

# CONDICIONES Y EFECTOS DE LA SEGURIDAD EN TORNO A RESULTADOS MATEMÁTICOS

## Conditions and effects of security on mathematical results

Rigo-Lemini, M., Bernal-Pinzón, A. y Orozco-del-Castillo, C.

CINVESTAV

### Resumen

*Se analiza la seguridad sobre resultados matemáticos (e. g., seguridad en el resultado final de una tarea) que experimentan agentes educativos durante la resolución de una tarea de proporcionalidad directa. Se definen categorías —y se ilustran con un caso— que permiten describir las condiciones que, en ese contexto, detonan la seguridad que el agente experimenta en torno a los resultados matemáticos que deriva, así como los efectos que la seguridad tiene sobre decisiones y acciones matemáticas que se realizan durante la resolución.*

**Palabras clave:** condiciones y efectos de la seguridad, seguridad en torno a resultados matemáticos.

### Abstract

*Security of mathematical results (e.g., security in the final result of a task) experienced by educational agents during the resolution of a direct proportionality task is analyzed. Categories are defined —and illustrated with a case— that allow describing the conditions that, in that context, trigger the security that the agent experiences around the mathematical results that he derives, as well as the effects that security has on decisions and mathematical actions that are performed during the resolution.*

**Keywords:** security conditions and effects, security on mathematical results.

### ANTECEDENTES Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

La comunicación versa sobre el tema de la seguridad (o estados afines como confianza, convencimiento y certeza) que estudiantes, profesores o profesionales de las matemáticas experimentan en torno a resultados matemáticos: por ejemplo, la seguridad que los alumnos suelen tener en el algoritmo de la suma, o la confianza que un profesor experimenta al aplicar la fórmula general de las ecuaciones de segundo grado, o la certeza que experimentaron los matemáticos en torno a la veracidad del V postulado de Euclides. Lo que aquí se reporta forma parte de los hallazgos derivados en el marco de un Programa Interdisciplinario de Investigación, el ‘Programa’ (coordinado por una de las autoras) sobre estados como la seguridad y la duda. A la seguridad o duda (en algún resultado matemático) en el Programa se le llaman ‘estados epistémicos de convencimiento’ (EEC) (Rigo-Lemini, 2013).

¿Por qué debiera interesar a la educación matemática el estudio de los EEC y, en particular, el de la seguridad? En principio, porque la experiencia de seguridad que sienten las personas durante los trabajos matemáticos (e.g., resolución de tareas, demostración de conjeturas) no solo es constante

---

Rigo-Lemini, M., Bernal-Pinzón, A. y Orozco-del-Castillo C. (2022). Condiciones y efectos de la seguridad en torno a resultados matemáticos. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 499-507). SEIEM.

sino también inevitable: ¿cuántas veces el lector, sin siquiera proponérselo, ha sentido certeza en la aplicación de una fórmula matemática o confianza en el resultado de un problema? Esta presencia de la seguridad en las actividades matemáticas ha sido ya documentada por los expertos: si un estudiante confía en una regla matemática, es muy probable que la utilice durante la resolución de un problema (Fischbein, 1987; Foster, 2016); si un matemático no estuviera de alguna manera convencido de la verdad de una conjetura difícilmente dedicaría tiempo para comprometerse con su prueba, como dice de Villiers (1990). Así que la seguridad funge como impulso imprescindible de los trabajos matemáticos. Sin embargo, también se ha visto que la seguridad puede llegar a representar un impedimento para el avance del conocimiento: el caso de la certeza incuestionada que Saccheri experimentó en torno a la verdad del V Postulado es un ejemplo paradigmático (Kline, 1985).

Para encarar este problema de la seguridad (i.e., que este EEC puede funcionar como un impulso pero también como un freno y para enfrentar otros que aquí no se mencionan), sería deseable comprender aspectos diversos relacionados con los EEC en general y con la seguridad en particular (por ejemplo, cómo surge y cuáles son sus efectos sobre los trabajos matemáticos que las personas realizan).

