

CONSTRUCCIÓN DE SISTEMAS DE REFERENCIA ESPACIALES EN EDADES TEMPRANAS: RECONOCIMIENTO DE MACROESPACIOS

Constructing spatial frames of reference in early ages: recognizing macrospace

Ortiz-Rocha, Y. A.^a, Sandoval-Cáceres, I.^b y Sacristán-Rock, A. I.^a

^a Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), México,

^b Universidad Pedagógica Nacional – Ajusco, México

Resumen

Presentamos resultados parciales de una investigación que indaga cómo estudiantes de ocho años interpretan, en una representación (fotografía) de un macrospace, la ubicación de objetos y sujetos, y cómo establecen relaciones de proximidad entre ellos: tareas integradas a una trayectoria de aprendizaje que fomenta el tránsito entre distintos espacios y la interpretación de representaciones. Esta se implementó en un experimento de enseñanza con estudiantes de tercero de una escuela pública en una zona socioeconómicamente vulnerable de la Ciudad de México. En un primer ciclo la implementación fue virtual (COVID-19) y en un segundo ciclo, presencial. Los resultados muestran dos acciones realizadas por los niños cuando analizaron representaciones de macrospace: imaginar y tomar perspectiva. Además, usaron marcos de referencia relativos e intrínsecos, y construyeron representaciones espaciales egocéntricas, alocéntricas y descentradas.

Palabras clave: razonamiento espacial, sistemas de referencia, macrospace, representaciones estáticas, experimento de enseñanza.

Abstract

We present partial results of a research that investigates how eight-year-old students perceive macrospace through a learning trajectory. Some tasks of the trajectory consist of analyzing two-dimensional static representations and interpreting the relationships between them and their corresponding physical spaces. These have been implemented in a teaching experiment with third grade students in a public elementary school located in a socioeconomically vulnerable area of Mexico City. In a first cycle, the implementation was virtual due to the COVID-19 pandemic; in the second cycle, it was face-to-face. The results show two actions carried out by children when they analyze representations of macrospace: imagining and perspective taking. Furthermore, they used relative and intrinsic frames of reference, and constructed egocentric, allocentric, and decentered spatial representations.

Keywords: spatial reasoning, frames of reference, macrospace, static representations, teaching experiment.

INTRODUCCIÓN

Todo ser humano, desde edades tempranas, requiere de oportunidades para construir, reconocer y representar diferentes tamaños del espacio que le rodea, esto es, a nivel de micro, meso y macro espacio (Galves, 1985). Resultado de una revisión de literatura inferimos una tensión entre si el razonamiento

Ortiz-Rocha, Y. A., Sandoval-Cáceres, I. y Sacristán-Rock, A. I. (2022). Construcción de sistemas de referencia espaciales en edades tempranas: reconocimiento de macrospace. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 441-449). SEIEM.

espacial se considera como algo innato o que se puede desarrollar; según Sorby (1999) esto se debe a confundir destreza (innato) con habilidad (se desarrolla).

En la investigación educativa, uno de los principales objetos de estudio ha sido evaluar, a través de tests, habilidades espaciales como, por ejemplo, la rotación espacial (e.g., Nagy-Kondor, 2017; Roura y Ramírez, 2021). Sin embargo, estudios relacionados con el aprendizaje de este tipo de habilidades en contextos escolares no son tan comunes (e.g., Davis et al., 2015); más aún, actividades escolares sólo tienden a enfocarse en el uso de dichas habilidades en lugar de desarrollarlas. Autores como Uttal et al. (2013) y Francis y Whiteley (2015) resaltan la importancia de desarrollar habilidades de razonamiento espacial, pues estas permiten a los estudiantes construir y leer mapas, planificar rutas, diseñar planos y representar espacios físicos. En particular, el reconocimiento y representación de diferentes tamaños del espacio implica en los sujetos al menos dos acciones, por un lado, cambios de dimensión (2D ↔ 3D) y, por otro, establecer sistemas de referencia (e.g., Battista, 2007; Gutiérrez, 1991; Job et al., 2021).

