

CONOCIMIENTOS SOBRE LAS MATEMÁTICAS INFORMALES EN LA ESCUELA INFANTIL (0-3 AÑOS): ANALIZANDO EL EFECTO DE UNA ACTIVIDAD DE FORMACIÓN

Informal mathematical knowledge in nursery schools (0-3 years): Analysing the impact of continuous training

Olmos-Martínez, G.^a y Alsina, Á.^b

^aEscoles Bressol Municipals de Vic, ^bUniversidad de Girona

Resumen

Las orientaciones contemporáneas sobre educación matemática infantil destacan la importancia de favorecer el desarrollo de conocimientos matemáticos informales desde el primer ciclo (0-3 años), ya que son un eslabón necesario para acceder a las matemáticas formales. Desde este punto de vista, a través de un diseño cuasi-experimental (Pre-Post), se realiza un análisis de los conocimientos sobre las matemáticas informales que movilizan 28 profesionales de la Escuela Infantil, antes y después de una actividad de formación. Estos primeros datos cuantitativos muestran un incremento de los conocimientos acerca de las matemáticas informales después de la formación, con algunas diferencias según el tipo de conocimiento. Se concluye que se debe complementar el análisis con datos cualitativos para comprender mejor los aspectos que facilitan el incremento y, de modo general, se destaca la importancia de seguir potenciando la formación para promover el desarrollo de las matemáticas informales.

Palabras clave: *conocimientos para enseñar matemáticas, Escuela Infantil, formación continua, matemáticas informales.*

Abstract

Contemporary guidelines on early childhood mathematics education stress the importance of encouraging the development of informal mathematical knowledge in the 0-3 years period, as it is a necessary link to access formal mathematics. From this point of view, through a quasi-experimental design (Pre-Post), an analysis is carried out of the knowledge of informal mathematics mobilised by 28 nursery school professionals, before and after a training activity. These first quantitative data show an increase in knowledge about informal mathematics after the training, with some differences according to the type of knowledge. It is concluded that the analysis needs to be complemented with qualitative data to identify the aspects that facilitate the increase and, in general, the importance of further enhancing training to promote the development of informal mathematics is highlighted.

Keywords: *mathematics teaching skills, nursery school, in-service training, informal mathematics.*

INTRODUCCIÓN

Durante los tres primeros años de vida, los niños muestran mayor plasticidad cerebral y establecen todos los fundamentos que posibilitan los posteriores aprendizajes (Bueno, 2019). Desde este punto de vista, diversos organismos y autores han subrayado la importancia de promover el desarrollo de

Olmos-Martínez G. y Alsina, Á. (2022). Conocimientos sobre las matemáticas informales en la escuela infantil (0-3 años): analizando el efecto de una actividad de formación. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 431-439). SEIEM.

las matemáticas informales desde estas primeras edades, es decir, las primeras matemáticas que los niños aprenden y usan en situaciones de exploración, manipulación y juego (Baroody, 1987), por ser el eslabón imprescindible para el acceso a las matemáticas más formales (NCTM, 2003).

En este estudio se asume que es necesario contar con profesionales formados y conscientes de la importancia de ofrecer contextos educativos de alta calidad que promuevan el desarrollo de estas primeras matemáticas. Geist (2014) y Clements y Sarama (2015), por ejemplo, subrayan la importancia del conocimiento matemático de los profesionales por ser los agentes que estructuran y preparan los contextos educativos de los niños en función de sus necesidades evolutivas. Björklund y Barendregt (2016) señalan también que el desarrollo del pensamiento y las competencias matemáticas de los niños depende de los conocimientos, competencias y habilidades de los profesionales que los acompañan. En este sentido, en el intento de concreción de los focos en los que se debería centrar la investigación en educación matemática infantil en las próximas décadas, Alsina (2019) menciona que una de las agendas debería ser el análisis del conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas (Parks y Wager, 2015; Ribeiro et al., 2015).

