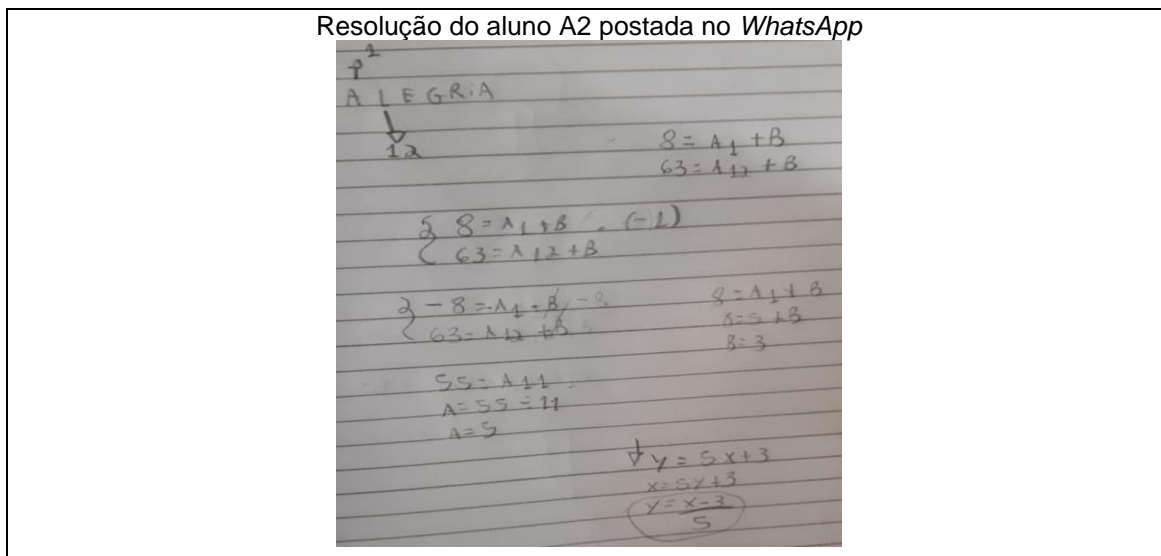


Figura 9. Conversa no *WhatsApp* com A2. Fonte: o aluno A2.

Na Figura 10, apresentam-se os cálculos realizados pelo aluno A3 para encontrar a função de codificação, considerando que a mensagem começa com a palavra “Euforia”. Como encontraram os valores dos coeficientes da função como números racionais, ficaram na dúvida se precisavam passar para decimais e realizar algum arredondamento.

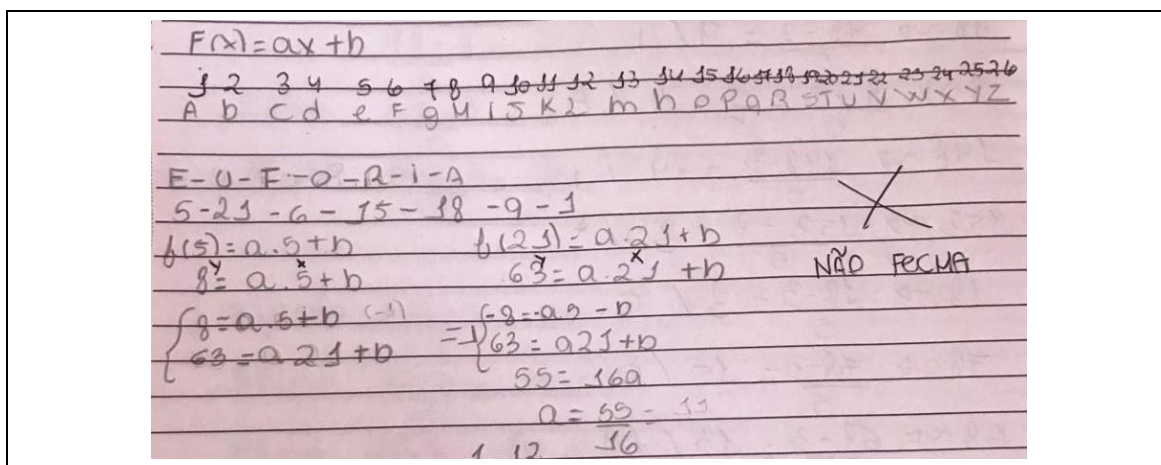


Figura 10. Resolução dos alunos do exemplo de código com Função Linear. Fonte: aluno A3.