Respecto al primero, algunas actividades que promueven cambios de dimensión involucran la construcción de formas bi- y tri-dimensionales e interpretación de sus correspondientes representaciones (e.g., Gonzato y Díaz-Godino, 2010; Galves, 1985). En específico, para la elaboración de mapas (representaciones bidimensionales) el sujeto requiere reconocer convenciones, técnicas de proyección y coordenadas aceptadas entre distintas comunidades (Gonzato y Díaz-Godino, 2010). En cuanto a la interpretación de representaciones, Battista (2007) enfatiza en la integración de acciones más allá del “ver”; es decir, es importante establecer relaciones del todo (objeto) con sus partes (y la relación entre ellas) y viceversa, dando cabida al análisis de posibles transformaciones. Con relación a la construcción de formas bi- y tridimensionales, autores como Gutiérrez (1991), resalta la necesidad de potenciar habilidades de comunicación expresiva con actividades en las que solicite, por ejemplo, descripción de pasos para realizar una construcción, indicaciones de desplazamiento de objetos o sujetos en un determinado espacio, descripciones de posiciones relativas, orientaciones o convenciones entre objetos, sujeto-objetos o entre sujetos.

Respecto a la segunda acción, esto es, el establecimiento de sistemas de referencia es indispensable actividades que permitan reconocer relaciones de posición/ubicación entre objetos/sujetos. Los objetos/sujetos pueden percibirse y representarse desde diferentes perspectivas respecto al observador, a saber, alocéntrica (*allocentric*), egocéntrica (*egocentric*), y descentrada (*decentred-altercentric*) (Tversky y Hard, 2009; Job et al., 2021). Sin embargo, desde el campo de la educación matemática, según Bruce et al. (2016), se tiende a ignorar investigaciones relacionadas con toma de perspectiva (e.g., dibujar estructuras tridimensionales desde múltiples perspectivas) las cuales son relevantes para el trabajo relacionado con el desarrollo del pensamiento espacial.

Consideramos que hay una falta de actividades que aborden el reconocimiento y representación de los diferentes tamaños del espacio tanto en clases de geometría, en otras áreas académicas como en situaciones cotidianas, como lo sugieren Bruce et al. (2016). Entonces es necesario dejar de ver el razonamiento espacial como un apoyo e incluirlo en la investigación y en el currículo escolar como un proceso central (Davis et al., 2015). Siguiendo esa línea, en nuestra investigación diseñamos una trayectoria de aprendizaje para niños de tercero de primaria (ocho años) que implica el tránsito entre distintos espacios (micro, meso y macro) y la interpretación de representaciones bi- y tridimensionales (dinámicas y estáticas) y su construcción. Una parte de nuestros objetivos ha sido analizar cómo los estudiantes interpretan dichas representaciones –en particular las estáticas (fotografías) de un macroespacio (tema de esta comunicación)–, la ubicación de objetos y sujetos, y cómo establecen relaciones de proximidad entre ellos; es decir, cómo construyen un *sistema de referencia* (Levinson, 1996) y una *toma de perspectiva* (Davis et al., 2015; Tversky y Hard, 2009).

MARCO CONCEPTUAL

El marco conceptual de nuestra investigación integra tres vertientes: tamaños del espacio (micro, meso y macro), razonamiento espacial (acciones del sujeto tanto cognitivas como físicas) y sistemas de referencia (incluido dentro las acciones “cognitivas” del sentir).

Respecto al tamaño del espacio, Galves (1985) distingue tres tipos. En el microespacio (por ejemplo, una construcción con multicubos), los objetos pueden percibirse y manipularse directamente. En el mesoespacio (por ejemplo, una casa), los objetos están fijos, no son manipulables y son vistos desde diferentes puntos de referencia; es decir, el sujeto puede tener una visión global del lugar/objeto a partir de percepciones sucesivas y puede recorrerlo por el interior y el exterior. En el macroespacio (una ciudad, una zona rural, etc.), no se tiene acceso global simultáneo, sino que la percepción de este es a través de visiones locales sucesivas.