Con base en estos antecedentes, el objetivo de este estudio es analizar los conocimientos sobre las matemáticas informales de los profesionales de la Escuela Infantil (0-3 años), antes y después de una actividad de formación.

¿QUÉ CONOCIMIENTOS NECESITA MOVILIZAR EL PROFESORADO DE EDUCACIÓN INFANTIL PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS?

Diversos modelos de conocimiento han establecido dominios y/o facetas de conocimiento del profesorado para enseñar matemáticas: el *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) de Ball et al., (2008); el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) de Godino et al. (2017) o el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) de Carrillo et al., (2018). A partir de estos modelos, junto con una revisión de las características de la enseñanza de las matemáticas en infantil (Alsina, 2020), Alsina y Delgado (2022) han tratado de sintetizar los conocimientos que necesita el profesorado de infantil para enseñar matemáticas, sobre todo con la intención de “facilitar la identificación, el análisis y las posibles falencias en la propia práctica que deberían ser subsanadas a través de la formación” (p. 19). Considerando los modelos de conocimiento indicados, distinguen los Conocimientos Matemáticos en Educación Infantil (CM-EI) y los Conocimientos Didácticos de las Matemáticas para la Educación Infantil (CDM-EI).

Dentro de los CM-EI consideran: 1) el Conocimiento Matemático Intuitivo e Informal (C-IeI), que se refiere al conocimiento que debe poseer el profesorado acerca de las primeras matemáticas que los niños aprenden en situaciones informales de exploración, manipulación y juego; 2) el Conocimiento de los Contenidos Matemáticos (C-CM), que se refiere al conocimiento de los temas matemáticos que señala la investigación en educación matemática infantil (**álgebra temprana, números y operaciones, geometría, medida, estadística y probabilidad**), **junto con el conocimiento de relaciones entre temas matemáticos (conexiones intraconceptuales)** y relaciones entre distintos temas (conexiones interconceptuales); y, finalmente, 3) el Conocimiento de los Procesos Matemáticos (C-PM), que se refiere a las formas como se adquieren los contenidos (NCTM, 2003). Este estudio, como se ha indicado, se focaliza **únicamente** en los C-IeI: por un lado, los conocimientos matemáticos intuitivos se refieren a un tipo de conocimiento autoevidente, basado en la certeza intrínseca, más global, metafórico, no analítico (Fischbein, 1987); mientras que los conocimientos matemáticos informales se desarrollan a partir de las interacciones con el medio físico y social, donde se presentan escenarios como los juegos que generan aprendizajes de una manera más natural y espontánea (Baroody, 1987; Clements y Sarama, 2015; Geist, 2014). Alsina (2015), a partir de un estudio longitudinal de cinco años con más de 700

niños menores de 3 años, señala inicialmente que los C-IeI giran en torno a las cualidades sensoriales (álgebra temprana), las cantidades discretas y continuas (números y operaciones), las posiciones y las figuras (geometría) y los atributos mensurables (medida); sin embargo, no se identifican conocimientos asociados a la estadística y la probabilidad.

Estos primeros conocimientos intuitivos e informales, como se ha indicado, son el enlace necesario para el acceso a la matemática formal, que se refiere a las habilidades y conceptos que se aprenden en las escuelas, y suele caracterizarse por una matemática más simbólica y escrita (Baroody, 2000). De acuerdo con Ginsburg et al. (1998), estas formas de aprendizaje se relacionan entre sí para ir dando un sentido al desarrollo de los conocimientos matemáticos.

METODOLOGÍA

Este estudio forma parte de una investigación de mayor envergadura en el marco de una Tesis Doctoral. Para la obtención de datos relativos al objetivo planteado, se ha diseñado un estudio cuasi-experimental (Creswell, 2009) en el que, antes y después de una actividad de formación, se han analizado los conocimientos acerca de las matemáticas intuitivas e informales de los 28 profesionales que integran el equipo educativo de la Red de Escuelas Infantiles Municipales de Vic-EBMV. La muestra ha sido seleccionada por conveniencia, incluyendo a todos sus miembros: 16 maestras, 1 maestro y 11 técnicas de Educación Infantil, de entre 23 y 60 años. Por esta razón, no se han podido considerar cuestiones como la equidad de género o edad.

