

El aprendizaje del concepto función en estudiantes de Secundaria Básica: una alternativa didáctica

Andel Pérez González, Lissette Rodríguez Rivero, Serafim Songuile Gumba Marcolino

Fecha de recepción: 29/04/2021
Fecha de aceptación: 31/03/2023

<p>Resumen</p>	<p>En el artículo se analiza el aprendizaje del concepto función y el enfoque metodológico de la asignatura Matemática para su tratamiento. Su objetivo consiste en proponer una alternativa didáctica para la formación y fijación del concepto función; ésta jerarquiza las relaciones entre los contenidos, la utilización de diferentes formas de representación y la transferencia entre representaciones. Su realización exigió el empleo de una metodología cuantitativa que permitió estudiar los fundamentos teóricos del proceso de enseñanza–aprendizaje del concepto que se analiza y el desempeño de los estudiantes durante la formación y fijación del mismo. Su aplicación práctica confirmó resultados favorables en el aprendizaje del concepto función por parte de los estudiantes. Palabras claves: alternativa didáctica, concepto de función, matemática y proceso de enseñanza-aprendizaje.</p>
<p>Abstract</p>	<p>In the article it is analyzed the learning of the concept function and the methodological focus of the Mathematical subject for their treatment. Their objective consists on proposing a didactic alternative for the formation and fixation of the concept function; this jerarquiza the relationships among the contents, the use in different representation ways and the transfer among representations. Their realization demanded the employment of a quantitative methodology that allowed to study the theoretical foundations of the process of teaching-learning of the concept that it is analyzed and the acting of the students during the formation and fixation of the same one. Their practical application confirmed favorable results in the learning of the concept function on the part of the students. Key words: didactic alternative, function concept, mathematics and teaching-learning process.</p>
<p>Resumo</p>	<p>No artigo é analisado a aprendizagem da função de conceito e o foco metodológico do assunto Matemático pelo tratamento deles/delas. O objetivo deles/delas consiste em propor uma alternativa didática para a formação e fixação da função de conceito; este jerarquiza as relações entre os conteúdos, o uso em modos de representação diferentes e a transferência entre representações. A realização deles/delas exigiu o emprego de uma metodologia quantitativa que permitiu estudar as fundações teóricas do processo de ensino-aprender do conceito que é analisado e a ação dos estudantes durante a formação e fixação do</p>

mesmo. A aplicação prática deles/delas confirmou resultados favoráveis na aprendizagem da função de conceito por parte dos estudantes.

Palavras chaves: alternativa didática, conceito de função, matemática e processo de ensino-aprendizagem.

1. Introducción

La sociedad actual enfrenta constantes cambios que acompañan los rápidos avances científico-técnicos, sociales y culturales, que hacen necesario cada vez con mayor sistematicidad la innovación en las diferentes áreas del saber. Ante esta realidad, las nuevas generaciones enfrentan un panorama donde la educación debe cumplir el importante rol de lograr una formación integral como expresión de la capacidad creadora de un ser humano culto.

Al respecto, uno de los fines de la educación es formar ciudadanos y ciudadanas que comprendan que la cultura es cambiante y que se amplía cada vez más a partir del desarrollo de cada ciencia y de su aplicación en la vida práctica. En este sentido, se reconoce que la asignatura Matemática desempeña un papel fundamental en los currículos escolares, pues sus contenidos aseguran una mejor comprensión de la realidad circundante.

Se plantea así, la necesidad que desde los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática el estudiantado logre aprendizajes activos, reflexivos y significativos. Es decir, que sean capaces de aplicar los contenidos en una diversidad de contextos que les permita resolver los problemas que a diario se le presentan.

A tono con las ideas anteriores, destaca el tratamiento del concepto función como objeto matemático que tiene un significado especial, ya que es el objeto fundamental para el desarrollo del pensamiento funcional del estudiantado y permite la comprensión de los procesos de cambio y evolución; elementos que justifican su presencia en los programas escolares (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014).

En consecuencia, al intercambiar con profesores de Matemática de Secundaria Básica, emerge como preocupación que con frecuencia el estudiantado no logra una adecuada comprensión del concepto función; aspecto que influye en el aprendizaje de los diferentes tipos de funciones que posteriormente se estudian en la escuela y en el análisis de sus propiedades.

De ahí que, los autores del artículo se hayan dado la tarea de encontrar, desde la ciencia, una posible respuesta a la siguiente interrogante: ¿cómo favorecer el aprendizaje del concepto función en el estudiantado de Secundaria Básica?

Por tanto, el objetivo del presente artículo consiste en proponer una alternativa didáctica que favorezca el aprendizaje del concepto función en las y los estudiantes del octavo grado de la Secundaria Básica.

2. El proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Posiciones teóricas de partida

Los estudiosos de la didáctica caracterizan la enseñanza y el aprendizaje como procesos que ocurren al unísono y que guardan una estrecha relación dialéctica desde la teoría y la práctica. Al respecto, Riscanevo (2017) considera que la

enseñanza y el aprendizaje son procesos sociales dinámicos que implican participación de profesores y estudiantes en actividades culturalmente contextualizadas. De ahí que, en las posiciones asumidas como referentes teóricos en el artículo, se utilice el término proceso de enseñanza-aprendizaje haciendo alusión a un único proceso donde al profesor le corresponde la enseñanza y al estudiante el aprendizaje; mediado entre otros factores por las relaciones de comunicación que entre ellos se establecen.