Expertos en el tema han reflexionado sobre diversos fenómenos didácticos relacionados con los EEC, pero más específicamente sobre la incertidumbre (la confusión y la duda). Algunos sostienen, por ejemplo, que la incertidumbre y la confusión surgen ante la presencia de algún conflicto cognitivo no resuelto (Zaslavsky, 2005): aparece incertidumbre cuando un alumno no puede elegir entre dos resultados contrapuestos o cuando carece de herramientas para verificar una respuesta (Brown, 2014; Muis et al, 2015; Zaslavsky, 2005). Otros autores hacen referencia a una ‘confusión productiva’ que favorece el aprendizaje, cuando el alumno activa herramientas metacognitivas y cognitivas para hacerle frente al conflicto que generó la confusión, a diferencia de la ‘confusión no productiva’, estado en el que no hay ganancia en el aprendizaje porque la imposibilidad de resolver el conflicto cognitivo genera en el estudiante frustración, ansiedad o aburrimiento y así, pasividad cognitiva.

A pesar de estos resultados sin duda relevantes, muy poco se sabe con respecto a diversos aspectos de la seguridad. En este reporte se pretende comenzar a llenar este hueco en la investigación en educación matemática (aunque solo sea muy parcialmente). Específicamente, en la comunicación se plantean dos objetivos: i) identificar las condiciones que detonan la seguridad en el contexto de la resolución de tareas e ii) identificar los efectos o consecuencias que la seguridad tiene sobre los trabajos matemáticos. Para concretar, se enfocará el estudio en una tarea de proporcionalidad directa. Para conseguir los objetivos, en lo que sigue se introducen categorías teórico-empíricas que permiten describir esas condiciones y efectos, categorías que se ilustran acudiendo a la resolución que una de las participantes en el estudio (Hannia) dio a una de las tareas propuestas.

## MARCO TEÓRICO: CATEGORÍAS INTRODUCIDAS EN LA INVESTIGACIÓN

Como resultado de investigaciones sobre los EEC realizadas en el Programa, se definieron categorías teórico-empíricas asociadas a los EEC. La construcción de dichas categorías se realizó siguiendo los principios de la Teoría Fundamentada (Corbin y Strauss, 2015) y se basó en los datos empíricos recabados durante esos estudios. No se introducen aquí los detalles de la construcción por exceder los objetivos de este escrito. Las categorías se describen en lo que sigue y se resaltan en *itálicas*.

### *Categorías relacionadas con las condiciones que detonan la seguridad*

Dada la situación de resolver una tarea de valor faltante en algún contexto escolar, el estudiante se suele proponer, entre otras, el logro de la *Meta Matemática* de resolver la tarea, lo que significa encontrar el valor de la cantidad desconocida. Para alcanzar esa meta, el estudiante toma decisiones y realiza

acciones, apoyado en conocimientos previos, con el propósito de conseguir metas matemáticas intermedias, entre otras: representar las relaciones entre las variables e identificar el concepto que modela la situación problemática; elegir las técnicas procedimentales y realizar las operaciones. Específicamente, el estudiante se suele plantear las metas de producir *Resultados Matemáticos* del tipo: “el valor de la incógnita es 4.5m”; “[el concepto que modela la situación problemática] es el de proporcionalidad directa simple”, o “[la técnica con la que se puede resolver] la tarea es la Regla de tres”. Los estudiantes suelen utilizar expresiones incompletas o inexactas pero generalmente su intención es representar los resultados que se derivan de acciones como las antes mencionadas. Las Metas Matemáticas que el profesional de las matemáticas se suele plantear son el verificar computacionalmente una conjetura; el buscar derivar una prueba; el examinar y sancionar las pruebas que sus pares han generado, entre otras.

Es frecuente que, asociadas a las metas matemáticas, el agente (el estudiante o el profesional de las matemáticas) se plantee explícita o implícitamente Metas diversas (como la de resolver rápido la tarea) pero también, algunas metas epistémicas; por ejemplo, la Meta Epistémica de resolver correctamente un ejercicio o una tarea o el reto matemático asumido, es decir, la meta de que los resultados matemáticos obtenidos sean verdaderos, o bien, la Meta Epistémica de saber si los resultados matemáticos son verdaderos.

