



Manifestaciones del conocimiento de los profesores ante situaciones de enseñanza de la geometría

Yetza Ximena **Díaz** Pinzón

Secretaría de Educación Municipal de Tunja – Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

yetza.diaz@uptc.edu.co

Fredy Enrique **González**

PPGED - UFRN

Brasil

fredygonzalez1950@gmail.com

Resumen

Esta comunicación muestra avances de una investigación cuyo objetivo es poner en manifiesto formas mediante las cuales los profesores de la Escuela Primaria transforman los contenidos de la geometría del triángulo en significados comprensibles para los estudiantes, usando como modelo el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT). Dado que el interés del conocimiento es práctico y emancipatorio se adapta a la investigación de tipo cualitativo, bajo el paradigma Hermenéutico, con un diseño de investigación propio de la teoría fundamentada. Así que la recolección de la información se ha venido realizando mediante técnicas de observación participante y análisis documental, aplicando instrumentos de Representaciones del Contenido (ReCo) y Repertorios de experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD). Se presentan características específicas de los conocimientos que tienen los participantes en el estudio, para facilitar la enseñanza de los tópicos mencionados, partiendo de inquietudes que han quedado planteadas en trabajos previos.

Palabras clave: Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT); Geometría; Triángulos; Profesores; Educación Básica Primaria.

Presentación y delimitación del problema.

De acuerdo con (Franco & Alsina, 2022) uno de los focos de investigación en educación matemática infantil en las próximas décadas debe ser definir el conocimiento y destrezas que los profesores deben poseer para enseñar matemáticas. El asunto que será investigado en este estudio se relaciona con el Conocimiento Matemático para la Enseñanza, concepto que han venido trabajando (D. L. Ball, 1988, 1990; Ball et al., 2008; Cury & Bisognin, 2017); en el caso de la presente propuesta, se hará énfasis, de manera particular, en el conocimiento matemático que los docentes de Educación Básica Primaria colombiana, involucrados en el estudio, requieren para enseñar la geometría de los triángulos.

Aspectos contextuales del Estudio

Dado que la investigación se lleva a cabo en Colombia, a continuación, se señalan algunos aspectos relacionados con el sistema educativo de este país, los cuales serán ampliados durante el desarrollo del trabajo.

Organización de la enseñanza de las matemáticas en Colombia.

La enseñanza de las matemáticas en Colombia está organizada en función de cinco procesos: a) formular y resolver problemas; b) modelar procesos y fenómenos de la realidad; c) comunicar; d) razonar, y e) formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, explicados en los Estándares básicos de competencias (EBC) propuestos por el (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006).

Conocimientos del Profesor que Enseña Matemática

De acuerdo con Pizarro (2015, p. 55) “no hay dudas en que el profesor debe conocer la disciplina que enseña” y no solo eso, también debe conocer cómo enseñarla (Ball, 1988). Se infiere entonces que en cuanto a la Geometría de los Triángulos, los docentes de educación básica primaria colombiana, deben tanto conocer los aspectos esenciales de tal contenido como las formas más idóneas de enseñarlo. (Pizarro, 2015)

Por otra parte, estudios como el de (Andrés et al., 2016) revelan que entre los conocimientos de los docentes que enseñan matemática se distinguen dos tipos de conocimiento matemático: el conceptual y el procedimental, el primero de orden reflexivo, carácter declarativo y teórico y producido por la actividad cognitiva, se asocia con el saber qué y el saber por qué. Mientras que el segundo se considera próximo a la acción, a las técnicas y las estrategias para representar conceptos y transformar las representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y producir argumentos correctos contribuyendo a la construcción y refinamiento del primero identificándose con el saber cómo.

Formación disciplinar de los docentes de Escuela Básica Primaria (EBP)

Los conocimientos relacionados con la disciplina a enseñar son un componente esencial de la formación de los docentes (Aldama & Sánchez. 2016); sin embargo, son aspectos de la

organización de la enseñanza difíciles de comprender para los profesores que no tienen formación disciplinar en matemáticas, aunque tengan formación pedagógica.