Os alunos testaram a função inversa $f^{-1}(x) = \frac{16x+147}{55}$ para encontrar os três primeiros dígitos e verificaram que não retornava o número 6, correspondente à letra F, quando se calculava a função inversa para o número 28. Logo, eles perceberam que a palavra inicial poderia não ser “Euforia”.

Após a realização dessa atividade, o professor forneceu, em uma folha impressa, a atividade 5, para cada grupo, com uma mensagem codificada e as dicas para a decodificação. Para decodificar a mensagem, os alunos de cada grupo se comunicaram pelo *WhatsApp* para resolver e enviaram ao professor um *WhatsApp* com a foto dos cálculos e a mensagem decodificada (Figura 11).

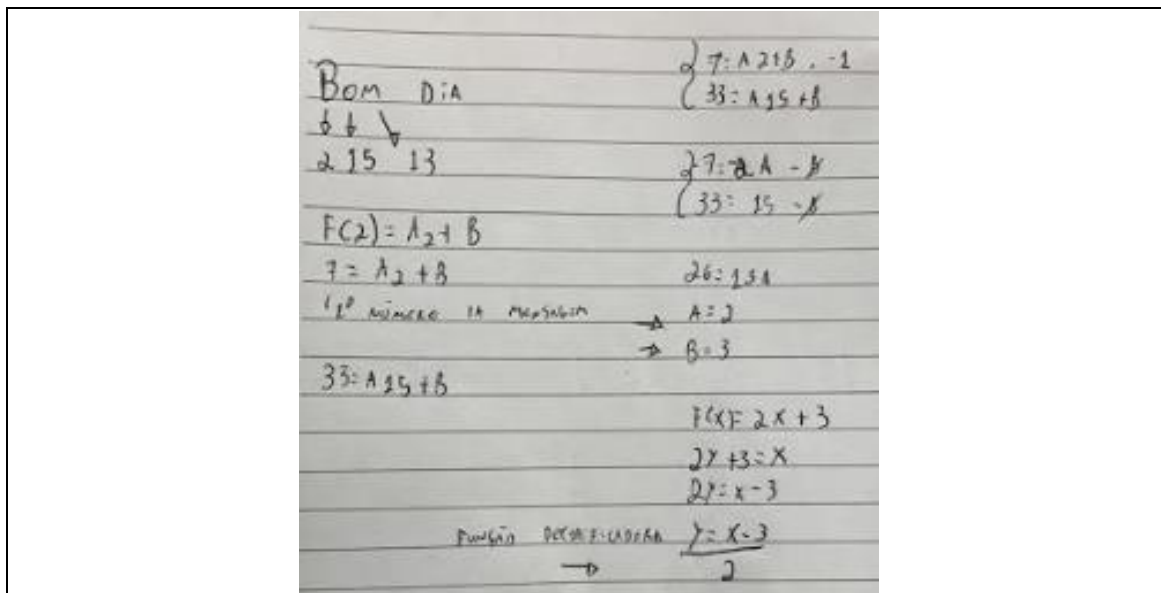


Figura 11. Resolução do grupo G4. Fonte: alunos do grupo G4.

Identifica-se, na resolução apresentada pelo grupo G4, que os alunos aplicaram os conhecimentos matemáticos de forma correta, fazendo uso das informações fornecidas na situação-problema. Observa-se que atribuíram números para cada letra da palavra inicial selecionada por eles. Após, utilizaram a informação da chave de codificação, que é uma função linear e, utilizando sistemas de equações, encontraram os coeficientes da função e, em seguida, determinaram a função inversa, demonstrando saber aplicar o pensamento matemático para resolver problemas envolvendo a temática Criptografia (Comissão Europeia, 2007).

Com o número secreto encontrado e as informações para a codificação e decodificação da mensagem, cada grupo criou uma nova mensagem e a codificaram, usando a Função Afim por eles encontrada. Ao término dessa atividade, cada grupo as encaminhou via WhatsApp para os demais grupos de estudantes.