Para cubrir sus metas epistémicas, el agente posiblemente buscará contar con alguna garantía, justificación o razón que sustente o verifique la verdad de los resultados en juego; el conjunto de métodos de sustentación elegidos por el agente conforma lo que en el Programa se llaman los *Requerimientos de Veracidad*, los cuales dependen de cada contexto (de hecho, los Requerimientos de Veracidad son semejantes a los esquemas de prueba definidos por Harel y Sowder (1998)). En el caso de los matemáticos, los requerimientos de veracidad coinciden con los criterios de rigor imperantes en la comunidad de matemáticos. En el caso de los alumnos, los requerimientos de veracidad que ellos se suelen plantear pueden llegar a coincidir con (pero no son necesariamente iguales a) las razones y justificaciones que se establecen para su nivel educativo.

El agente cubrirá sus metas epistémicas (de saber que derivó un resultado correcto) cuando valora que aplicó satisfactoriamente los requerimientos de veracidad elegidos para demostrar la verdad de dicho resultado. En el marco del programa se considera que en esos casos él experimentará un estado de *Seguridad* en torno a la veracidad del resultado obtenido.

Por ejemplo, un matemático se puede plantear la meta epistémica de garantizar (casi al 100%) la veracidad de una conjetura  $C$ . Es posible que él llegue a sentir altos grados de seguridad en la verdad de  $C$  (casi del 100%) cuando llegue a valorar que alcanzó su meta epistémica por haber aplicado satisfactoriamente Requerimientos de veracidad que (de acuerdo a lo que reportan Weber, Mejía-Ramos y Volpe [2022]) incluyen tres tipos de justificaciones: la comprobación empírica de la verdad de  $C$  a través de la verificación de algunos casos; la prueba deductiva y la corroboración de la prueba por parte de los expertos; en suma, él se sentirá seguro de  $C$  como consecuencia de valorar que justificó satisfactoriamente su verdad mediante ciertos requerimientos de verdad (empíricos, prueba, pares). En el apartado de la presentación del caso empírico se pretende mostrar que Hannia experimenta seguridad bajo condiciones semejantes.

### *Categorías relacionadas con los efectos de la seguridad sobre los trabajos matemáticos*

A su vez, la experiencia de la seguridad en torno a un resultado tiene efectos sobre las acciones matemáticas que se realizan durante dicha resolución, efectos que en esta investigación se denotan también con categorías, específicamente, las que a continuación se describen.

Por una parte, se da una tendencia de actuar en consecuencia con la aceptación de la verdad de los resultados matemáticos. Por otra, se diseña un plan matemático, que se refiere a los planes específicos que el alumno traza relacionados con las acciones que llevará a cabo en lo subsiguiente y que son consecuencia de la Tendencia.

## **POBLACIÓN, MÉTODOS DE RECUPERACIÓN DE DATOS Y METODOLOGÍA**

La investigación cuyos resultados parciales aquí se exponen es de tipo cualitativo y por tanto, es de carácter interpretativo. Para el análisis se emplearon distintas técnicas de la teoría fundamentada (en la versión de Corbin y Strauss (2015)), entre ellas, el microanálisis, herramienta con la que se busca examinar a profundidad el significado de algunas piezas de datos y que se suele utilizar en estadios de exploración temprana.

Lo que se reporta en este manuscrito está centrado en el microanálisis de un caso, el de Hannia. Ella, al igual que sus cinco compañeros (de entre 14 y 15 años) que participaron en la investigación, cursaba el 3° de secundaria en una escuela pública cuando se realizó el estudio. La elección de los sujetos la realizó la maestra de matemáticas, a quien se le solicitó que fueran estudiantes con excelencia académica; se les eligió por ser los que podrían ofrecer más información sobre el tema a investigar, siguiendo lo que se recomienda en las investigaciones cualitativas (Morse, 2007). La recolección de los datos se realizó con dos cuestionarios y una entrevista. Aquí se reportan solo los resultados del cuestionario 1.