En el caso particular de la enseñanza de la geometría (González, 2021), surgen una serie de incertidumbres y dificultades, pues la enseñanza de los elementos correspondientes al pensamiento espacial y los sistemas geométricos (González Pinilla & Arévalo Vanegas, 2011), requiere activar procesos cognitivos que permitan al sujeto construir y manipular las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones, transformaciones, e interactuar con tales elementos haciendo aproximaciones conceptuales que permitan nuevas representaciones mentales (Plasencia, 2000) mediante el estudio de conceptos y propiedades de los objetos tanto en el espacio físico como en el espacio geométrico, en relación con los movimientos del propio cuerpo, las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos (MEN, 2006, p. 61).

En la realidad colombiana, se observa que la enseñanza de la geometría se ve reducida a conceptos someros, con percepciones erróneas, justificaciones inadecuadas aun siendo correctas las respuestas y hasta predisposición negativa a los temas, estos factores impiden que los estudiantes alcancen los niveles académicos requeridos, dado el desconocimiento por parte de los profesores tanto de la importancia como de su enseñanza de los aspectos disciplinares relacionados con geometría, como indican las investigaciones de (Ball et al., 2008; Sgreccia et al., 2012)

Aunque es preciso incrementar el conocimiento de los profesores de EBP para mejorar sus habilidades en la enseñanza de la geometría, en Colombia son escasos los estudios relacionados con este asunto, esto genera la necesidad de examinar la formación de los profesores de EBP en aspectos tales como: las prácticas de enseñanza; las características de los conocimientos y habilidades que deben tener para facilitar la enseñanza de la geometría desde puntos de vista contemporáneos, los principales factores que les impiden o dificultan la enseñanza, las características de las situaciones de aula en las que se desenvuelven y las formas de formular indicadores para medir, categorizar y describir tanto el Conocimiento Matemático para Enseñar geometría como el Conocimiento Didáctico de la Geometría en la EBP (Alsina, Angel; Delgado, 2022).

Intereses de la Investigación

Con el fin de poner en manifiesto algunas formas mediante las cuales los profesores de la Escuela Primaria transforman los contenidos de la geometría del triángulo en significados comprensibles para los estudiantes, usando como modelo el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), se ha indagado sobre propuestas basadas en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos y temas similares, también se exploró sobre los significados y componentes que demanda el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos en la (Escuela Básica Primaria (EBP)). También se han identificado indicadores de evaluación que deben contemplar los instrumentos de análisis del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos en EBP

Específicamente se han documentado propuestas de enseñanza basadas en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), de la geometría de los triángulos o tópicos similares, se han establecido las Dimensiones del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) de la geometría de los triángulos en EBP, se han definido indicadores de evaluación del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), asumiendo como instrumentos las Representaciones del Contenido (ReCo) y los Repertorios de Experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD), desarrollados por Vázquez & Rodríguez Cruz (2014) y se han categorizado las formas de manifestación del conocimiento de los profesores ante situaciones de enseñanza de la geometría de los triángulos, mediante el análisis de los resultados obtenidos al aplicar los instrumentos ReCo y Re-PyD.

Marco Teórico

Dada la necesidad de comprender el conjunto de conocimientos y habilidades que requieren los profesores para facilitar las tareas y problemas de acuerdo a la enseñanza (D. L. Ball, 1988) el estudio se fundamenta en el modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). Paralelamente, para alcanzar los propósitos de esta investigación se ha revisado la literatura relacionada con los fundamentos del programa de investigación intitulado “Desarrollo del conocimiento en la enseñanza” propuesto por (Lee S Shulman, 1986) en su conferencia “El paradigma perdido en la investigación sobre la enseñanza” refiriéndose a “el pensamiento del profesor sobre el contenido del tema objeto de estudio y su interacción con la didáctica” teniendo en cuenta las creencias y teorías implícitas que soportan la actividad educativa de su pensamiento y que orientan sus ideas sobre el conocimiento y la construcción de su enseñanza, esto es el conocimiento didáctico del contenido (CDC) cuya influencia en la investigación y la mejora de la práctica docente del profesorado ha aumentado en los últimos años (Abell, 2013) llegando a ser considerado como un programa apropiado para la formación de profesores como lo indican. (Vergara Díaz & Cofré Mardones, 2014)

También se ha realizado una revisión de la literatura sobre las siete categorías establecidas por (Shulman, 1987) para describir el CDC: conocimiento del contenido (SMK), conocimiento del currículo (CUK), conocimiento pedagógico del contenido (PCK), conocimiento pedagógico general (GPK), conocimiento de los estudiantes y sus características (LK), conocimiento del contexto educacional (CK), y el conocimiento de los valores, propósitos y fines de la educación (VAK) teniendo en cuenta los aportes de (Verdugo-Perona et al., 2017).