As mensagens criadas e codificadas pelos grupos são apresentadas no quadro da Figura 13.

<p>Mensagem do Grupo 1: 7/33/29/11/21/5/61/19/33/23/13/63/35/13/27/5/63/29/5/31/19/5/63/47/21/63/45/29/5/63/17/39/5/47/21/11/5/63/11/13/17/39/5/47/21/11/5/63/11/13/63/17/13/29/13/33/41/63/31/5/63/37/45/5/39/43/5/63/35/33/41/21/9/5/33/63/11/13/63/45/29/5/63/15/21/27/5/63/31/33/63/9/5/15/13</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 2x + 3$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x-3}{2}$</p> <p>Mensagem decodificada: Bom dia, hoje de manhã vi uma grávida de gêmeos na quarta posição de uma fila no café.</p>
<p>Mensagem do Grupo 2: 110/89/12/208/215/19/110/12/215/145/12/131/33/40/201/145/40/103/61/110/215/152/96/215/12/138/138/152/103/145/110/215/26/110/103/47/68/33/40/103/26/68/12/89/215/117/12/131/12/215/26/110/96/117/12/131/145/68/89/61/12/131/201/215/103/110/138/138/110/54/131/152/117/110/215/33/40/138/26/110/19/131/68/152/215/152/96/215/103/152/96/40/131/110/208/215/110/215/124/152/12/89/215/110/215/145/40/131/26/40/68/131/110/215/40/89/40/96/40/103/145/110/215/33/110/215/26/110/33/68/54/110/208/215/40/215/26/110/96/117/110/138/145/110/215/117/110/215/26/68/103/26/110/215/89/40/145/131/12/138/208/215/47/110/131/96/12/103/33/110/215/110/103/152/96/40/131/110/215/26/68/103/26/110/201/229/33</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 7x + 5$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x-5}{7}$</p> <p>Mensagem decodificada: Olá, boa tarde. Tenho um assunto confidencial para compartilhar com você e o restante de seu grupo. Nosso grupo descobriu um código, no qual o terceiro elemento é composto por cinco letras, formando, assim, um número cinco.</p>
<p>Mensagem do Grupo 3: 11/102/88/207/25/60/4/193/207/95/32/130/130/32/207/151/60/95/137/32/207/25/32/207/130/32/137/32/88/11/123/102/200/207/39/102/60/207/102/207/109/123/60/88/32/60/123/102/207/88/32/130/207/32/88/207/32/88/207/137/144/32/207/25/4/95/18/32/60/207/95/144/88/207/18/137/46/193</p> <p>Chave codificadora: $f(x) = 7x - 3$ Chave decodificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x+3}{7}$</p>

Mensagem decodificada: Bom dia. Nesse 20 de setembro, foi o primeiro mês em que dancei num CTG.
Mensagem do Grupo 4: 29/23/1/59/5/35/17/1/27/5/1/7/1/57/27/1/29/59/41/37/9/59/7/35/29/13/1/37/59/39/29/25/9/59/39/9/37/59/7/1/27/29/27/9/55
Chave codificadora: $f(x) = 2x - 1$ Chave codificadora: $f(x)^{-1} = \frac{x+1}{2}$
Mensagem decodificada: Olá, criançada, não use drogas, tome três Danones.

Figura 13. Mensagens criadas por cada grupo. Fonte: a pesquisa.

Com as mensagens postadas no grupo do *WhatsApp*, os alunos realizaram a decodificação, utilizando os critérios já mencionados. Para isso, determinaram a função geradora da mensagem e a sua inversa (Figura 14).