La formación previa del equipo acerca de la Didáctica de las Matemáticas en la Escuela Infantil era escasa o nula. Por esta razón, se ha propuesto la actividad de formación “Observación, documentación e interpretación de acciones matemáticas en la Escuela Infantil (0-3 años)”, con los siguientes objetivos y contenidos: 1) aprender a observar, documentar e interpretar acciones asociadas a las matemáticas intuitivas e informales de los niños de 0 a 3 años; 2) profundizar en el significado actual de la educación matemática infantil y las principales líneas de innovación; 3) conocer las orientaciones curriculares acerca de las matemáticas de Educación Infantil y dominar los contenidos que lo integran; y 4) contemplar las nociones básicas de Didáctica de las Matemáticas. La formación ha sido de 15 horas: 9 horas presenciales y 6 horas no presenciales de trabajo en equipo. De forma presencial, se han llevado a cabo tres sesiones de tres horas cada una: en las dos primeras sesiones se han presentado los contenidos propios de la formación y se han analizado las prácticas educativas de otras Escuelas Infantiles reconocidas por sus buenas prácticas; en las 6 horas de trabajo no presencial, por un lado, los profesionales han conceptualizado las acciones matemáticas presentes en las propuestas que ya se llevaban a cabo; y, por otro lado, han enriquecido los espacios para promover los conocimientos matemáticos intuitivos e informales; finalmente, en la tercera sesión presencial los profesionales han mostrado el análisis de sus prácticas a través de presentaciones con imágenes de los diferentes espacios y materiales, junto con presentar tanto los cambios en los materiales y espacios como nuevos materiales creados.

Para recoger los conocimientos de los profesionales, se ha diseñado y validado el Cuestionario “Conocimientos Didáctico-Matemáticos en la Escuela Infantil” (CDM 0-3), que contiene dos tipos de ítems: a) preguntas cerradas, para controlar las variables a las que se ha dado un trato propio de la investigación cuantitativa; y b) preguntas abiertas, para determinar los conocimientos matemáticos a partir de un análisis categórico mixto. De acuerdo con los objetivos de este estudio, se analizan los datos correspondientes a dos preguntas: una pregunta cerrada en la que, a partir de imágenes de diversos espacios de las Escuelas Infantiles, los profesionales anotan qué conocimientos identifican; y una pregunta abierta en la que definen las matemáticas informales.

Previamente, se han establecido las categorías sobre las matemáticas informales en la Escuela Infantil (0-3 años), de acuerdo con la literatura previa: álgebra temprana, números y operaciones, geometría

y medida (Alsina, 2015). Las respuestas se han transformado en datos numéricos y, dándoles un tratamiento estadístico mediante el programa SPSS, se ha desarrollado el análisis. Las categorías se han descrito según el número y el porcentaje de casos de cada categoría. Las variables continuas han sido descritas mediante estadísticos de tendencia central como la mediana y la desviación estándar.

RESULTADOS

Los datos recogidos en el cuestionario muestran que antes de la formación los profesionales tenían la necesidad de conocer qué matemáticas corresponden a los niños y las niñas de los 0 a los 3 años. A partir de la pregunta del cuestionario: ¿Has tenido la oportunidad en alguna ocasión de leer/escuchar información acerca del término “matemáticas informales”? los resultados, desde un punto de vista cuantitativo, muestran que antes de la formación solo seis profesionales (21%) manifestaban haber leído o escuchado algo respecto a las matemáticas informales versus el 22 (79%) que expresaron no haber tenido oportunidad. En el caso de responder afirmativamente, se pedía que aportasen una definición del concepto, pero únicamente dos profesionales (7%) apuntaron algunas ideas vinculadas a las matemáticas informales, sin ser capaces de desarrollar una definición completa.