Por otra parte, destaca la importancia y necesidad de que el proceso de enseñanza-aprendizaje logre una acertada y profunda renovación de sus enfoques; buscando con ello que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura general integral y un pensamiento científico (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014).

Desde esta mirada, se considera la propuesta de ideas o lineamientos metodológicos que deben caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura, según las tendencias más actuales de la Didáctica de la Matemática a (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014). Entre ellas, se distinguen las siguientes:

- Contribuir a la educación integral de los alumnos, al mostrar cómo la matemática favorece el desarrollo de valores y actitudes acordes con los principios de la Revolución, posibilita comprender y transformar el mundo, y propicia la formación de una concepción científica de este.
- Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas, de modo que la resolución de problemas no sea solo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos sobre la base de un concepto amplio de problema.
- Propiciar la reflexión, el análisis de los significados y formas de representación de los contenidos, el establecimiento de sus relaciones mutuas, la valoración de qué métodos de resolución son adecuados y la búsqueda de los mejores, dando posibilidades para que los alumnos elaboren y expliquen sus propios procedimientos.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, tratando además que se integre el saber de los alumnos procedente de distintas áreas de la Matemática e incluso de otras asignaturas.
- Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y la comunicación, con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos.

Otras exigencias que se tienen en cuenta al referirse a la Didáctica de las Ciencias tienen que ver con el carácter innovador de la enseñanza de la Matemática y en el cómo es posible lograrlo a partir de la utilización de los recursos didácticos siguientes: la problematización del contenido de enseñanza, el manejo de la técnica de preguntar, la formulación de impulsos didácticos y la utilización del principio de las exigencias decrecientes (Torres, 2016).

Desde esta perspectiva, se asume el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática con un enfoque desarrollador como aquel que:

Constituye un sistema en el cual tanto la enseñanza como el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada del contenido como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual, con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo potencial. Ello implica una comunicación afectiva y el desarrollo de actividades intencionales, cuyo accionar didáctico genere estrategias de aprendizaje que permitan aprender a aprender Matemática, como expresión del desarrollo constante de una personalidad integral y autodeterminada del estudiante. (Ballester, García, Almeida, Álvarez, Rodríguez, González, Villegas, Fonseca y Púig, 2018, p. 13)

3. El tratamiento metodológico del concepto de función y su definición

La Didáctica de la Matemática le asigna al estudio de las funciones un significado especial, por lo que representan para el desarrollo de esta ciencia y por sus aplicaciones para comprender fenómenos relacionados con la vida práctica.

En este sentido, el estudio de fenómenos representados por cantidades variables es un campo muy importante y actual dentro de las matemáticas (Rodríguez, Bello, Conrado y Pérez, 2018). Este se refiere al reconocimiento de regularidades y patrones, a la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; así como a la noción de función y proporcionalidad (Bronzina, Chemello y Agrasar, 2009).

Al respecto, se comparte el criterio de Diogo (2017) cuando plantea que:

Como tal, la interpretación correcta de expresiones tan simples y cotidianas como: “crecimiento o decrecimiento lineal”, “salto exponencial de la economía”, “procesos continuos o discontinuos”; “optimización del área de siembra”; “la afectación de la epidemia se comporta como una progresión geométrica”, lleva consigo el dominio, por parte del hombre común actual, de la teoría de funciones y sus aplicaciones. Por ello su estudio en los diferentes niveles de enseñanza es una necesidad. (p.2)

Desde esta perspectiva, se considera como premisa que la comprensión del concepto función no puede ser reducida a la reproducción de su definición; pues si esta es la forma en que los estudiantes utilizan el citado concepto es casi seguro que no lo comprenderán. Para ello es preciso: “... dejar de ver la función como un ente abstracto, y más bien interpretarla como uno que se relaciona con la idea de variación y cambio entre dos variables (Niño, 2020, pp. 280).

También, en la actualización de las líneas directrices para la enseñanza de la Matemática en Cuba la línea directriz: Correspondencia y funciones se caracterizó (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014). Estos autores, destacan como elementos para el tratamiento del concepto de función, los siguientes:

- Tener en cuenta que desde la enseñanza primaria se inicia el aseguramiento de las condiciones previas para el estudio de las funciones; en particular, lo referido al análisis de correspondencias.
- Su estudio inicia en la Secundaria Básica, pues desde el octavo grado los estudiantes deben identificar, interpretar y representar relaciones donde a

diferencias iguales de una variable corresponden diferencias iguales de otra, para luego modelar situaciones mediante funciones lineales.

- Su tratamiento debe priorizar la comprensión de tres aspectos esenciales: el de correspondencia, el de covariación (variación conjunta de los argumentos y los valores de la función) y el carácter de objeto matemático con el cual se opera y se establecen relaciones.
- La comprensión del concepto de función no se reduce a la reproducción de su definición, ni tampoco a la realización de procedimientos para el análisis de sus propiedades. Es importante que los estudiantes comprendan que el concepto de función facilita el estudio de los fenómenos sujetos a cambio.
- Para la formación del concepto se debe partir de un conjunto de problemas que involucren situaciones de correspondencia y de variación de carácter intra y extramatemático, que posibiliten discriminar lo común que tienen aquellas que se pueden modelar a través del concepto de función (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014).