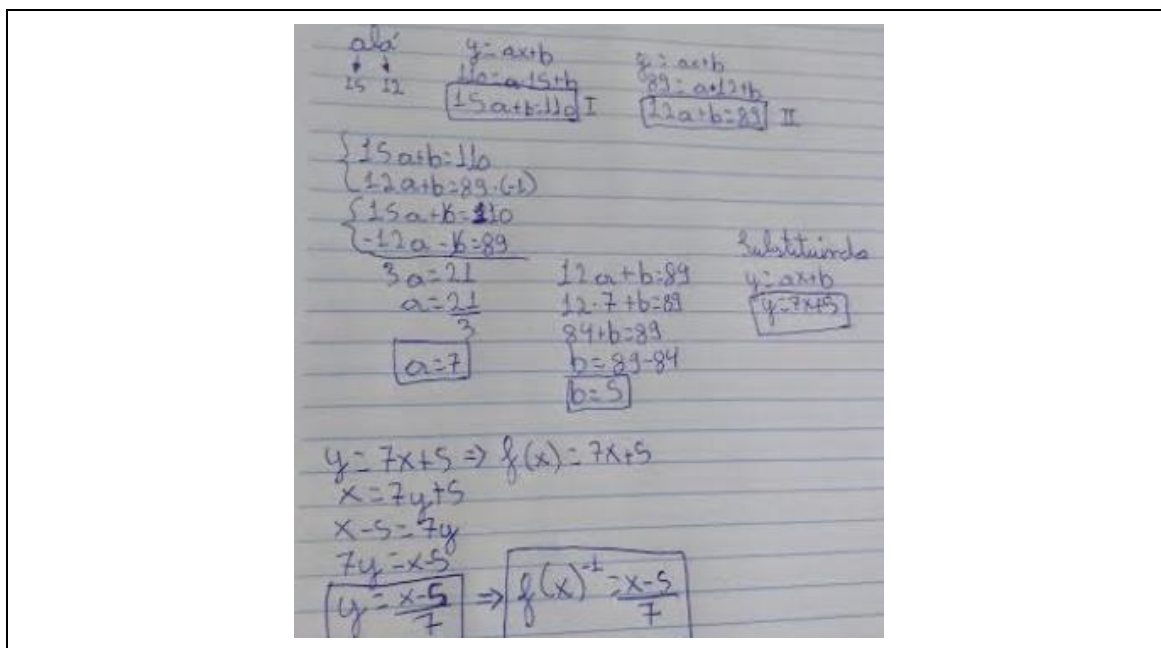


Figura 14. Resolução do grupo G2. Fonte: alunos do grupo G2.

Observa-se, na resolução apresentada pelo grupo G2, que os alunos não apresentaram dificuldades na atividade, utilizaram conceitos, definições e procedimentos adequados relacionados à *Função Afim* e sua função inversa.

Ressalta-se que, na atividade 6, os grupos G2, G3 e G4 construíram novas chaves de codificação e iniciaram a mensagem com uma das possibilidades de senha que foram apresentadas: “Oi, Olá, Bom dia, Boa tarde”.

Outro fato relevante foi observado na mensagem postada pelo grupo G4, na qual mencionam que, a mensagem por eles criada apresentava apenas o número da senha, porém não colocaram a posição. Esse fato foi percebido pelos integrantes do Grupo G3, os quais foram os primeiros a terminarem a decodificação da mensagem. Esses estudantes relataram ao professor esse fato.

Estudante A8: Professor, na mensagem do grupo 4 está faltando a posição do número no código.

Professor: Já comentei esse fato com o grupo e eles devem alterar alguma coisa na mensagem. Porém, é necessário saber a posição desse número?

Estudante A14: Não é necessário saber se tiver os outros números e a posição deles, a que faltar vai ser a posição do número.

Dessa forma, os alunos do grupo G3 decodificaram as outras mensagens e perceberam que não era necessário saber a posição do dígito enviado pelo grupo G4. Esse grupo de estudantes foi o primeiro a decodificar todas as mensagens e apresentar o código que abre o cadeado.

Após esse momento, foi realizada uma discussão com os alunos, retomando o tema Criptografia e a importância que esse tema possui para a segurança pessoal, industrial, bancária e tecnológica.

7. Considerações finais

Segundo a Comissão Europeia (2018), a educação e a formação são parte da solução para que mais pessoas encontrem empregos decentes, respondam melhor às necessidades da economia em matéria de competências e aumentem a resiliência da Europa. Entende-se que esta afirmação se aplica a todos os países do mundo e, no caso, ao Brasil.