En el cuestionario 1 se plantearon 6 tareas aritméticas de valor faltante (tomadas de Block et al., 2010 y de Vergnaud, 1991) de las que se espera un resultado numérico; cinco son de proporcionalidad. Se eligieron tareas que están al alcance de los alumnos (porque ellos debieran de poseer, dado su nivel educativo, las herramientas conceptuales y técnicas para resolverlas) pero que les podrían representar un reto cognitivo (porque si bien es probable que ellos iban a confiar en que las resolverían con éxito, posiblemente no lo lograrían, por el uso indiscriminado que suelen hacer de la regla de tres en tareas de valor faltante). Al final de cada reactivo se pidió a los alumnos que reportaran el EEC que experimentaron en relación con su respuesta (eligiendo una opción en una escala) y que explicaran, en una pregunta abierta, en qué basaban su nivel de seguridad. Después de los cuestionarios se aplicó, de manera individual, una entrevista no estructurada (Birks y Mills, 2015; Corbin y Strauss, 2015), la cual se grabó en audio y se transcribió enumerando cada participación (en la reconstrucción que abajo se expone, el numeral que aparece entre paréntesis hace referencia a esta numeración. Aunque no es posible transcribir en este documento esas entrevistas, es posible consultarlas en Bernal (2022)). Los datos se recolectaron en la escuela. Cada estudiante dio solución a los cuestionarios de manera individual. Las entrevistas se realizaron inmediatamente después de que los alumnos terminaron de resolver los cuestionarios. Las tareas se pilotearon con estudiantes de tercero de secundaria de una escuela pública.

## **PRESENTACIÓN DEL CASO EMPÍRICO**

En lo que sigue se expone un microanálisis de la resolución que Hannia dio a la tarea 1 del primer cuestionario. Se eligió este caso ya que ilustra de manera satisfactoria y puntual las categorías introducidas en el marco teórico. Se inicia con el esquema de resolución de la tarea, en el que se describe cómo ella la resuelve. Esto sirve de base para la reconstrucción de la resolución, en la que se propone una interpretación de la producción de la estudiante considerando sus trabajos matemáticos así como los EEC que ella fue experimentando en torno a los resultados involucrados. Para el análisis de los EEC se consideran las categorías antes descritas, es decir, las incluidas en las condicionantes de los EEC (metas epistémicas, requerimientos de veracidad y valoración) y en los efectos (tendencias y planes matemáticos). El análisis se basa en las evidencias explícitas que Hannia proporcionó en el cuestionario así

como en las reflexiones metacognitivas que compartió durante la entrevista. Sin embargo, también se consideraron eventos o incidentes que la alumna solo insinuó de manera implícita. Para interpretarlos las investigadoras se dieron la licencia de hacer algunas inferencias bajo la consideración de que un rasgo de la cognición implícita es que la persona dispone de representaciones activas que, aunque no puede informar o solo lo puede hacer parcialmente, están influyendo en su conducta, la cual eventualmente puede ser visible para otros (Pozo, 2001).

### Esquema de resolución de la tarea (T1)

En la T1 (de proporcionalidad simple directa) se plantea lo siguiente: “Tres madejas de lana pesan 200 gramos. Se necesitan 8 para hacer un suéter ¿Cuánto pesa el suéter?”. En la figura 1 aparece la resolución que Hannia produjo en el Cuestionario.

En la entrevista (en 310) Hannia explicó cómo resolvió la T1: “... pues aquí dice que eran 3 y eran 200 gr. entonces nada más saqué lo unitario y me salió el valor de uno, entonces el valor de uno lo multipliqué por 8 y eso me dio la respuesta de cuánto pesaba el suéter”. En el cuestionario, Hannia explícitamente distinguió las cantidades conocidas y la incógnita y sus respectivas unidades de magnitud (casi en todos los casos); dichas cantidades las relacionó ahí mediante igualdades, de manera idiosincrática y errónea, evocando quizás relaciones de proporcionalidad directa. En la entrevista (310) explicó fluida y correctamente la técnica con la que resolvió la tarea (el cálculo del valor unitario) y dejó ver cómo la aplicó; en el cuestionario dejó registro de las operaciones realizadas y del resultado final (ambos correctos). En el cuestionario y en la entrevista, Hannia hace referencia explícita a los procedimientos, a los cálculos y al resultado del ejercicio y expresa EEC que experimentó en torno a estos resultados. Por esto, el análisis que a continuación se expone se centra en estos resultados.