Respecto al razonamiento espacial, se retoma el modelo propuesto por Davis et al. (2015) quienes representan la complejidad de este a través de un sistema que integra tanto comprensiones “mentales” como transformaciones “físicas” (lo que interpretamos como acciones cognitivas y corporizadas). Al explicar su modelo, estos autores describen algunos de los elementos que podrían estar involucrados, por ejemplo, cuando los niños reconocen relaciones entre una superficie curva y una proyección plana:

moverse entre [...] representaciones implica transformaciones múltiples y simultáneas [...], incluidos movimientos (e.g., rotaciones), alteraciones (p. ej., distorsiones y escalas) y ubicaciones (p. ej., localización y orientación). Al mismo tiempo, se invocan varios elementos de comprensión [...], como interpretar (e.g., comparar y relacionar) y sentir (e.g., tomar perspectiva, visualizar), dicho de otra manera, el acto de transferir y transformar información espacial de una representación a otra, aunque claramente es un acto de razonamiento espacial, también parece operar en un plano conceptual diferente al de, digamos, deslizar (trasladar) (traducido de Davis et al., 2015, pp 142-143).

En actividades que implican interpretar representaciones de macroespacios están presentes al menos dos de los elementos del modelo de Davis et al. (2015): interpretar y sentir. Interpretar, según estos autores, son acciones relacionadas con los procesos cognitivos de relacionar, comparar y representar. El proceso de interpretación puede ocurrir al estudiar representaciones bidimensionales de un espacio y sus relaciones con el espacio representado. Sentir se refiere a las acciones que realiza un sujeto al interactuar con un objeto o en un espacio, como “propioceptir”, imaginar, tactilizar, visualizar y tomar perspectiva (Davis et al., 2015). En particular, la toma de perspectiva involucra identificar la posición, orientación y ubicación de un lugar u objeto en un espacio determinado, utilizando algún sistema de referencia.

Levinson (1996) identificó tres tipos de sistemas de referencia: a) el *relativo* donde la ubicación de un objeto se expresa en relación con el punto de vista del perceptor y la posición de otro objeto; b) el *intrínseco* que involucra un sistema de coordenadas centrado en el objeto determinado por las características inherentes a este; y c) el *absoluto* donde la ubicación de un objeto se define en relación con rumbos fijos arbitrarios, como direcciones cardinales (Norte, Sur, Este, Oeste). La anterior tipificación podría interpretarse de acuerdo a lo planteado por Tversky y Hard (2009): la representación espacial egocéntrica está centrada en el observador y por ende las descripciones están en primera persona lo cual implica el establecimiento de un sistema de referencia relativo; en la aloécéntrica las relaciones entre los objetos/sujetos están centradas en el entorno que los contiene; mientras en la representación descentrada se describen las relaciones entre objetos/sujetos desde la perspectiva de otro, lo que significa descripciones en tercera persona.

METODOLOGÍA

En nuestro estudio diseñamos un experimento de enseñanza bajo el enfoque de investigación de diseño de Cobb y Gravemeijer (2008); estos autores definen un experimento de enseñanza como aquel

que involucra ciclos de diseño y análisis de actividades de una trayectoria de aprendizaje. Cada ciclo involucra la preparación de la trayectoria, su implementación y un análisis retrospectivo de los datos. Se llevaron a cabo dos ciclos de diseño e implementación con niños de tercer año (ocho años) de una escuela primaria pública en una zona socioeconómicamente vulnerable de México. El primer ciclo se implementó en un entorno de aprendizaje a distancia (debido a la pandemia de COVID-19) durante el año escolar 2020-2021 con un grupo de 16 niños; el número de estudiantes participantes fluctuó debido a problemas de acceso (e.g., falta de Internet). Las sesiones fueron a través de *Google Meet* y los estudiantes utilizaron tabletas y teléfonos inteligentes. Las producciones de los estudiantes se documentaron en fotos y/o videos enviados por correo electrónico. El segundo ciclo se realizó en modalidad presencial en los primeros meses del año 2022 y con un grupo de 24 niños. Todas las sesiones fueron grabadas.