Después de la formación, la mayoría de los profesionales (89%) mostraron haber incorporado nuevos conocimientos específicos entorno a qué refieren las matemáticas intuitivas, manifestaban haber leído o escuchado algo respecto a las matemáticas informales y eran capaces de aportar una definición más completa. Además, ya no expresaban la necesidad de comprender qué matemáticas podían desarrollar los niños y las niñas de 0 a 3 años y expresaban tener muy claros los contenidos y capacidades, los describían y detallaban qué propuestas de juego y experimentación podían plantear para facilitarlos.

De acuerdo con nuestro objetivo, en las tablas 1 a 4 se presentan los datos correspondientes a las categorías según si corresponden al álgebra temprana, los números y las operaciones, la geometría o los atributos mensurables, respectivamente.

Álgebra temprana

La tabla 1 muestra diferencias entre el pre y el post. Por un lado, encontramos contenidos con una fuerte recurrencia y otros poco frecuentes. Ejemplo de ello son las ordenaciones, seriaciones y observaciones de cambios cualitativos que, ni antes ni después de la formación, aparecen de manera recurrente. Por el contrario, la identificación de cualidades sensoriales aparece de forma mayoritaria tanto en el primer cuestionario como en el segundo: 24 profesionales (86%) y 26 (93%), respectivamente, identificaban este contenido.

Tabla 1. Contenidos de Álgebra Temprana.

Categorías según contenidos	PRE		POST	
	Sí	No	Sí	No
1. Reconocimiento de las cualidades sensoriales	24 (86%)	4 (14%)	26 (93%)	2 (7%)
2. Agrupaciones de elementos de las cualidades sensoriales	1 (3%)	27 (97%)	20 (72%)	8 (28%)
3. Correspondencias cualitativas	1 (3%)	27(97%)	10 (36%)	18 (64%)
4. Clasificaciones cualitativas	6 (21%)	22 (79%)	20 (72%)	8 (28%)
5. Ordenaciones cualitativas	2 (7%)	26 (93%)	6 (21%)	22 (79%)
6. Seriaciones cualitativas	1 (3%)	27 (97%)	5 (18%)	23 (82%)
7. Cambios cualitativos en los objetos y el entorno inmediato.	2 (7%)	26 (93%)	7 (25%)	21(75%)
Total	37		94	

Se destaca también que la detección de todos los contenidos de este bloque aumenta después de la formación, con una tasa de crecimiento que, en términos generales, corresponde a un 154,05% (de 37 contenidos detectados antes de la formación se pasa a 94 después). Los contenidos cuya detección ha aumentado más son las agrupaciones de elementos, que han pasado de solo un participante (3%) a veinte (72%), seguido de las clasificaciones, que ha pasado de seis (21%) a veinte (72%).

Números y operaciones

La tabla 2 muestra que no existen tantas diferencias como en el bloque anterior entre los datos pre y post, y que la detección de los distintos contenidos es bastante desigual: en algunos casos se produce un aumento y en otros se observa incluso una ligera tendencia a disminuir. Los contenidos cuya detección aumenta más son las correspondencias cuantitativas, que pasa de siete participantes (25%) a once (39%), y las acciones de juntar, sumar, añadir, restar, sacar y separar, en los que de tres participantes (10%) se pasa a once (39%). En términos generales, este aumento corresponde a una tasa de crecimiento de un 31,7% (de 41 contenidos detectados antes a de la formación se pasa a 54 después).

Tabla 2. Contenidos de Números y Operaciones.