1. Tres madejas de lana pesan 200 gramos. Se necesitan 8 para hacer un suéter, ¿Cuánto pesa el suéter?

a)  $3 m = 200g$        $8 = \text{suéter}$

b) 
$$\frac{66.6}{3} = 22.2$$

$$\frac{200}{3} = 66.6$$

$$66.6 \times 8 = 532.8$$

$$1 = 66.6g$$

c)  $R = 532.8g$

i. La respuesta que acabas de dar es correcta:			
Seguro	<input checked="" type="checkbox"/>	Parcialmente seguro	Totalmente inseguro
ii. Explica en qué basas tu nivel de seguridad del inciso i:			
En mi procedimiento, ya que estoy segura de que por la manera en que lo resolví obtuve el resultado correcto.			
iii. Si tuviera que resolver este ejercicio dentro de una semana, ¿Mantendrías tu respuesta?:			
Si	<input checked="" type="checkbox"/>	No	Quizá

Figura 1. Resolución propuesta por Hannia en el cuestionario.

### Reconstrucción de la resolución

#### Primer segmento: seguridad en el procedimiento

Hannia distingue entre procedimiento y cálculos y asocia (en el cuestionario) el procedimiento con “la manera en la que resolví [la tarea]”. Así, es posible que ella incluya en el procedimiento: las relaciones de igualdad que registró en el cuestionario (en a) (haciendo quizás referencia a una relación de proporcionalidad); la elección del valor unitario (como técnica para resolver la T1) y su aplicación.

En 312 ella afirma: “sé que el procedimiento que realicé para solucionarlo, sé que pues fue correcto”. Esta afirmación sugiere dos cosas: por un lado, que en algún momento del proceso de resolución (antes, durante o después) Hannia se planteó la Meta Epistémica de poder saber que su procedimiento era correcto; por la otra, que también en algún momento ella valoró como cubierta esa Meta, lo que deja ver con la expresión “Sé que...”.

Hannia no explicita las razones en las que sustentó ese saber (o por las cuales consideró satisfecha su meta epistémica); sin embargo, en la entrevista hace algunas aclaraciones que dan pauta para hacer algunos supuestos razonables. Al preguntarle: “Para ti ¿Qué es estar segura?” (317.1) ella responde: “(...) estar... como segura... con lo que tú realizaste, que te sientas satisfecha” (320.1); a esto se le pregunta: “¿Satisfecha de qué? (321.1) y ella responde: “...de lo que ya hice, [que hice] lo que me pidieron, [y] lo que hice estuvo bien...” (324.1). De esto se puede desprender que ‘hacer lo que le pidieron’ es posiblemente la razón (o una entre otras) en la que ella sustentó la corrección de su procedimiento. En otra parte de la entrevista, sobre la resolución que ella realizó para la Tarea 4, Hannia recurre a razones semejantes como sustento, en este caso, de su inseguridad: en (340) comenta: “(...) [cuando] no (...) sigo un procedimiento que me enseñaron sí me siento más insegura del resultado que obtuve” (i.e., me siento segura cuando sigo un procedimiento que me enseñaron). Se puede entonces colegir que este tipo de razones, hacer lo que le pidieron o lo que le enseñaron, forma parte del acervo de razones y justificaciones que integran sus requerimientos de veracidad en los que sustenta sus EEC y de las que Hannia dispone cuando lo necesita.

Con respecto al EEC que experimentó Hannia en torno al procedimiento, en el cuestionario y en la entrevista hace referencia a un estado de seguridad: A la pregunta de “¿en qué basas tu nivel de seguridad?”, ella responde: “En mi procedimiento, ya que estoy segura de que por la manera en que lo resolví, obtuve el resultado correcto” (cuestionario). En la entrevista (312), las investigadoras retoman esa misma pregunta y Hannia vuelve a responder (que basa su seguridad) “en el procedimiento”. En 310 (ver párrafos arriba), por otra parte, describe la aplicación de la razón unitaria de manera asertiva, clara y correcta, sin titubeos ni dudas ni mitigadores del lenguaje, dejando ver un EEC de seguridad en su procedimiento (que incluye la aplicación de la razón unitaria) (Martínez y Rigo (2014) exponen criterios lingüísticos para identificar estados de seguridad y duda).