Los mismos autores, sugieren como objetivos del nivel de Secundaria Básica que se relacionan con el estudio de las funciones los siguientes:

- Identificar regularidades en sucesiones numéricas y geométricas, como base para la resolución de problemas.
- Interpretar situaciones de carácter político, económico, social o científico-ambiental, que se modelan mediante funciones lineales y cuadráticas o funciones definidas por tramos a partir de ellas, sobre la base del dominio de sus propiedades y de poder pasar de una forma de representación a otra de estas.
- Formular y resolver ejercicios y problemas intramatemáticos, en particular, relativos a la exploración de la dependencia funcional entre magnitudes geométricas, la generalización y fundamentación de relaciones y propiedades de funciones lineales o cuadráticas y la determinación de algunas que satisfagan determinadas condiciones, haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemáticas para representar y comunicar sus ideas y aprovechando las utilidades de asistentes matemáticos.
- Formular y resolver problemas extramatemáticos que se modelan mediante una función lineal o cuadrática, aplicando integradamente los conocimientos y habilidades de las distintas áreas matemáticas y los adquiridos en otras disciplinas, de modo que puedan realizar valoraciones sobre cuestiones que les atañen personalmente o que son importantes para su educación integral. (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014, p. 69)

En consecuencia, el programa de Matemática para el octavo grado exige a los estudiantes el logro de los siguientes objetivos específicos:

- Comprender el concepto de función, como una correspondencia entre dos conjuntos y como conjunto de pares ordenados.
- Reconocer las diferentes formas de representar una función.

- Desarrollar habilidades en la representación gráfica de la función, apoyándose en la representación de puntos en un plano coordenado.
- Dominar las propiedades fundamentales de las diferentes clases de función que se estudian.
- Identificar ejemplos de funciones, sus gráficos y sus propiedades. (Acosta, Domínguez, Quintana, Gort, Báez, Cantón y Cantero, 2016)

Para el cumplimiento de los objetivos anteriores es necesario analizar los conceptos matemáticos que le dan origen: conceptos de conjunto y correspondencia, para llegar a un caso particular de estas que es la correspondencia entre conjuntos que signifique una relación funcional entre ellos.

Por otra parte, resulta fundamental introducir las diferentes formas de representación del concepto de función y la forma en que puede realizarse la transferencia entre cada una de ellas. Las habilidades que se logren relacionadas a la transferencia entre representaciones y la comunicación de éstos resultados son la base para la comprensión del concepto de función (Pérez y Rodríguez, 2013; Rodríguez, Bernal y Pérez, 2013).

También se reconoce que la fijación del concepto que se analiza debe implicar la resolución de problemas, ya que “beneficia el aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal de los estudiantes, y permite establecer un puente entre la cotidianidad y lo visto en el aula” (Rodríguez, Ponce y Pérez, 2016, p.8).

Todo ello se resume, para la enseñanza de las funciones en octavo grado, en que:

Es esencial la comprensión del concepto de función como correspondencia y su relación con la dependencia funcional, así como el dominio del concepto de “función lineal”, sus propiedades y representación gráfica, para aplicar estos conocimientos en la interpretación de situaciones de la vida que se modelan mediante gráficos de funciones lineales definidas en subconjuntos de \mathbb{R} o funciones definidas por tramos de funciones lineales. (Domínguez y Acosta, 2016, pp. 22)

4. Metodología y contexto

Esta experiencia consideró como unidad de estudio al estudiantado de octavo grado de la Secundaria Básica, momento de este nivel educativo en que se introduce y fija el concepto función en el caso de Cuba. La misma, se realizó en la escuela Secundaria Básica “Ramón Leocadio Bonachea” de la provincia Sancti Spíritus y utilizó como población a los 120 estudiantes del grado que se mencionó; de ellos, participaron como muestra las y los 45 estudiantes del grupo donde impartía la asignatura uno de los autores del artículo.

La búsqueda y el procesamiento de información exigieron el empleo de métodos teóricos y empíricos. Entre los primeros, se incluyó: el histórico-lógico, el analítico-sintético y el inductivo-deductivo; y de los segundos: la observación, la entrevista en profundidad y la prueba pedagógica. Ellos aportaron información relativa a los fundamentos teórico-metodológicos para el tratamiento del concepto función e ideas novedosas para el diseño de la alternativa didáctica que emerge como resultado del

estudio; así como los elementos que caracterizaron el aprendizaje en los diferentes momentos del estudio.

5. Estado de la problemática que dio origen a la experiencia

Con la finalidad de profundizar en el estado de la problemática que se estudia se aplicaron varios métodos que permitieran obtener información sobre el nivel de aprendizaje del concepto función en el estudiantado que formó parte de la muestra.

La medición centró la atención en los siguientes indicadores: establecimiento de relaciones entre correspondencias dadas y su significado, dominio de la definición de función, identificación de funciones a partir de sus diferentes formas de representación y transferencia entre representaciones del concepto de función.