La primera autora de este informe actuó como docente-investigador participante, guiando las sesiones; y las otras dos coautoras actuaron como observadores tomando notas de campo. Después de cada sesión se discutieron las observaciones y acciones necesarias para adaptar las siguientes sesiones, y así informar los ciclos de diseño y análisis de este experimento. En las descripciones de los resultados presentados se usan seudónimos y, en las fotografías, sólo son visibles expresiones corporales de los niños que ilustran acciones de cómo reconocen macroespacios a través de representaciones.

Ejemplo de trayectoria de aprendizaje: exploraciones y tareas relacionadas con terremotos

Una trayectoria de aprendizaje, como señalan Sarama y Clements (2009), debe promover la construcción de ideas y acciones, dar cuenta de los procesos involucrados en esa construcción y, en base a esos procesos, especificar tareas de aprendizaje y estrategias de enseñanza.

Nuestra trayectoria se centra en el fenómeno de los terremotos, un evento familiar para los estudiantes de la Ciudad de México. Nuestra hipótesis es que, si los niños analizan fotografías que representan vistas ortogonales superiores o aéreas relacionando el tamaño entre los objetos de la imagen y la ubicación del fotógrafo, entonces se favorece reconocer más fácilmente macroespacios y relacionar las representaciones bidimensionales usadas con su espacio real. Las tareas de aprendizaje están enmarcadas por las siguientes preguntas: i) ¿Cuáles son los riesgos en su escuela?; ii) ¿Por qué ocurren los terremotos?; iii) ¿Qué zonas son más sísmicas?; iv) ¿Qué instrumentos se utilizan para detectar los movimientos de la tierra? La tabla 1 describe las cuatro actividades y la duración de su ejecución (45 min. por sesión).

Tabla 1. Actividades fenómeno de los sismos.

	Actividad	Número de sesiones	
		Primer ciclo	Segundo ciclo
i)	Introducción a los terremotos y compartir las experiencias de los niños durante el terremoto de 2017.	2.5	1
ii)	Interactuar con macroespacios (capas de la corteza terrestre; espacios creados a través de movimientos sísmicos y terrestres: por ejemplo, cadenas montañosas como el Himalaya, la falla de San Andrés y el Valle del Rift) a través de representaciones estáticas (imágenes) y dinámicas (en Google Earth). Análisis de los sistemas de referencia.	2.5	3
iii)	Uso de mapas para identificar las zonas sísmicas de México. (Incluye familiarizarse con convenciones).	2	2
iv)	Construcción de un sismógrafo con materiales reciclados y experimentación para registrar movimientos.	1	2

DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los datos presentados aquí corresponden a la segunda actividad relacionada con la pregunta “¿por qué ocurren los terremotos?” donde se exploran representaciones estáticas (fotos) de macroespacios. Las preguntas para promover la reflexión sobre los puntos de referencia para la toma de perspectiva fueron: “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?” y “¿Dónde crees que se encontraba el fotógrafo?” Ilustramos los hallazgos derivados de esta tarea a través de dos episodios donde los estudiantes interpretan fotografías del Himalaya (figura 1a y figura 1b) y el Valle de Rift (Fig. 1c).

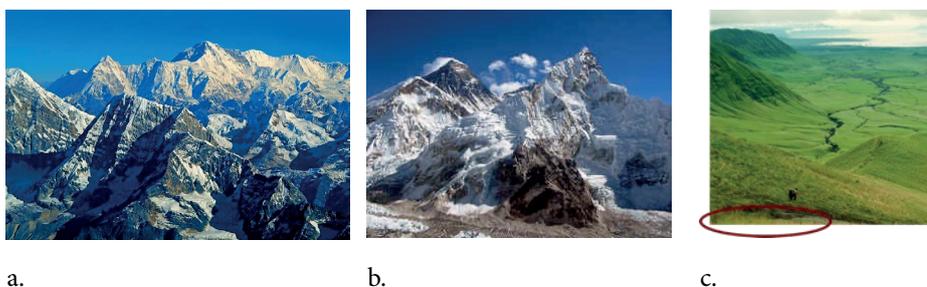


Figura 1. Representaciones estáticas del macroespacio. a) Los Himalayas (Historia y Biografías, 2014). b) La cordillera del Himalaya (Portillo, n.d.). c) Gran Valle de Rift (KLM, n.d.).