Categorías según contenidos	PRE		POST	
	Sí	No	Sí	No
8. Comprensión de los principales cuantificadores y algunas cantidades elementales.	15 (54%)	13 (46%)	17 (61%)	11 (39%)
9. Inicio del conteo con una colección de elementos.	16 (57%)	12 (43%)	12 (43%)	16 (57%)
10 Distinción entre los nombres escritos y otros tipos de representaciones.	0 (0%)	28 (100%)	1 (3%)	27 (97%)
11. Correspondencias cuantitativas.	7 (25%)	21(75%)	11 (39%)	17 (61%)
12. Seriaciones cuantitativas.	0 (0%)	28 (100%)	2 (7%)	26 (93%)
13. Juntar, añadir, unir o reunir, agrupar, sumar... Sacar, separar, restar.	3 (10%)	25 (90%)	11 (39%)	17 (61%)
Total	41		54	

Geometría

La tabla 3 muestra que, en términos globales, no existen diferencias relevantes entre los contenidos detectados antes y después de la formación. De 67 contenidos detectados antes de la formación se pasa a 79 después de dicha formación, presentando una tasa de crecimiento del 17,91%. Los datos muestran también cierta disparidad: por un lado, dos de los contenidos que mayoritariamente detectan los profesionales son el reconocimiento de la posición relativa y la distancia y el reconocimiento de las formas que, aunque bajan sensiblemente después de la formación, pasando de 23 participantes (82%) a 20 (72%) y de 21 participantes (75%) a 16 (57%), respectivamente; por otro lado, otros contenidos del bloque, aunque su detección aumenta sensiblemente, siguen siendo muy poco visibles y, en ningún caso, llegan a superar el 35% de identificación. Como excepción, la observación de cambios de posición tiene más recurrencia tanto antes como después de la formación, de 10 (36%) pasa a 13 (46%) profesionales.

Tabla 3. Contenidos de Geometría.

Categorías según contenidos	PRE		POST	
	Sí	No	Sí	No
14. Reconocer la posición relativa a la dirección y la distancia	23 (82%)	5 (18%)	8 (28%)	0 (0%)
15. Reconocer algunas propiedades geométricas elementales	21 (75%)	7 (25%)	16 (57%)	12 (43%)
16. Relaciones espaciales elementales	0 (0%)	28 (100%)	4 (14%)	24 (86%)
17. Clasificaciones por forma	4 (14%)	24 (86%)	9 (32%)	19 (68%)
18. Correspondencias por forma	4(14%)	24 (86%)	6 (21%)	22 (79%)
19. Seriaciones por forma	0 (0%)	28 (100%)	5 (18%)	23 (82%)
20. Observación de algunos cambios en la posición	10 (36%)	18 (64%)	13 (46%)	15 (54%)
21. Observación de algunos cambios de forma	5 (18%)	23 (82%)	6 (21%)	22 (79%)
Total	67		79	

Atributos mensurables

La tabla 4 muestra que los contenidos de este bloque presentan unas frecuencias de detecciones muy dispares. Por un lado, destaca el reconocimiento de los atributos mensurables porque antes de la formación, los 28 participantes lo identifican (100%) y, después de la formación, lo siguen haciendo una extensa mayoría, en total 24 participantes (86%). Por otro lado, hay contenidos que no se han identificado o se han identificado de manera muy débil, como por ejemplo “identificación del tiempo”, que no se reconoce ni antes ni después de la formación, siendo este el único contenido que no han identificado los participantes, mientras que las clasificaciones, las ordenaciones, las correspondencias, las seriaciones y las secuencias temporales presentan frecuencias de aparición muy bajas (inferiores al 20%).

Tabla 4. Contenidos de Atributos Mensurables.