Se inició con la revisión del producto de la actividad (34 libretas o cuadernos de los estudiantes, 16 trabajos de controles u otras evaluaciones escritas y 10 preguntas escritas) para evaluar el desempeño de las y los estudiantes al realizar los ejercicios relacionados con el concepto de función. El siguiente análisis describe los resultados obtenidos.

- En el 61,6 % (31) el estudiantado evidencia errores al expresar el significado de una correspondencia; ya que no siempre comprenden el fenómeno que representan, la dependencia entre sus magnitudes y tampoco identifican los conjuntos de partida (en lo adelante A) y de llegada (en lo adelante B).
- En el 43,3 % (26) el estudiantado muestra limitaciones en el dominio de la definición de función; ya que no siempre precisan con suficiente claridad sus características distintivas, sobre todo lo relativo a la relación unívoca de A con B y a la dependencia de sus magnitudes.
- En el 48,3 % (29) el estudiantado no siempre identifica funciones a partir de sus diferentes formas de representación; los errores más frecuentes se manifiestan en las correspondencias dadas a través de tablas o gráficos y al no considerar que a cada elemento del conjunto A se asocia un único elemento del conjunto B.
- En el 53,3 % (32) se constata que el estudiantado no siempre transfiere correctamente funciones de una representación a otra; pues no comprenden la correspondencia o las particularidades de las formas de representación a utilizar. Los errores más frecuentes se vieron al tener que analizar o interpretar gráficos.

Con similar intención se realizó una prueba pedagógica que permitió corroborar y profundizar en los elementos antes identificados; seguidamente se relaciona la información obtenida luego del análisis de trabajo de los estudiantes:

- El 46,1 % (18) cometió errores al determinar el valor de verdad de proposiciones relacionadas con las características del concepto función. La dificultad más frecuente estuvo al no tener en cuenta que a cada elemento de A se le hace corresponder un único elemento del conjunto B y en la comprensión de las diferentes formas de representación de una correspondencia.

- Solo el 33,3 % (15) pudo escribir correctamente la definición de función, el por ciento restante obvió la característica que plantea que a cada elemento del conjunto A (dominio) se asocia un único elemento del conjunto de B (imagen).
- Por otra parte, solo el 30,8 % (12) identificó correctamente las gráficas que representaban funciones, el por ciento restante no tuvo en cuenta que a cada elemento del conjunto A se asocia un único elemento del conjunto B.
- De manera similar solo el 30,8 % (12) identificó los diagramas de Venn que representaban funciones.

Derivado de los resultados anteriores y de la experiencia de los autores del artículo se pudo concluir que las problemáticas identificadas constituyen regularidades al analizar el aprendizaje del concepto función en el estudiantado de Secundaria Básica y que inciden en su posterior aplicación al estudiar nuevas clases de funciones en otros niveles educativos superiores.

6. La alternativa didáctica que resulta de esta experiencia

Se considera la alternativa como “una vía de solución a un problema que se contrapone a otras ya existentes, asumiendo un carácter específico, o sea, no se presenta sistemáticamente en la práctica, por lo que no alcanza un alto grado de generalidad” (Valle, 2010, p. 233). El propio autor plantea que una alternativa tiene los siguientes componentes: objetivos, recomendaciones, ejemplos, formas de implementación y formas de evaluación.

En consecuencia, se asume entonces como alternativa didáctica:

Una vía, forma o procedimiento para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje, que se distingue de otras con objetivos y/o propósitos iguales o similares, en atención a su singularidad. Ella representa una variante contextualizada, que constituye una opción a escoger para la planificación, organización, regulación, control y/o evaluación del PEA”. (Ballester, 2009, p. 6)

A continuación, se describe la alternativa didáctica que se ofrece siguiendo los componentes mencionados.

El *objetivo de la alternativa didáctica* que se propone como vía de solución a la problemática identificada es: perfeccionar el aprendizaje del concepto de función en el estudiantado de octavo grado para el logro de su adecuada comprensión y aplicación a la solución de problemáticas intra y extramatemáticas.

En este caso, *la alternativa didáctica se distingue* de las conocidas porque ella prioriza al unísono el establecimiento de relaciones entre los contenidos, la utilización de diferentes formas de representación y la transferencia de conocimientos durante la formación y fijación del concepto de función, a partir de que aprovecha sus potencialidades para: la formación integral, la solución de nuevas clases de problemas, la integración de contenidos matemáticos y la utilización de las tecnologías informáticas durante su tratamiento en clases.

Se ofrecen como *recomendaciones para el proceso de enseñanza- aprendizaje* del concepto de función las siguientes:

- Planificar las clases según los procesos parciales para el tratamiento metodológico de un concepto y su definición (Ballester, Santana, Hernández, Cruz, Arango, García, Álvarez, Rodríguez, Batista, Villegas, Bernardino y Torres, 1992); es decir, transitar por las fases de consideraciones y ejercicios preparatorios, de formación y de fijación del concepto.
- Potenciar la comprensión del concepto a partir de utilizar correspondencias que se relacionen con otros contenidos matemáticos y de la vida práctica y sus diferentes significados; insistiendo en la dependencia y variación de ellas.
- Ejemplificar el concepto utilizando sus diferentes formas de representación y en una diversidad de contextos matemáticos y de la vida práctica.
- Utilizar una diversidad de tipos de tareas que exijan la transferencia de funciones de una forma de representación a otra.
- Emplear nuevas clases de problemas matemáticos y de la vida práctica que se relacionen con el concepto función y que a su vez permitan fomentar la formación integral de los estudiantes y la integración de los conocimientos a partir del empleo de las tecnologías informáticas.