Primer episodio. Exploración de montañas en el Himalaya a través de fotografías

El siguiente diálogo corresponde al primer ciclo (modalidad remota a distancia).

Profesora: ¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?

Daniel: Yo pienso que [el fotógrafo] está en el suelo [figura 1a].

Ricardo: Yo también digo que desde el suelo.

Profesora: Y, ¿por qué piensan eso?

Daniel: Está parado, pero la toma hacia arriba. Toma un ángulo para arriba.

Profesora: Ok. Y [en] la segunda foto figura 1b), ¿dónde creen que se encontraba el fotógrafo?

Ricardo: Como que se ve la cámara un poquito arriba y como que siento que está parado [Luego usó sus manos para mostrar la posición de la cámara en las manos del fotógrafo, véase figura 2].

Daniel: Yo también pienso que está en el piso, tomando el ángulo para el frente nada más, mirando todo derecho.



Figura 2. Ricardo indica cómo el fotógrafo probablemente sostuvo la cámara.

En el diálogo anterior, Daniel y Ricardo consideraron que el fotógrafo estaba en “el suelo” para el caso de la figura 1a, y “parado” para el caso de la figura 1b. Ellos también tuvieron en cuenta el ángulo de visión del fotógrafo, como se evidencia en lo expresado por Daniel “[el fotógrafo] toma un ángulo

para arriba” (al referirse a la figura 1a) y, “tomando el ángulo para el frente” (respecto a la figura 1b). Nuestra interpretación es que Daniel imaginó el ángulo de visión y lo indica con el gesto hecho con sus manos (figura 2) junto con la expresión simultánea: “se ve la cámara un poquito arriba”. Las descripciones (lenguaje oral y corpóreo) realizadas por Daniel y Ricardo nos permite inferir que cada uno de ellos construyó un sistema de referencia relativo (Levinson, 1996). Pareciera que ellos percibieron la posición del fotógrafo desde una perspectiva egocéntrica (Tversky y Hard, 2009), al referirse a los objetos desde su propio punto de vista, ellos toman el lugar del fotógrafo.

El siguiente fragmento corresponde al segundo ciclo (modalidad presencial).

Profesora: ¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?

Luis: Desde una montaña.

Profesora: ¿Por qué dices que desde una montaña?

Luis: Porque en la parte de esta imagen [se refiere a la figura 1a] parece que hay más montañas [usó sus manos para representar las montañas vistas (figura 3B) y no vistas en la foto (figura 3A) desde donde imagina la ubicación del fotógrafo].

Omar: La segunda foto sería en el piso [se refiere a la figura 1b].

Profesora: ¿Por qué desde el piso?

Omar: Porque se ve la tierra [el suelo] muy cerca.

Alicia: Porque se ven las nubes.



Figura 3. Luis representa con sus manos la ubicación del fotógrafo (A) y de las montañas (B).

Luis imaginó la posición del fotógrafo en una montaña que no se percibe en la fotografía, puesto que él considera que la está tomando de frente y esto lo interpretamos por la posición de sus manos (figura 3A). Aunque no lo menciona explícitamente, parece que Luis enfocó su atención en relaciones de proximidad entre elementos de la foto (más cerca, más lejos, más grandes, más pequeños) para establecer relaciones de distancia del fotógrafo (figura 3A) a las montañas (figura 3B); esto nos permite inferir que Luis estableció un sistema de referencia intrínseco (Levinson, 1992). Además, él construyó una representación descentrada (Tversky y Hard, 2009): no se posicionó como el fotógrafo, sino que imaginó la ubicación de este en el macroespacio (otra montaña). Omar y Alicia también construyeron un sistema de referencia intrínseco y, a diferencia de Luis, sus representaciones fueron alocéntricas (Tversky y Hard, 2009) estableciendo relaciones entre el tamaño de los objetos. Creemos que sus expresiones “la tierra [suelo] se ve muy cerca”, “se ven las nubes” están basadas en sus propias experiencias de cómo perciben visualmente los diferentes objetos en términos de relaciones de proximidad (cerca/lejos).