Hilando lo anterior, se puede inferir que la seguridad que Hannia experimentó en torno a los resultados matemáticos (en este caso, el procedimiento) tuvo su origen en que ella valoró como satisfechas sus Metas Epistémicas (de saber que su procedimiento era correcto) por haber aplicado los requerimientos de veracidad (hacer lo que le pidieron) que en ese contexto consideró pertinentes.

La seguridad en torno al procedimiento llevó a Hannia a realizar las operaciones conducentes (Tendencias) y a definir y realizar las operaciones de acuerdo con el procedimiento (Plan matemático), como se verá en lo que sigue.

### **Segundo segmento: Inseguridad en las operaciones (realizadas en un primer intento) / seguridad en las operaciones (después de la verificación) y conclusión de la tarea con un eec de seguridad**

Siguiendo el procedimiento elegido, Hannia realizó las operaciones correspondientes (ver figura 1).

En la entrevista Hannia afirma que su seguridad (en el resultado del ejercicio) la basa -como antes se dijo- en el procedimiento realizado, pero completa el comentario precisando que “estuvo [estuvieron] bien los cálculos que yo hice, entonces en eso se basa mi seguridad” (312). Al preguntarle sobre cómo sabe que sus cálculos están bien, ella aclara: “(...) los rectifiqué varias veces cuando ya había obtenido el resultado final y ya fue que pude hacer mis conclusiones y ya” (314). Esta respuesta llevó a las investigadoras a preguntarle si eso es algo que ella suele hacer (315), a lo que respondió: “sí, cuando no me siento muy segura, o cosas así, de que se me fue un número, a veces sí rectifico mis operaciones” (316), lo que se pudiera parafrasear como: “si rectifico, me siento segura”. Es posible que la rectificación de las operaciones sea solo una práctica rutinaria en Hannia, pero también es posible que sea respuesta a una necesidad o meta epistémica -que la estudiante se plantea en algún momento de su resolución-, de saber si los resultados de sus operaciones son los correctos, seguramente con el propósito de corregirlos, si fuera el caso. Esos procesos de verificación-corrección son los requerimientos de veracidad

que ella se impone, en el caso de las operaciones, para poder satisfacer esa Meta Epistémica, o lo que es lo mismo, para poder sustentar la veracidad de los resultados de las operaciones, en el caso de tareas como la T1.

Hannia comenta en 314 que en la resolución de la T1 ella rectificó varias veces sus operaciones. Por lo antes dicho, es muy probable que lo haya hecho porque en un primer momento ella se sintió insegura de sus resultados (por haber considerado que sus Metas Epistémicas no estaban resueltas porque no se satisficieron sus requerimientos de veracidad). Pero una vez realizado ese ejercicio de verificación, en un segundo momento, ella "... pudo hacer sus conclusiones y ya" (31.4), conclusiones de las que ella reportó haber experimentado seguridad (en el cuestionario). La seguridad en torno a los resultados de las operaciones y al resultado final tuvo entonces su origen en la valoración positiva que ella hizo de que su Meta Epistémica (la de saber si los resultados son verdaderos) fue cubierta, ya que pudo aplicar satisfactoriamente los Requerimientos de Veracidad correspondientes (verificar los resultados varias veces). Como consecuencia de su seguridad, aceptó los resultados (marcando la Tendencia) y el Plan Matemático a seguir fue dar por terminada la tarea.

En la figura 2 se representa gráficamente la posible trayectoria de la resolución que Hannia dio a T1. Ahí se distinguen las condiciones que detonan los estados de seguridad experimentados por Hannia (segunda columna) así como los efectos que esos estados de seguridad tuvieron sobre los trabajos matemáticos que ella realizó (cuarta columna). La seguridad y la duda que ella experimentó forman parte de un flujo dinámico que influye de manera muy específica y significativa (a través de las Metas Epistémicas que se plantea la alumna y los requerimientos de veracidad que buscan cumplirlas, y de las tendencias y los planes) sobre los trabajos matemáticos realizados durante la resolución, trabajos matemáticos que a su vez forman parte de los detonadores que condicionan a esos EEC.