Categorías según contenidos	PRE		POST	
	Sí	No	Sí	No
22. Reconocimiento de los atributos mensurables	28 (100%)	0 (0%)	24 (86%)	4(14%)
23. Identificación del tiempo	0 (0%)	28 (100%)	0 (0%)	28 (00%)
25. Clasificaciones según atributos mensurables	4(14%)	24 (86%)	6 (21%)	22 (79%)
25. Ordenaciones según atributos mensurables	0 (0%)	28 (100%)	3 (10%)	25 (90%)
26. Correspondencias según atributos mensurables	0 (0%)	28 (100%)	2 (7%)	26 (93%)
27. Seriaciones según atributos mensurables	0 (0%)	28 (100%)	5 (18%)	23 (82%)
28. Secuencias temporales.	0 (0%)	28 (100%)	3 (10%)	25 (90%)
29. Observaciones de cambios sencillos	16 (57%)	12 (43%)	10 (36%)	18 (64%)
Total	48		53	

CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se ha analizado cómo afecta una actividad de formación continua en los conocimientos que poseen 28 profesionales de la Escuela Infantil (0-3 años) acerca de las matemáticas informales. Los datos obtenidos muestran que identifican conocimientos referentes al álgebra temprana, números

y operaciones, geometría y atributos mensurables, pero la facilidad y frecuencia con la que los profesionales los identifican es diferente.

Respecto al álgebra temprana, los resultados muestran que, después de la formación, han aumentado los conocimientos que detectan los participantes, siendo este el bloque de contenido con mayor tasa de crecimiento y el único en el que detectan todos los contenidos. Estos datos están en sintonía con las aportaciones de diversos autores que señalan como a través de la observación, la manipulación, la experimentación y el juego libre, los niños desarrollan desde edades muy tempranas conocimientos asociados a las acciones de agrupar, clasificar, seriar, ordenar, comparar, etc. cualidades sensoriales (i.e., Alsina, 2015; Alsina y Berciano, 2016; Clements y Sarama, 2015; Geist, 2014).

Los datos sobre los contenidos de números y operaciones detectados han puesto de manifiesto un menor impacto de la formación. De hecho, todos los contenidos exceptuando el reconocimiento de los principales cuantificadores, son reconocidos por menos de un 45% de los participantes. Esta aparente dificultad puede estar vinculada a las creencias que ciertos contenidos son propios de edades más avanzadas (Castro y Castro, 2016) o que la construcción del concepto de número y el conteo va por etapas y, antes de integrar la noción de conservación del número, el niño debe integrar en un solo sistema la capacidad de clasificar y de seriar (Piaget y Inhelder, 2007). Según Clements y Sarama (2015) esta argumentación piagetiana tiene su lógica inicial porque los niños deben conocer con profundidad estas capacidades (clasificar y seriar) para entender muy bien los números y llegar a ser muy habilidosos con ellos. Aun así, no debe tomarse como redundante y concluyen que los niños aprenden acerca del conteo y de los números mucho antes de dominar estas capacidades y añaden, también que, la práctica del conteo puede ayudar significativamente a desarrollar la habilidad de clasificar y seriar.

Referente a los conocimientos vinculados a los contenidos de geometría, los contenidos vinculados a las capacidades de relacionar y observar posiciones o formas no llegan a superar el 35% de frecuencia de aparición y, son los contenidos vinculados al reconocimiento de la posición y la forma los altamente recurrentes. Este es un dato preocupante, considerando que la literatura muestra que los niños pequeños son sensibles a las formas de las figuras desde el primer año (Clements y Sarama, 2015) y que los bebés antes de los dos años son capaces de identificar algunas formas y sus propiedades básicas (Geist, 2014) llegando a, entre los 24 y 36 meses, tener mucha información sobre la forma de los objetos y las distancias, reconociendo el espacio a partir de los diferentes puntos de referencia que han identificado y juzgando las distancias.

Por lo que refiere a los atributos mensurables, se observa que los contenidos de este bloque presentan unas frecuencias de aparición muy dispares destacando que todos los participantes identifican el reconocimiento de los atributos mensurables frente a contenidos como las clasificaciones, las ordenaciones, las correspondencias, las seriaciones y las secuencias temporales que presentan frecuencias de aparición muy bajas, inferiores al 20%. Estos datos contrastan con los datos de diversos autores, que exponen que de los 0 a los 3 años, los niños viven muchas experiencias con los atributos mensurables mientras juegan, exploran y manipulan los objetos y los materiales (Alsina, 2015; de Castro et al., 2015).