Además, se ha indagado sobre los principios de modelos provenientes de las propuestas de (Shulman, 1986; Shulman, 1987; Shulman, 1989; Lukomski & Mancipe, 2008; Shulman, 2019) como el Knowledge Quarter (KQ) (Rowland et al., 2005) y el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) de (Godino et al., 2007) ya que el primero posibilita la observación, análisis y discusión sobre las situaciones de aula en las que el conocimiento de los profesores se manifiesta y el segundo permite analizar, interpretar, caracterizar y categorizar los conocimientos que ejecutan los profesores cuando enseñan cierto contenido matemático.

Por otra parte se ha revisado el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), ante la hipótesis de que el conocimiento que el profesor considera útil en su contexto de enseñanza y aprendizaje es especializado (Carrillo-Yañez et al., 2018; Escudero-Ávila & Yañez, 2020) y se han retomado las recomendaciones de investigación planteadas en el trabajo de (Escudero, 2015).

Para responder a las cuestiones de esta investigación se han estudiado propuestas tanto de evaluación del Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), como algunos enfoques propuestos para documentar y describir los conocimientos y acciones de los profesores, así como las justificaciones de tales acciones y sus decisiones pedagógicas. Esto ha implicado tomar datos de varias fuentes, establecer los instrumentos más apropiados, determinar la viabilidad de algunas, observaciones, entrevistas entre otras tareas. En principio se han considerado los Content Representation (CoRes) y (Pedagogical and Professional experience repertoires (PaPeRs) propuestos por (Loughran et al., 2004) retomados en (Bertram, 2014). Pues según (Vergara Díaz & Cofré Mardones, 2014) estos instrumentos han permitido caracterizar de la mejor manera el CDC mediante la observación del desempeño de los profesores.

Metodología, diseño y etapas de la investigación. En este trabajo el interés del conocimiento es práctico y emancipatorio por lo tanto se acudirá a la investigación de tipo cualitativo (Hernández et al. 2014), bajo el paradigma Hermenéutico (Martínez, 1997) con un diseño de investigación propio de la teoría fundamentada. Así la recolección de la información para apreciar el MKT, se realizará mediante técnicas de observación participante y análisis documental (estrategia) y videos, audios y fotografías (medios audiovisuales) aplicando los instrumentos de Representaciones del Contenido (ReCo) y Repertorios de experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD) (Bertram, 2014) (Morrison & Luttenegger, 2015) (Verdugo-Perona et al., 2017). Se pretende con este diseño efectuar codificación abierta la cual producirá categorías interrelacionadas (también por comparación constante) para producir teoría (de la Espriella & Gómez Restrepo, 2020). Mediante la triangulación de datos obtenidos por observación de la instrucción, eventos, entrevistas con maestros y evaluaciones del conocimiento del contenido. (Morrison & Luttenegger, 2015)

La investigación se llevará a cabo en Tunja, municipio colombiano, capital del departamento de Boyacá, se involucrará un grupo inicial de 20 docentes que orientan cursos en Educación Básica Primaria de los establecimientos oficiales vinculados a la secretaría de Educación Municipal.

Impacto en el Área y resultados esperados. Se espera lograr una caracterización específica de los conocimientos y habilidades que tienen los profesores de Educación Básica Primaria participantes en el estudio, para facilitar la enseñanza de la geometría de los triángulos, partiendo de inquietudes que han quedado abiertas en trabajos previos (Alsina, Angel; Delgado 2022, Escudero, I. 2015) y paralelamente ampliar la metodología para medir y analizar el impacto de los modelos teóricos mencionados como una propuesta alternativa a la formación de profesores de EBP en Colombia.