Salienta-se, ainda, como fundamental para o desenvolvimento dos países: “As sociedades e economias dependem, em grande medida, de pessoas altamente qualificadas e competentes. Competências como a criatividade, o espírito crítico, a iniciativa e a resolução de problemas são muito importantes para fazer face à complexidade e às mudanças das sociedades atuais” (Comissão Europeia, 2018, p.2).

Considera-se fundamental a afirmação de Sá e Paixão (2015) de que é muito importante o reconhecimento da comunidade política e acadêmica internacional de que as aprendizagens de conteúdos científicos são imprescindíveis para a formação de cidadãos que compreendem a complexidade e multidimensionalidade das questões científicas da atualidade e que, para isso, é necessário o domínio das Ciências e da Tecnologia.

Nesse sentido, é necessário buscar por caminhos metodológicos para que os estudantes da escola básica se tornem adultos competentes. Para isso, é importante desenvolver pesquisas com projetos que incentivem os jovens a buscarem carreiras ligadas ao STEM e que seja possível o desenvolvimento de competências que permitam a formação do cidadão autônomo e atuante na sociedade, com responsabilidade, compromisso e competência para tal.

O desenvolvimento de projetos, nos quais o estudante atue com atividades desafiadoras, inovadoras e que integrem as áreas STEM é um caminho para o desenvolvimento das competências referidas.

O projeto realizado proporcionou o desenvolvimento das competências de aprender a aprender, investigar e apropriar-se de uma temática nova e de interesse para viver no mundo moderno, aplicar os conhecimentos matemáticos em situações reais, utilizar recursos tecnológicos (uso da internet para realizar pesquisa, *software Excel* para resolver e comparar as respostas encontradas para as atividades, *WhatsApp* para comunicar-se), trabalhar em grupo com persistência para a resolução de um problema.

Os temas de Matemática que foram abordados e revisitados nas atividades foram: conceito de função, função inversa, domínio, imagem e contradomínio de funções, função afim.

Finalizando, concorda-se com Rasi (2018) que as habilidades do século XXI têm sido usadas como um termo genérico para uma ampla comunidade e não é uma crença universal que as habilidades STEM e do século XXI são a “solução” para melhorar a Educação, os resultados educacionais e, por sua vez, a sociedade. Porém, entende-se que abre um leque interessante de possibilidades e metodologias adequadas para o desenvolvimento da Educação Matemática, com o

desenvolvimento de projetos que estejam ligados a temas de interesse para a formação dos estudantes do Ensino Médio e que tais projetos possibilitem envolvimento dos estudantes e permitam ao professor agir como mediador do processo de ensino e aprendizagem, como se demonstrou no projeto apresentado.

8. Referencias bibliográficas

- Brasil. (1996). *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*. Lei 9394/96. Casa Civil, 1996. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base: Ensino Fundamental*.
- Breiner, J. M., Johnson, C. C., Harkness, S. S., & Koehler, C. M. (2012). What Is STEM? A Discussion About Conceptions of STEM in Education and Partnerships. *School Science and Mathematics*, 112(1), 3–11.
- Bybee, B. R. W. (2010). Advancing STEM Education: A 2020 Vision. *Technology and Engineering Teacher*, (September 2010), 30–36.
- BREINER, Jonathan. et al. A Discussion About Conceptions of STEM in Education and Partnerships. *School Science and Mathematics*, v. 112, n.1, p. 3-11, jan. 2012.
- Comissão Europeia. (2007). *Competências Essenciais para a aprendizagem ao longo da vida*. Quadro de referência europeu. Luxemburgo: Serviço das Publicações oficiais das Comunidades Europeias.
- Comissão Europeia. (2018). *Recomendação do Conselho sobre as Competências Essenciais para a Aprendizagem ao Longo da Vida*. Bruxelas.
- Cachapuz, A., Sá-Chaves, I. & Paixão, F. (2004). *Saberes Básicos de todos os cidadãos no século XXI*. Lisboa, CNE.
- Eurobarometer. (2005). *Europeans, Science and Technology*. Bruxelas.
- Freitas, D. (2019). Indústria 4.0 e Educação em Ciências no Brasil: perspectivas STEM e Freire-PLACTS no horizonte de disputas por suas afirmações. *Anais do XII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – XII ENPEC*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Groenwald, C., Franke, R. & Olgin, C. Códigos e Senhas no Ensino Básico. *Educação Matemática em Revistas – RS*. SBEMRS, V. 10, n. 2, p. 41-50, jan. 2009.
- Guzey, S., Moore, T. & Harwell, M. (2016). Building up STEM: an analysis of teacher developed engineering design-based STEM integration curricular materials. *J-PEER*, v. 6, n. 1, p. 10-29, 2016.
- Homa, A. (2019). Simulators in STEM Education. *Acta Scientiae*. Canoas, ULBRA, v. 21, n. 5, p. 178-191, Set./Out.
- Kaiber, C. & Groenwald, C. (2008). Educação Matemática. In: BONIN, I. T. et. Al. *Cultura, Identidade e Formação de Professores – Perspectivas para a Escola Contemporânea*. Canoas, Editora da ULBRA.
- Martins, J. O (2001). *trabalho com projetos de pesquisa: do ensino fundamental ao médio*. Campinas, SP: Papyrus, 2001.
- OCDE. (2005). Organisation for Economic Co-Operation and Development. *The Definition and Selection of Key Competencies – DeSeCo*. 2005. Disponível em: <http://https://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf>.