En lo adelante, se ejemplifica mediante tareas docentes como se puede cumplir con las recomendaciones referidas.

Ejemplo 1. Utilizado en la fase de consideraciones y ejercicios preparatorios.

Analiza las siguientes situaciones:

- Un estudiante de la secundaria básica realiza una investigación durante cinco días en un cine, este tiene en cuenta la cantidad de personas que compraron entradas y el dinero recaudado. Al analizar los datos concluye que: mientras más personas compran entradas, más dinero recauda la instalación cultural.
- En una evaluación de Matemática un estudiante analiza la longitud de varias circunferencias y la de sus radios correspondientes. El mismo afirma que: a menor radio, menor longitud de la circunferencia.
- Laura dejó una pila abierta y José pudo comprobar que por cada minuto se derrochaban tres litros de agua, por lo que realiza una fuerte crítica a su compañera de estudio.

a) Precise las magnitudes que intervienen en cada situación.

b) Analice la relación entre las magnitudes. Fundamente si son directamente proporcionales.

c) Según la información dada en la tercera situación completa la siguiente tabla.

Tiempo (minutos)	1		4
Cantidad de agua (litros)	3	6	

d) La cantidad de agua que se vierte por la pluma depende de _____.
Escribe una ecuación que relacione estas magnitudes.

e) Comprueba, utilizando el GeoGebra, que la situación que describe la relación entre la longitud de una circunferencia y la longitud de su radio es verdadera.

f) Investiga con tu familia o en la comunidad otras situaciones de la vida práctica en las que intervienen magnitudes directamente proporcionales.

Ejemplo 2. Utilizado en la fase de consideraciones y ejercicios preparatorios.

Analice las siguientes correspondencias.

- La correspondencia de N en N que a cada número natural se asocia su duplo.
- La correspondencia que a cada elemento $A = \{\text{sodio, oxígeno, nitrógeno, cobre}\}$ asocia su símbolo químico en $B = \{O, Na, N, Cu\}$
- La correspondencia que a cada madre se le hacen corresponder sus hijos.

a) ¿Cuántos conjuntos intervienen en cada una de las correspondencias y que relaciones existe entre sus elementos?

b) Precise cuál es el conjunto de partida y el conjunto de llegada en cada caso.

c) ¿Cuál es la regla o ley que determina cada correspondencia?

d) Represente mediante un diagrama de Venn cada correspondencia.

e) Escribe mediante una ecuación la primera correspondencia, utilizándola construye una tabla para los valores $x \in N: 1 \leq x \leq 5$. Representa la información obtenida en una gráfica poligonal.

f) ¿Podemos invertir la regla que determina la tercera correspondencia? ¿Cómo quedaría entonces?

g) ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre las correspondencias dadas?

Ejemplo 3. Utilizado en la fase de formación del concepto de función.

Dada la función f representada por la ecuación $f(x) = 2x - 1$, con $x \in$

a) ¿Cuál es la ley o regla que determina esta correspondencia?

b) ¿Cuáles es el conjunto de dominio y de imagen de esta función?

c) Completa la siguiente tabla:

x	2	-	5	
$f(x)$		0		9

d) Construye un gráfico utilizando los datos obtenidos en la tabla. Comprueba esta actividad utilizando el GeoGebra.

Ejemplo 4. Utilizado en la fase de fijación del concepto de función.

Analiza cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no. Fundamenta tus respuestas.

- A cada número real se asocia su duplo.
- A cada número natural se hace corresponder sus divisores.

- A cada número real se hace corresponder su raíz cubica.
- A cada hijo se le asocia su madre.
 - A cada río del conjunto $R = \{Cauto; Volga; Amazona; Nilo; Amarillo\}$ se le asocia el lugar donde se encuentra situado en el conjunto $L = \{Africa; Suramerica; America; Asia; Europa; Oceania\}$.

a) Las correspondencias que sean funciones transfírelas a sus diferentes formas de representación siempre que sea posible.

La alternativa didáctica tiene dos **formas fundamentales de implementación** en la práctica pedagógica, ambas se interrelacionan dialécticamente. La primera, tiene que ver con la etapa de planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este momento los profesores deben asegurar que desde la planificación del sistema de clases se tenga en cuenta que hay tres ideas esenciales a tener en cuenta durante la formación y fijación del concepto de función: el establecimiento de relaciones entre los contenidos, la utilización de diferentes formas de representación y la transferencia de conocimientos.

La integración de las tres ideas, como elementos distintivos de la alternativa didáctica, deberá ser reflejada siempre que el contenido a desarrollar en cada clase lo permita. Igualmente, en la planificación, de cada clase hay que lograr el aprovechamiento de las potencialidades del concepto para contribuir a la formación integral de los estudiantes; en tanto, el mismo aporta al desarrollo de su pensamiento y le permite la comprensión de variadas situaciones de la vida práctica.

Este último aspecto, posibilitará entonces a los profesores, el trabajo con la solución de nuevas clases de problemas; así como la integración de contenidos matemáticos y la utilización de las tecnologías informáticas.