Referencias y bibliografía

Abell, S. K. (2013). Handbook of Research on Science Education. In *Handbook of Research on Science Education*. <https://doi.org/10.4324/9780203824696>

- Aldama García, Efraín; Sánchez Ortega, R. (2016). *La Formación Disciplinar en Matemáticas de los Futuros Maestros de Educación Básica*. 1–12.
<https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/recie/article/download/249/330/1156>
- Alsina, Angel; Delgado, R. (2022). *¿QUÉ CONOCIMIENTOS NECESITA EL PROFESORADO DE EDUCACIÓN INFANTIL PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS?* 5, 18–37. <https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/20829/035201.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Andrés, M. L., Canet-Juric, L., Introzzi, I., Stelzer, F., & Urquijo, S. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 7(1), 13. <https://doi.org/10.18861/cied.2016.7.1.2573>
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. 1. <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487108324554>
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449–466.
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bertram, A. (2014). ‘CoRes and PaP-eRs as a strategy for helping beginning primary teachers develop their pedagogical content knowledge. *Educación Química*, 25(3), 292–303. [https://doi.org/10.1016/s0187-893x\(14\)70545-2](https://doi.org/10.1016/s0187-893x(14)70545-2)
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher’s specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Cury, H., & Bisognin, E. (2017). Conhecimento matemático para o ensino: um estudo com professores em formação inicial e continuada. *Revista Thema*, 14(3), 241–249. <https://doi.org/10.15536/thema.14.2017.241-249.482>
- de la Espriella, R., & Gómez Restrepo, C. (2020). Teoría fundamentada. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 49(2), 127–133. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.rcp.2018.08.002>
- Escudero Ávila, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Universidad de Huelva]. <http://hdl.handle.net/10272/11456>
- Franco, J., & Alsina, Á. (2022). El conocimiento del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, 51(1), 7–16. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.7-16>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zdm*, 39(1), 127–135.
- González, E. O. (2021). Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de básica primaria colegio integrado la llana, tibu – norte de santander. *Aibi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería, SE-Artículos de Investigación*, 29–42. <https://doi.org/10.15649/2346030X.2537>
- González Pinilla, O. J., & Arévalo Vanegas, C. (2011). Desarrollo del pensamiento geométricoespacial en niños de segundo de primaria desde la situación “viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días.” *12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 431–438.

<http://funes.uniandes.edu.co/2283/1/GonzalezDesarrolloAsocolme2011.pdf>

- Loughran, J., Mulhall, P., & Berry, A. (2004). In Search of Pedagogical Content Knowledge in Science: Developing Ways of Articulating and Documenting Professional Practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(4), 370–391. <https://doi.org/10.1002/tea.20007>
- Lukomski Jurczynski, A., & Mancipe Flechas, E. (2008). EL PARADIGMA EMERGENTE Y SU IMPACTO EN LA INVESTIGACIÓN EPISTEMOLÓGICA DE LAS CIENCIAS SOCIALES. *Hallazgos*, 10, 133–145. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413835171010>
- Martínez, M. (1997). *El paradigma Emergente: Hacia una Nueva Teoría de la Racionalidad Científica*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. In *Revolución educativa* (Issue 3). file:///C:/Users/marym_000/Pictures/estandares basicos.pdf
- Morrison, A. D., & Luttenegger, K. C. (2015). Measuring pedagogical content knowledge using multiple points of data. *Qualitative Report*, 20(6), 804–816. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2015.2155>
- Pizarro, R. N. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria*. <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/309285/rnpcldel1.pdf?sequence=1>
- Plasencia, C. (2000). *Imágenes mentales en la actividad Matemática. Reflexiones de una investigación 1*. 3–34.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>
- Sgreccia, N., Amaya, T., & Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3D? *Quaderni Di Ricerca in Didattica /Mathematics (QRDM)*, 22, 1–20. <http://math.unipa.it/~grim/quaderno22.htm>
- Shulman, L. (1987). *KNOWLEDGE AND TEACHING: FOUNDATIONS OF THE NEW REFORM*.
- Shulman, L. S. (1986). *Paradigms and research programs for the study of teaching in Wittrock, M (ed) Handbook of research on teaching*. Macmillan, New York.
- Shulman, Lee S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Vázquez-Alonso, Á., & Rodríguez Cruz, A. M. (2014). Formación del profesorado en naturaleza de la ciencia mediante investigación-acción. *Praxis & Saber*, 5(9), 165. <https://doi.org/10.19053/22160159.3000>
- Verdugo-Perona, J. J., Solaz-Portolés, J. J., & Sanjosé-López, V. (2017). El conocimiento didáctico del contenido en ciencias: estado de la cuestión. *Cadernos de Pesquisa*, 47(164), 586–611. <https://doi.org/10.1590/198053143915>
- Vergara Díaz, C., & Cofré Mardones, H. (2014). Conocimiento Pedagógico del Contenido: ¿el paradigma perdido en la formación inicial y continua de profesores en Chile? *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 40(Especial), 323–338. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052014000200019>