- OECD. (2006). Graduate Education in Physics: The Path Ahead – A Conference to Discuss the Status and Future of Graduate Education in Physics. *Policy Report*, 31(3), 127–149. <https://doi.org/10.1056/nejm193907202210308>.
- OCDE. (2019). Organisation For Economic Co-Operation And. *Future of education and skills*. [Projeto]. Disponível em <http://www.oecd.org/education/2030-project>.
- Olgin, C. A. (2011). *Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema Criptografia*. 2011. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil. Canoas.
- Olgin, C. A. (2015). *Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de Matemática do Ensino Médio*. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil. Canoas.
- Penalva, M. & Llinares, S. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. *Didáctica de las Matemáticas*. Colección: Formación del Profesorado. Educación secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ, 2011, Vol. 12, 27-51. <http://www.eses.pt/interaccoes>.
- Pugliese, G. (2017). *Os modelos pedagógicos de ensino de ciências em dois programas educacionais baseados em STEM*. Campinas: UNICAMP, 2017. Dissertação, Instituto de Biologia da Universidade Estadual de Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 2017.
- Rasi, M. (2018). *A Phenomenological Study of principals as they anticipate the future of education*. Tampere: TAMK, 2018. Master's thesis, Degree Programme in Educational Leadership, Tampere University of Applied Sciences, 2018.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). A Renewed Pedagogy for the Future of Europe. *Economy and Society*, 29. http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf.
- Sá, P. & Paixão, F. (2015). Competências-chave para todos no séc. XXI: orientações emergentes do contexto europeu. *Interações*, v. 11, n. 39, p. 243-254, mar.
- Sampieri, R., Collado, C. & Lucio, M. (2013). *Metodologia de pesquisa*. 5 ed. Porto Alegre: Penso.
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMmania. *The Technology Teacher*, v. 68, n. 4, p. 20-26.
- Tan, A. et al. (2019). The S-T-E-M Quartet. *Innovation and Education*, v. 1, n. 3, nov.
- Villela, J. (1998). *Piedra libre para la matemática*. Buenos Aires: Aique.
- Zavrel, E. (2015). Improving Graduate STEM Education through Increased Use of the Case Study Method. *Creative Education*, v. 06, n. 12, p. 1266-1269, jul. 2015.

Valmir Ninow: Doutor e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Professor do Colégio Marista Champagnat – Rio Grande do Sul. E-mail: vninow@gmail.com

Clarissa de Assis Olgin: Doutora e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Professora do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). E-mail: clarissa_olgin@yahoo.com.br

Claudia Lisete Oliveira Groenwald: Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca (Espanha). Pós-Doutorado pela Universidade de La Laguna (Espanha). Professora do Curso de Licenciatura em Matemática e Coordenadora e Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). E-mail: claudiag@ulbra.br