La segunda forma de implementación, ocurre cuando se desarrolla lo planificado en el salón de clases; es decir, al ejecutar el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este momento, los profesores deben asegurar el apego a lo planificado y actualizarlo siempre que sea necesario a partir de los avances y las dificultades que identifiquen en el aprendizaje al transitar por la formación y fijación del concepto función; así como al desarrollar las acciones de enseñanza.

Por último, en correspondencia con las formas de implementación, se sugiere al menos una *forma de evaluación* para cada una de ellas. Al referirse a la planificación, es recomendable la revisión de los materiales resultantes de esta actividad y el intercambio colectivo que entre los profesores del grado pueda realizarse para la socialización de las mejores experiencias que puedan enriquecer dicha actividad.

En lo relativo a la ejecución del proceso de enseñanza-aprendizaje, es aconsejable utilizar la autovaloración sistemática de cada profesor en la misma medida que imparte sus clases; de esta forma podrá identificar aquellos aspectos de la planificación y de la propia ejecución que necesitan ser mejorados. Por otra parte, en lo que concierne al aprendizaje, se recomienda la utilización de variadas vías de evaluación en las que se incluyan todos los tipos de tareas posibles en iguales contextos a los utilizados en el salón de clase.

Por último, se muestra la *representación gráfica* que ilustra la concepción de la alternativa didáctica descrita.

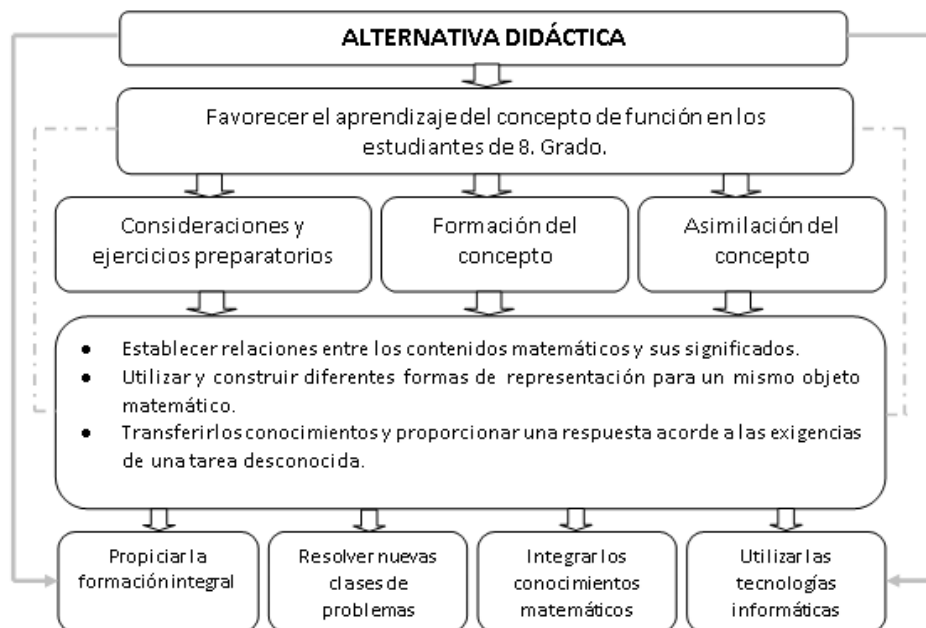


Figura 1. Gráfico de la alternativa didáctica (Fuente de elaboración propia)

7. Análisis de los resultados de la aplicación práctica de la alternativa

Seguidamente, se puntualizan los resultados de la aplicación de la alternativa didáctica en la práctica. Dicho estudio se realizó con el objetivo de corroborar las transformaciones que se lograban en el aprendizaje del concepto función por parte de los estudiantes al utilizar la alternativa didáctica elaborada. Para ello, se recurrió a la forma de evaluación que prioriza lo relativo al aprendizaje; pues este constituye el objetivo más importante de la experiencia que los autores pretenden socializar en este artículo además de considerar el aprendizaje como resultado de la enseñanza.

La alternativa didáctica se aplicó durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática, en particular de las 7 clases dedicadas a la formación y fijación del concepto de función, correspondientes a la unidad # 3 de octavo grado.

Durante su aplicación se evaluaron las transformaciones que se lograban en el nivel de aprendizaje del concepto de función por parte de los estudiantes de la muestra; es por ello que se midieron los indicadores ya precisados en el apartado donde se explican los métodos.

Para su medición se utilizó una escala ordinal que consideraba las categorías muy adecuado (MA), poco adecuado (PA) e inadecuado (I) y la matriz de valoración que permitía la medición de cada indicador.

En primer lugar, se explicó a los estudiantes la intención que se perseguía con la utilización de la alternativa didáctica. En la misma medida que se desarrollaba cada una de las clases se observó su desempeño durante la realización de cada tarea docente y al concluir el sistema de clases se les aplicó una prueba pedagógica; en

ambos casos, la intención fue evaluar las transformaciones logradas en el nivel de aprendizaje que lograban.

A continuación, se describen los principales resultados que ofreció la observación. El gráfico que sigue ilustra los resultados obtenidos en cada indicador.