Segundo episodio. Exploración del Valle de Rift a través de su fotografía

El diálogo siguiente corresponde al primer ciclo del experimento de enseñanza (modalidad remota) en el que se analizó el Valle de Rift (figura 1c) mediante la pregunta: “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?”

Nadia: Como que la están tomando desde una montaña.

Jaime: Tal vez la tomaron desde el helicóptero.

Profesora: ¿Por qué piensas eso?

Jaime: La personita que se ve ahí, o al menos ese punto, es como una persona, y el pasto y las grietas se ven muy pequeñas para estar cerca.

Nadia: Yo digo que sí se tomó desde una montaña porque se ve pasto donde toman la foto.

En el segundo ciclo (modalidad presencial), las respuestas a la pregunta “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?” fueron similares a las del ciclo 1, como se muestra a continuación:

Ernesto: Desde el piso, desde una montaña.

Nicol: En el cielo porque la grieta se ve muy chiquita.

Ernesto: Abajo se ve como si hubiera más pasto [Ernesto imagina que el pasto visto en la parte inferior izquierda de la figura 1c es más largo].

Nadia y Ernesto identificaron elementos cercanos a la cámara como el pasto (ver figura 1c, parte inferior) para deducir que el fotógrafo estaba en una montaña. Por su parte, Jaime y Nicol se fijaron en el tamaño de los objetos para reconocer relaciones de distancia entre la ubicación del fotógrafo y el tamaño de los objetos (más lejos, más pequeños). En efecto, todos ellos establecieron relaciones de proximidad –la cercanía o lejanía de los objetos respecto a la posición del fotógrafo– interpretando los elementos de la imagen, lo que les permitió establecer un marco de referencia intrínseco (Levinson, 1996). También construyeron una representación aloccéntrica (Tversky y Hard, 2009) por la manera como expresan la correspondencia entre elementos (e.g., grietas, pasto) como parte de un todo (el entorno completo).

REFLEXIONES FINALES

En los dos episodios anteriores presentamos ejemplos de cómo niños de 8 años, tanto en modalidad remota –debido a la pandemia de COVID-19– como presencial, interpretaron macroespacios a través de representaciones bidimensionales estáticas. Afirmamos que las dos preguntas guías permitieron a los niños situarse en diferentes sistemas de referencia (relativos e intrínsecos) así como diferentes representaciones espaciales (egocéntrica, aloccéntrica y descentrada-altercéntrica). La pregunta “¿Desde dónde crees que fue tomada esta fotografía?”, enfocó la atención de los estudiantes a notar relaciones de distancia-tamaño entre algunos de los elementos de las imágenes respecto a la posición del fotógrafo. La otra, “¿Dónde crees que se encontraba el fotógrafo?”, provocó en los niños imaginar la posición del fotógrafo desde una perspectiva egocéntrica respecto al macroespacio representado, considerando –implícitamente– el campo de visión. Nuestros resultados muestran que, para inferir el sistema de referencia construido por los niños, es necesario analizar tanto el lenguaje oral como el gestual para dar cuenta de relaciones establecidas entre la ubicación del fotógrafo, la foto y sus elementos. En resumen, identificamos dos acciones realizadas por los niños al analizar los tres macroespacios representados: i) *imaginar* la posición del fotógrafo: qué vería, cómo colocaría su cuerpo y sus manos, cómo sujetaría

la cámara, cuál sería su campo de visión; y ii) *toma de perspectiva* para identificar cómo sería visto un objeto o lugar desde un determinado sistema de referencia.