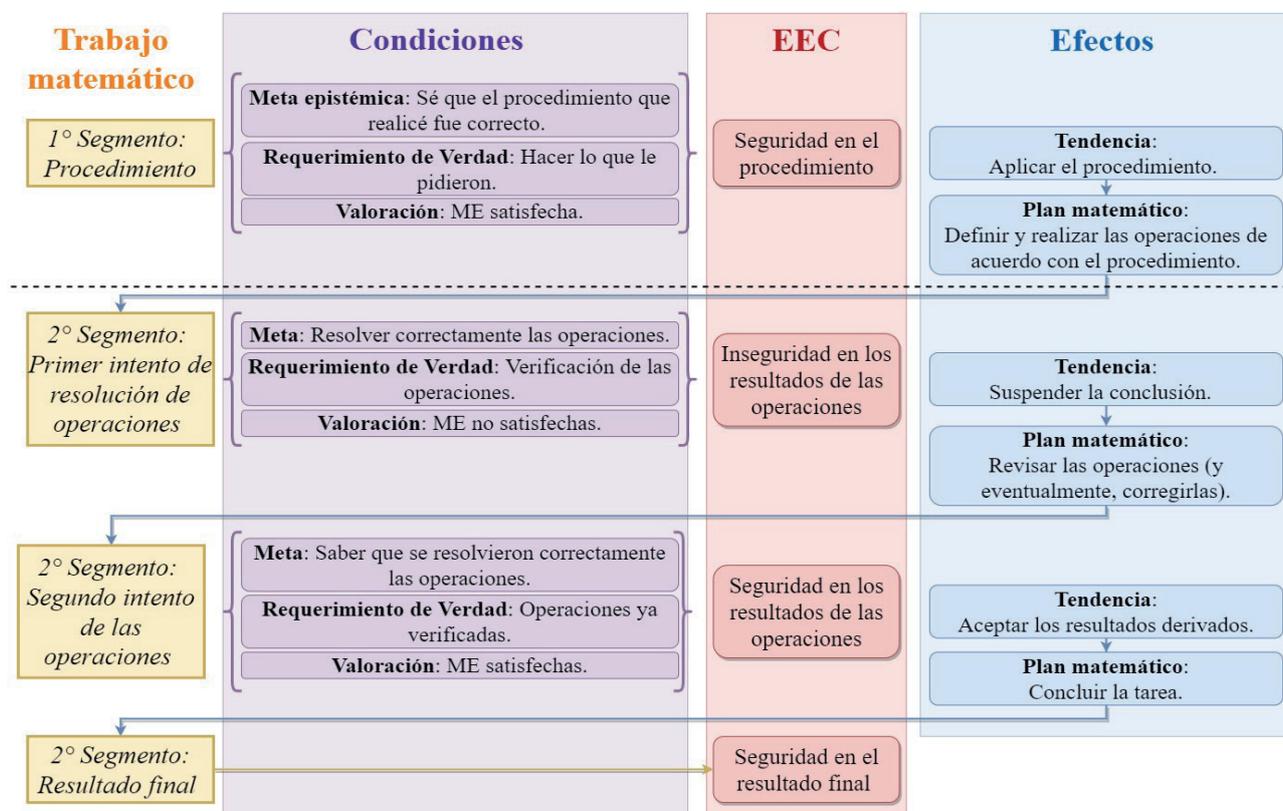


Figura 2. Trayectoria de la resolución de Hannia a la T1, organizada en torno a sus EEC.

## DISCUSION DE RESULTADOS Y CONSIDERACIONES FINALES

El caso de Hannia y lo expuesto en el marco teórico sobre cómo adquieren los matemáticos seguridad en una conjetura, sugieren la hipótesis de que las condiciones que detona la seguridad en torno a algún resultado matemático se dan cuando el agente valora que ha alcanzado las Metas Epistémicas que se propuso porque ha aplicado satisfactoriamente los Requerimientos de Verdad que él se impuso. Esto cubre el primer objetivo de este escrito. Las Tendencias y los Planes matemáticos son algunos de los efectos que la seguridad tiene sobre los trabajos matemáticos. Esto cubre el segundo.