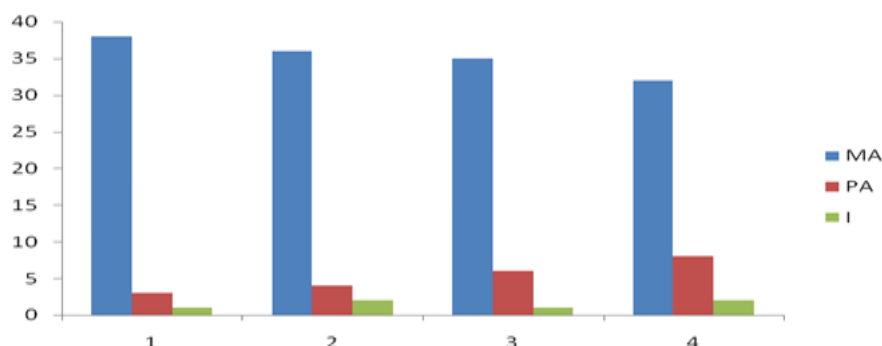


Gráfico 1. Resultados de la observación del desempeño (Fuente de elaboración propia)

La información permitió corroborar que:

- El 90,5 % (38) de los estudiantes domina la definición de función; aunque en ocasiones lo hacen de manera mecánica; es decir, no siempre logran distinguir sus características distintivas en diferentes situaciones y contextos.
- El 85,7 % (36) de los estudiantes domina las relaciones entre las características de la definición de función y su significado. Los restantes no siempre identifican los conjuntos que intervienen en ellas, ni comprenden la dependencia o variación que ocurre entre las magnitudes que estas relacionan.
- El 83,3 % (35) de los estudiantes logra identificar funciones dadas en sus diferentes formas de representación; a pesar de ello, en ocasiones cometen errores al determinar si una correspondencia expresada gráficamente es o no una función.
- El 76,2 % (32) de los estudiantes logra transferir correctamente una función de una forma de representación a otra.

En este sentido, se observa como principal transformación lograda el hecho de que los estudiantes reconocieran las características del concepto función y sus diferentes formas de representación, aun cuando no todos los estudiantes pudieron operar con ellas adecuadamente.

En la prueba pedagógica utilizada para evaluar el nivel de aprendizaje de los estudiantes. Los resultados, según los indicadores evaluados fueron los siguientes.

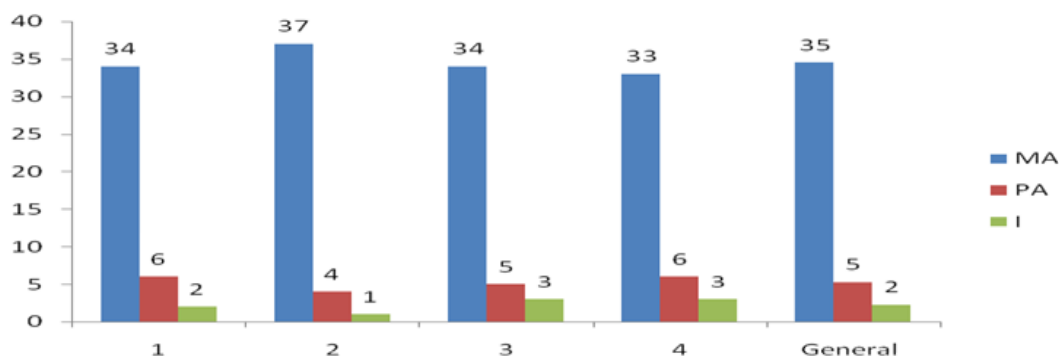


Gráfico 2. Resultados de la prueba pedagógica (Fuente de elaboración propia)

La gráfica muestra, en general, resultados favorables en el aprendizaje del concepto función por parte de los estudiantes del grupo en que se desarrolló la experiencia. Seguidamente, se analizan las principales transformaciones que alcanzaron los estudiantes:

- El 95,2 % muestra un dominio muy adecuado (80,9 %) o poco adecuado (14,3 %) del concepto función. Se reconoce que conocían sus características y en general las comprendían al operar con él.
- El 96,7 % logra identificar de manera muy adecuada (88,1 %) o poco adecuada (9,5 %) las características del concepto función y comprende su significado.
- El 92,8 % consigue interpretar de una manera muy adecuada (80,9 %) o poco adecuada (11,9 %) las diferentes formas de representación del concepto de función. Las mayores dificultades permanecieron al analizar correspondencia expresadas mediante tablas o gráficos; en las primeras, resulta más complejo comprender la variación o dependencia de las magnitudes respectivamente.
- El 92,8 % alcanza a transferir de una manera muy adecuada (78,6 %) o poco adecuada (11,9 %) de una forma de representación a otra el concepto de función.

De manera general se puede concluir que el 95,2 % de los estudiantes pudo evidenciar un nivel adecuado o poco adecuado de aprendizaje del concepto función; aun cuando es necesario profundizar en aspectos relacionados con la transferencia de una forma de representación a otra.

8. Conclusiones

El resultado que se socializa se fundamenta teóricamente en los criterios que realzan la importancia de lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y en las exigencias que desde la asignatura Matemática se plantean para cumplir con este propósito.