La interpretación de representaciones bidimensionales de un macroespacio es un proceso complejo. Para desarrollar habilidades de razonamiento espacial, como lo destacan investigadores como Francis y Whiteley (2015) y Davis et al. (2015), es importante promover, en los primeros años de escolaridad tareas que impliquen cambios de dimensión y establecimiento de sistemas de referencia. A pesar de las dificultades, relacionadas con COVID-19 y por las limitaciones socioeconómicas de nuestros participantes, para la implementación de la trayectoria de aprendizaje propuesta, los hallazgos apuntan a la viabilidad de promover el desarrollo de habilidades de razonamiento espacial en contextos escolares. Sin embargo, se requiere más investigación en las aulas para documentar los resultados de trayectorias de aprendizaje como la propuesta, tanto en términos del diseño de tareas, su implementación y la formación de docentes para ello.

Agradecimientos

Esta investigación se ha realizado dentro del proyecto [SAC-ST-CPS-083-2021] y en el marco del programa de vinculación 'Aprendizaje de las matemáticas en contextos diversos' entre la Escuela Primaria Alfredo V. Bonfil y la Universidad Pedagógica Nacional, Ajusco, México.

Referencias

- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Bruce, C., Davis, B., Sinclair, N., McGarvey, L., Hallowell, D., Drefs, M., Francis, K., Hawes, Z., Moss, J., Mulligan, J., Okamoto, Y., Whiteley, W. y Woolcott, G. (2016). Understanding gaps in research networks: using "spatial reasoning" as a window into the importance of networked educational research. *Educational Studies in Mathematics*, 95(2), 143-161. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9743-2>
- Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R. A. Lesh y J. Y. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education* (pp. 68-95). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315759593.ch4>
- Davis, B., Okamoto, Y. y Whiteley, W. (2015). Spatializing school mathematics. En B. Davis y Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations* (pp. 139-150). Routledge.
- Francis, K. y Whiteley, W. (2015). Interactions between three dimensions and two dimensions. En B. Davis y Spatial Reasoning Study Group (Eds.), *Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions, and speculations* (pp. 131-146). Routledge.
- Galves, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis de doctorado no publicada. Cinvestav-IPN.
- Gonzato, M. y Díaz-Godino, J. (2010). Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 45-58.
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. En E. Filloy y L. Puig (Eds.), *Memorias del Tercer Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 44-59). Cinvestav-IPN.

- Historia y Biografías (2014). *Los Himalayas: Formación cadena montañosa* [Fotografía]. <https://historiaybiografias.com/himalayas/>
- Job, X. E., Kirsch, L. y Auvray, M. (2021). Spatial perspective-taking: insights from sensory impairments. *Experimental brain research*, 240, 27-37. <https://doi.org/10.1007/s00221-021-06221-6>
- KLM (n.d.). *The natural wonder of the Great Rift Valley* [Fotografía]. https://img.static-kl.com/images/media/2F6BEBB4-4854-42D5-B65D82D698547093?aspect_ratio=1:1&min_width=456
- Levinson, S. C. (1996). Frames of reference and Molyneux's question: Cross-linguistic evidence. En P. Bloom, M. Peterson, L. Nadel, y M. Garrett (Eds.), *Language and space* (pp. 109-169). MA: MIT press.
- Nagy-Kondor, R. (2017). Spatial ability: Measurement and development. En M. S. Khine (Ed.), *Visual-spatial ability in STEM Education: Transforming Research into Practice* (pp. 35-58). Cham, Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-44385-0_3
- Portillo, G. (n.d.). *La cordillera del Himalaya* [Fotografía]. <https://images.app.goo.gl/oroWuCjTqmT-Mqrpz9>
- Roura, R. y Ramírez, R. (2021). Sentido espacial en futuros maestros. En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 537-544). Valencia: SEIEM.
- Sarama, J. y Clements, DH. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge
- Sorby, S. (1999). Developing 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21-32.
- Tversky, B. y Hard, B. M. (2009). Embodied and disembodied cognition: Spatial perspective-taking. *Cognition*, 110(1), 124-129. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.10.008>
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C. y Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352-402. <https://doi.org/10.1037/a0028446>