Brown (2014) observó en un grupo de alumnos (de un curso sobre la prueba) una disposición a dudar (que llama escepticismo) de la evidencia empírica y detectó en ellos una ‘necesidad intelectual’ de generar pruebas (argumentos generales) como medio para sustentar la verdad de proposiciones matemáticas universales. Estas necesidades intelectuales a las que hace referencia Brown equivalen a las metas epistémicas aquí definidas. Y la prueba que menciona Brown, constituye el requerimiento de veracidad con el que sus alumnos satisfacen sus metas epistémicas (o necesidades). Hemos dicho ya también que los requerimientos de verdad corresponden a los esquemas de prueba de Harel y Sowder (1998). De modo que aunque las categorías aquí definidas para describir la seguridad, sus condiciones y sus efectos, puedan resultarle extrañas al lector, están en consonancia con las ideas introducidas en la literatura. ¿Por qué entonces acuñar estas nuevas categorías? Porque con base en ellas se puede caracterizar, de manera fundamentada y coherente, a la seguridad y a los EEC como emociones que se activan o detonan a partir de metas epistémicas resueltas, en el caso de la seguridad (o de metas epistémicas no resueltas, en el caso de la duda). Esto permitirá ofrecer una respuesta (siempre hipotética) sobre la posible naturaleza de los EEC. Con base en la hipótesis de que los EEC son emociones (epistémicas) será posible explicar fundadamente ciertos fenómenos y problemáticas relacionadas con la presencia de los EEC en las actividades matemáticas (como el efecto adverso de la seguridad y la duda en los aprendizajes, entre otros) lo que será la base para el diseño y la aplicación de intervenciones didácticas en donde los EEC, y en particular la seguridad, funcionen como un motor de los aprendizajes y no como un freno. Esa es la agenda de trabajo que en el Programa se ha delineado para desarrollar en lo futuro.

### Referencias

- Bernal, A. (2022). *Las condiciones y los efectos de los estados epistémicos de convencimiento (seguridad o duda en torno a hechos de las matemáticas) que surgen durante la resolución de tareas matemáticas*. Tesis de maestría. Cinvestav.
- Birks, M. y Mills, J. (2015). *Grounded theory: A practical guide*. Jai Seaman. <https://doi.org/10.1123/apaq.28.3.277>
- Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. Ediciones SM.
- Brown, S. A. (2014). On skepticism and its role in the development of proof in the classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 311–335. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9544-4>
- Corbin, J. y Strauss, A. (2015). Basics of qualitative research. *Journal of Marketing Research*. Sage.
- de Villiers, M. (1190). The role and function of proof in Mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Reidel Publishing Company.
- Foster, C. (2016). Confidence and competence with mathematical procedures. *Educational Studies in Mathematics*, 91(2), 271–288. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9660-9>

- Harel, G. y Sowder, L. (1998). Students' proof schemes (Vol. III). En E. Dubinsky, A. Schoenfeld y J. Kaput (Eds.), *Research on collegiate mathematics education* (pp. 234-283). American Mathematical Association.
- Kline, M. (1985). *Matemáticas: la pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI.
- Martínez, B. y Rigo, M. (2014). ¿La certeza implica comprensión? En M. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 445-454). SEIEM.
- Morse, J. M. (2007). Sampling in grounded theory. En A.B.D. Bryant y K. Charmaz (Eds.), *Handbook of Grounded Theory* (pp. 229-244). SAGE.
- Muis, K. R., Psaradellis, C., Lajoie, S. P., di Leo, I. y Chevrier, M. (2015). The role of epistemic emotions in mathematics problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, 42, 172-185. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.06.003>
- Pozo, J. (2001). *Humana mente: el mundo, la conciencia y la carne*. Morata.
- Rigo-Lemini, M. (2013). Epistemic schemes and epistemic states. A study of mathematics conviction in elementary school classes. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 71-91. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9466-6>
- Vergaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas.
- Weber, K., Mejía-Ramos, J. P. y Volpe, T. (2022). The relationship between proof and certainty in mathematical practice. *The Journal for Research in Mathematics Education*, 53(1), 65-84.
- Zaslavsky, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 297-321