Igualmente, la alternativa didáctica tiene en consideración el papel del concepto función en el desarrollo de la propia matemática y para la comprensión de situaciones de la vida práctica; así como sus potencialidades para cumplir con el enfoque metodológico de la asignatura en la actualidad.

La alternativa didáctica propuesta para favorecer el aprendizaje del concepto de función se fundamenta en las exigencias a tener en cuenta para el tratamiento de un concepto y su definición. Su aplicación en la práctica pedagógica mostró resultados favorables en el aprendizaje del concepto de función por parte de los estudiantes participantes de la experiencia.

Bibliografía

- Acosta, S., Domínguez, O., Quintana, A., Gort, M., Báez, L., Cantón, J. y Cantero, R. (2016). *Orientaciones Metodológicas Matemática Octavo Grado*. Pueblo y Educación.
- Álvarez, M., Almeida, B. y Villegas, E. (2014). *El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje de la asignatura Matemática. Documentos Metodológicos*. Pueblo y Educación.
- Ballester, S., García, J. E., Almeida, B., Álvarez, M., Rodríguez, M., González, R. A., Villegas, E., Fonseca, A. y Puig, N. (2018). *Didáctica de la Matemática (Tomo 1)*. Editorial Pueblo y Educación.
- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M., Álvarez, A., Rodríguez, M., Batista, L., Villegas, E., Bernardino, A. y Torres, P. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Tomo I*. Pueblo y Educación.
- Ballester, S. (2009). La clase de matemática una alternativa desarrolladora para su estructuración. Ponencia al Evento de la Cátedra Dulce María Escalona. La Habana, Cuba.
- Bronzina, L., Chemello, G., y Agrasar, M. (2009). *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Salesianos Impresores S.A.
- Diogo, J. Das D. (2017). Tareas de aprendizaje para la formación de la habilidad representar gráficamente la función cuadrática en estudiantes de noveno grado. Trabajo de diploma. Sancti Spíritus, Universidad de Ciencias Pedagógicas.
- Domínguez, O. y Acosta, S. (2016). *Programa de Matemática de Octavo Grado*. Pueblo y Educación.
- Niño, Y. C. (2020). El diálogo en el aprendizaje del concepto función. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Volumen 33, Número 1, año 2020.
- Riscanevo, L. (2017). Aprendizaje, experiencia y formación investigativa del profesor de matemáticas: tejiendo historias. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia.
- Rodríguez, L. y Pérez, M. (2013). Didáctica de las Funciones en la enseñanza media superior. CD Pedagogía 2013. ISBN 978-959-18-0809-7. Disponible en https://www.researchgate.net/profile/Lisette_Rodriguez_Rivero/publication/321475424_Didactica_de_las_funciones_en_la_ensenanza_media_superior/links/5a22d31ca6fdcc8e8666d34e/Didactica-de-las-funciones-en-la-ensenanza-media-superior.pdf
- Rodríguez, L., Bernal, R., y Pérez, M. (2013). La comprensión del concepto de función lineal y conceptos subordinados. Una experiencia con alumnos de duodécimo grado. Evento Pedagogía 2013. ISBN 978-959-18-0809-7. Disponible en https://www.researchgate.net/profile/Lisette_Rodriguez_Rivero/publication/321475421_La_compreension_del_concepto_de_funcion_lineal_y_conceptos_subordinados_Una_experiencia_con_estudiantes_de_duodecimo_grado/links/5a22d2d20f7e9b71dd0521ac/La-compreension-del-concepto-de-funcion-lineal-y-conceptos-subordinados-Una-experiencia-con-estudiantes-de-duodecimo-grado.pdf

- Rodríguez, L., Ponce, Y. y Pérez, A. (2016). La comprensión matemática de las funciones en interdisciplinariedad con la Física a través de problemas de la vida práctica. *UNION*. No. 47, 176-191. Disponible en <https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/54/53>
- Rodríguez, L., Bello, J., Conrado, L. y Pérez, A. (2018). Aula virtual para el aprendizaje de las funciones en décimo grado. *Ciencias Informáticas: investigación, innovación y desarrollo*. Uciencia 18. *Ediciones Futuro*. Disponible en <http://edacunob.ult.edu.cu/handle/123456789/76>
- Torres, P. (2016). La enseñanza de la matemática en tiempos de innovación. Conferencia impartida en el Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias. En: CD Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias.
- Valle, A. (2010). *Algunos resultados científico pedagógicos. Vías para su obtención*. Libro en soporte digital. Ciudad de la Habana, Cuba.

Andel Pérez González. Profesor Titular de Didáctica de la Matemática. Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”. Doctor en Ciencias Pedagógicas. Investiga la formación del profesor de Matemática y a la Didáctica de la Matemática. Ha publicado en las revistas científicas: Unión, Conrado, Revista Educación, Revista IPLAC y Pedagogía y Sociedad.

Lisette Rodríguez Rivero. Profesora Auxiliar. Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”. Máster en Computación Aplicada. Investiga la Didáctica del Análisis Matemático y el uso de las TIC en Matemática. Ha publicado en: Ciencias Informáticas: investigación, innovación y desarrollo, ALME, Revista Cubana de Educación Superior y Unión.

Serafim Songuile Gumba Marcolino. Licenciado en Educación, especialidad Matemática-Física. Profesor de Matemática. Investiga temas afines a la Didáctica de la Matemática.