A pesar de las divergencias descritas, los primeros datos obtenidos han puesto de manifiesto que la actividad de formación ha enriquecido y ampliado los conocimientos de todos los profesionales acerca de las matemáticas intuitivas e informales; sin embargo, será preciso complementar estos datos con un análisis cualitativo más detallado que permita comprender mejor los factores que han permitido mejorar los conocimientos. Adicionalmente, para futuras investigaciones se contempla la necesidad de ampliar la muestra de estudio para poder explorar de forma más amplia los conocimientos matemáticos de los profesionales y poder desarrollar generalizaciones y diseñar un programa de formación

más amplio en el tiempo que ayude a implementar y consolidar los conocimientos, puesto que se observa que después de la formación siguen apareciendo conocimientos que solo identifican algunos profesionales. La finalidad sería dar nuevas oportunidades para implementar y analizar las prácticas educativas mediante nuevos procesos de reflexión donde los profesionales puedan seguir entrenando la mirada sobre qué, cómo y cuándo pueden facilitar estas primeras acciones matemáticas y cómo las pueden reforzar mediante su intervención.

Referencias

- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años: Elementos para empezar bien*. Narcea Ediciones.
- Alsina, Á. (2019). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 187-192.
- Alsina, Á. (2020). Revisando la educación matemática infantil: una contribución al Libro Blanco de las Matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 9(2), 1-20.
- Alsina, Á. y Berciano, A. (2016). Una aproximación a las acciones matemáticas de niños de 1 a 3 años. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 137-146). SEIEM.
- Alsina, Á. y Delgado, R. (2022). ¿Qué conocimientos necesita el profesorado de Educación Infantil para enseñar matemáticas? *Matemáticas, Educación y Sociedad*.
- Ball, D., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baroody, A. (1987). *Children's Mathematical Thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Teachers College Press.
- Baroody, A. J. (2000). Does mathematics instruction for three- to five-year-olds really make sense? *Young Children*, 55(4), 61-67.
- Björklund, C. y Barendregt, W. (2016). Teachers' pedagogical mathematical awareness in Swedish early childhood education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(3), 359-377. <https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066426>
- Bueno, D. (2019). *Neurociencia para educadores*. Ediciones Octaedro.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20, 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Clements, H. D., y Sarama J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. SAGE Publications, Inc.
- de Castro, C. (2011). Buscando el origen de la actividad matemática: Estudio exploratorio sobre el juego de construcción infantil. *Escuela Abierta*, 14, 47-65.
- de Castro, C., Flecha, G., y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 26, 89-108.

- Castro, E. y Castro, E. (Coords.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Pirámide.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics. An educational approach*. Holland Reidel Pub.
- Geist, E. (2014). *Children are born mathematicians: Supporting mathematical development, birth to age 8*. Pearson.
- Ginsburg, H. P., Klein, A. y Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: connecting research with practice. En W. Damon, I. E. Sigel y K. A. Renninger (Eds.), *Handbook of child psychology: Child psychology in practice* (pp. 401-476). John Wiley y Sons Inc.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. National Council of Teachers of Mathematics (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).
- Parks, A. N. y Wager, A. A. (2015) What Knowledge is Shaping Teacher Preparation in Early Childhood Mathematics? *Journal of Early Childhood Teacher Education*, 36(2), 124-141, <https://doi.org/10.1080/10901027.2015.1030520>
- Piaget, J. e Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño*. Morata.
- Ribeiro, C. M., Muñoz-Catalán, M. C. y Liñán, M. M. (2015). Discutiendo el conocimiento matemático especializado del profesor de Infantil como génesis de aprendizajes futuros. En I. M. Gómez-Chacón. (Eds.). *MWS, Proceedings Fourth ETM Symposium* (pp. 575-589). Universidad Complutense de Madrid.